

УДК 629.7.05

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ АСТАТИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА В ПРОДОЛЬНОМ КАНАЛЕ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТА ПО МЕТОДУ ИНТЕГРАЛЬНОЙ КВАДРАТИЧНОЙ ОЦЕНКИ

*Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, д. т. н., профессор,
Максим Михайлович КОЛЬЦОВ,
Алексей Алексеевич КУЗИН
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru*

В статье рассмотрен подход к синтезу астатического контура нормальной перегрузки тяжелого самолета с учетом приводов и работы системы улучшения устойчивости (СУУ) на основе результатов идентификации аэродинамических параметров объекта управления. Система «самолет-СУУ» аппроксимируется динамической системой второго порядка по методу численной оптимизации Нелдера – Мида, определяющего минимум интегральной квадратичной оценки отклонения переходных процессов исходной и аппроксимированной систем на стандартное возмущение. Предложенный метод применен для упрощения системы «самолет-СУУ» с учетом динамических звеньев приводов. Аналитический синтез закона автоматического управления перегрузкой проведен по схеме ПИ-Д регулятора с редукцией передаточной функции до звена второго порядка. Найденные параметры закона управления проверены численным методом с использованием минимизации невязки движения системы и выбранного эталонного аналога методом интегральной квадратичной оценки.

Ключевые слова: *интегральная квадратичная оценка, замкнутый контур нормальной перегрузки, численный алгоритм оптимизации, аналитический синтез, регулятор, желаемое качество, переходный процесс.*

ANALYTICAL SYNTHESIS OF ASTATIC CONTROLLER IN LONGITUDINAL CHANNEL BY THE METHOD OF INTEGRAL QUADRATIC ESTIMATION

Vladimir E. KULIKOV, D. Sc. in Engineering, professor,

Maxim M. KOLCOV,

Alexey A. KUZIN

'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC

E-mail: inbox@aomiea.ru

The article discusses an approach to the synthesis of heavy aircraft normal overload astatic loop with respect to actuators and Stability Augmentation System (SAS) operation. The synthesis is based on the results of control object aerodynamic parameters identification. The 'aircraft-SAS' system is approximated by a second-order dynamic system using the Nelder – Mead numerical optimization method, which determines the integral quadratic estimation minimum of the transients deviation of the original and approximated systems to a standard disturbance. The proposed method is applied to simplify the 'aircraft-SAS' system with respect to actuators dynamic elements. The analytical synthesis of the automatic overload control law is carried out according to the PI-D controller scheme with transfer function reduction to the second-order element. The found control law parameters are verified numerically using minimization of the residual between system movement and selected reference analogue by the integral quadratic estimation method.

Keywords: *integral quadratic estimation, normal overload closed loop, optimization numerical algorithm, analytical synthesis, controller, desired quality, transient.*

Классическая задача формирования внутреннего контура управления нормальной перегрузкой самолета предполагает, что объект управления может быть представлен [1] в виде колебательного звена второго порядка, исходя из параметров уравнений короткопериодического движения. Решение этой задачи усложняется в случае применения систем типа демпфера или автомата продольной устойчивости при автоматизации ручного режима управления самолета. Поэтому при синтезе контура перегрузки автопилота возникает необходимость учета обратных связей этих систем, влияющих на динамические характеристики объекта управления.

Рассмотрим задачу построения контура перегрузки для объекта, имеющего встроенную систему улучшения устойчивости (СУУ), содержащую обратные связи по угловой скорости тангажа для повышения демпфирования и по перегрузке для повышения характеристик устойчивости. Стандартный закон управления СУУ имеет следующий вид:

$$\Delta \delta_{\text{PB}}^{\text{СУУ}} = \mu_{\omega_z} \omega_z + \frac{k_{n_y}^{\text{СУУ}}}{T_{n_y}^{\text{СУУ}} p + 1} (n_y - 1). \quad (1)$$

где μ_{ω_z} , $k_{n_y}^{\text{СУУ}}$ — соответственно передаточные коэффициенты демпфера тангажа и приращения перегрузки, $T_{n_y}^{\text{СУУ}}$ — постоянная времени фильтра нижних частот.

Необходимая для синтеза контура перегрузки линеаризованная модель самолета в варианте зафиксированной высоты и скорости полета имеет вид [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \dot{\alpha} = \Delta \omega_z - \bar{Y}_y^\alpha \Delta \alpha - \bar{Y}_y^{\delta_{\text{PB}}} \Delta \delta_{\text{PB}}, \\ \Delta \dot{\omega}_z = \bar{M}_z^\alpha \Delta \alpha + \bar{M}_z^{\omega_z} \Delta \omega_z + \bar{M}_z^{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + \bar{M}_z^{\delta_{\text{PB}}} \Delta \delta_{\text{PB}}, \\ \Delta n_y = \frac{V \Delta \dot{\theta}}{57,3 g} = \frac{V}{57,3 g} (\Delta \omega_z - \Delta \dot{\alpha}), \end{array} \right. \quad (2)$$

где $\Delta \alpha$, $\Delta \omega_z$, $\Delta \theta$, Δn_y — приращения угла атаки, угловой скорости тангажа, угла наклона траектории, нормальной перегрузки соответственно; V — истинная воздушная скорость полета; \bar{Y}_y^α , $\bar{Y}_y^{\delta_{\text{PB}}}$ — приведенные (размерные) частные производные подъемной силы крыла и руля высоты $\Delta \delta_{\text{PB}}$ (в градусах) соответственно; \bar{M}_z^α , $\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}$, $\bar{M}_z^{\omega_z}$, $\bar{M}_z^{\delta_{\text{PB}}}$ — приведенные частные производные аэродинамических моментов по углу атаки и его производной, по угловой скорости тангажа, по отклонению руля высоты от балансировочного значения соответственно. Применяя преобразование Лапласа к системе (2) при допущении фактической

малости коэффициента $\bar{Y}_y^{\delta_{PB}}$ по сравнению с коэффициентом \bar{Y}_y^α , получим передаточные функции по $\Delta\omega_z$ и Δn_y :

$$W_{\Delta\omega_z}^{\Delta\delta_{PB}}(p) = \frac{k_{\omega_z} (T_{\omega_z} p + 1)}{T_{n_y}^2 p^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} p + 1}; \quad (3)$$

$$W_{\Delta n_y}^{\Delta\delta_{PB}}(p) = W_{\Delta\omega_z}^{\Delta\delta_{PB}}(p) \frac{V}{g(T_{\omega_z} p + 1)} = \frac{k_{n_y}}{T_{n_y}^2 p^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} p + 1}. \quad (4)$$

Параметры движения свободного самолета: постоянная времени T_{n_y} , относительный коэффициент затухания ξ_{n_y} , коэффициент передачи k_{ω_z} и постоянная времени T_{ω_z} передаточной функции по ω_z (3) и коэффициент передачи передаточной функции по перегрузке k_{n_y} (4) могут быть найдены по формулам:

$$T_{n_y} = \frac{1}{\sqrt{-\bar{M}_z^\alpha - \bar{M}_z^{\omega_z} \bar{Y}_y^\alpha}}; \quad \xi_{n_y} = \frac{\bar{Y}_y^\alpha - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}}{2\sqrt{-\bar{M}_z^\alpha - \bar{Y}_y^\alpha \bar{M}_z^{\omega_z}}}. \quad (5)$$

$$T_{\omega_z} = \frac{\bar{M}_z^{\delta_{PB}} - \bar{Y}_y^{\delta_{PB}} \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}}{\bar{Y}_y^\alpha \bar{M}_z^{\delta_{PB}} - \bar{Y}_y^{\delta_{PB}} \bar{M}_z^\alpha}; \quad k_{\omega_z} = \frac{\bar{Y}_y^\alpha \bar{M}_z^{\delta_{PB}} - \bar{Y}_y^{\delta_{PB}} \bar{M}_z^\alpha}{-\bar{M}_z^\alpha - \bar{Y}_y^\alpha \bar{M}_z^{\omega_z}}; \quad k_{n_y} = k_{\omega_z} \frac{V}{g 57,3}. \quad (6)$$

По результатам идентификации динамических параметров углового движения самолета в вертикальной плоскости и формулы (5), (6) были найдены численные значения параметров движения свободного самолета, приведенные в таблице 1, для режима полета, соответствующего высоте 4000 метров и трем вариантам скорости полета.

Таблица 1. Параметры движения свободного самолета

№ режима	H , м	V , м/с	T_{n_y} , с	ξ_{n_y}	T_{ω_z} , с	k_{ω_z} , с ⁻¹	k_{n_y} , 1/градус
1	4000	141,4	0,81	0,94	1,719	0,701	0,176
2	4000	164,4	0,68	1,01	1,359	0,791	0,231
3	4000	190,6	0,62	1,17	1,0583	1,0584	0,359

Структурная схема контура отработки перегрузки свободного самолета по управляющему отклонению колонки штурвала $\Delta\delta_{PB}^{ynp}$ с учетом системы СУУ с безынерционной обработкой сигналов управления приведена на рис. 1.

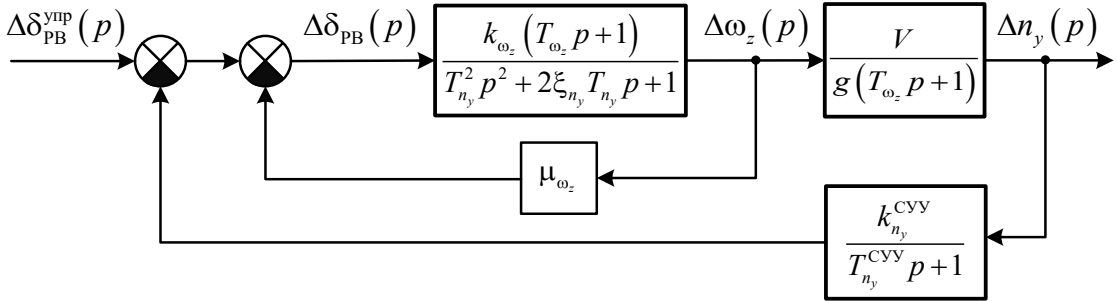


Рис. 1. Структурная схема контура обработки перегрузки с учетом СУУ

Передаточная функция системы «самолет-СУУ» (рис. 1), имеет вид:

$$W_{\Delta n_y}^{СУУ}(p) = \frac{k_{n_y}^* (T_{n_y}^{СУУ} p + 1)}{\frac{T_{n_y}^{СУУ} T_{\mu_{\omega_z}}^2}{1 + k_{n_y}^{СУУ} k_{n_y}^{\mu_{\omega_z}}} p^3 + \frac{2\xi_{\mu_{\omega_z}} T_{\mu_{\omega_z}} T_{n_y}^{СУУ} + T_{\mu_{\omega_z}}^2}{1 + k_{n_y}^{СУУ} k_{n_y}^{\mu_{\omega_z}}} p^2 + \frac{T_{n_y}^{СУУ} + 2\xi_{\mu_{\omega_z}} T_{\mu_{\omega_z}}}{1 + k_{n_y}^{СУУ} k_{n_y}^{\mu_{\omega_z}}} p + 1}; \quad (7)$$

$$T_{\mu_{\omega_z}} = \frac{T_{n_y}}{\sqrt{1 + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z}}}; \quad \xi_{\mu_{\omega_z}} = \frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z} T_{\omega_z}}{2T_{n_y} \sqrt{1 + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z}}}; \quad (8)$$

$$k_{n_y}^* = \frac{k_{n_y}^{\mu_{\omega_z}}}{1 + k_{n_y}^{СУУ} k_{n_y}^{\mu_{\omega_z}}}, \quad k_{n_y}^{\mu_{\omega_z}} = \frac{V}{g57,3} \cdot \frac{k_{\omega_z}}{1 + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z}}. \quad (9)$$

Из приведенных формул видно, что введение в контур сигналов СУУ повышает порядок изначальной системы свободного самолета и приводит к появлению одного полюса в числителе передаточной функции по перегрузке (7), что необходимо учитывать при решении задачи синтеза для получения переходных процессов, обладающих характеристиками, близкими к желаемым. Достаточно высокий порядок характеристического многочлена регулируемой системы значительно усложняет процедуру аналитического синтеза.

Рассмотрим вопрос преобразования системы (рис. 2) к системе пониженного порядка [3], обладающей динамическими характеристиками, близкими к изначальному контуру управления за счет распределения полюсов замкнутой системы. Для реализации операции снижения порядка системы предлагается использовать математический аппарат метода интегральной квадратичной оценки (ИКО) [4, 5].

Интегральная квадратичная оценка, не зависящая от знака отклонения от заданного значения, в общем виде может быть представлена как:

$$I = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt, \quad (10)$$

где $\varepsilon(t)$ — величина динамического отклонения переходных функций сравниваемых систем.

В рамках решаемой задачи редукции передаточной функции контура с учетом демпфера СУУ (7) в качестве желаемой передаточной функции выступает функция, описывающая систему 2-го порядка с искомыми параметрами $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$:

$$W_{ж}(p) = \frac{1}{T_{ж}^2 p^2 + 2\xi_{ж} T_{ж} p + 1}. \quad (11)$$

Изображение функции отклонения переходного процесса системы (7) от желаемого переходного процесса может быть представлено в виде дробно-рациональной функции:

$$E(p) = \frac{1}{p} \cdot W_{\Delta n_y}^{СУУ}(p) - \frac{1}{p} \cdot W_{ж}(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} \cdot \frac{1}{p}. \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что в нашем случае для передаточной функции оценки (12) справедливы выражения $m = 3$ и $n = 5$. При условии $m < n$ квадратичная интегральная оценка может быть вычислена по формуле [5]:

$$I = \int_0^{\infty} \varepsilon^2 dt = \frac{1}{2a_n^2 \Delta} (B_m \Delta_m + B_{m-1} \Delta_{m-1} + \dots + B_1 \Delta_1 + B_0 \Delta_0) - \frac{b_m b_{m-1}}{a_n^2}, \quad (13)$$

где Δ — определитель матрицы Гурвица, записанный в форме:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_n & -a_{n-2} & a_{n-4} & -a_{n-6} & \dots & \dots \\ 0 & a_{n-1} & -a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & \dots \\ 0 & -a_n & a_{n-2} & -a_{n-4} & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Определители Δ_k ($k = \overline{0, m}$) в формуле (13) получаются путем замены $(m - k + 1)$ -го столбца в определителе (14) столбцом следующего вида:

$$(a_{n-1} \ a_n \ 0 \ \dots \ 0)^T. \tag{15}$$

Коэффициенты $B_k (k = \overline{0, m})$ из выражения (13) вычисляются по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_m = b_m^2; \\ B_{m-1} = b_{m-1}^2 - 2b_m b_{m-2}; \\ B_{m-2} = b_{m-2}^2 - 2b_{m-1} b_{m-3} + 2b_m b_{m-4}; \\ \dots\dots\dots; \\ B_k = b_k^2 - 2b_{k+1} b_{k-1} + 2b_{k+2} b_{k-2} + \dots + 2(-1)^k b_m b_{2k-m}; \\ \dots\dots\dots; \\ B_0 = b_0^2. \end{array} \right. \tag{16}$$

Поставленная задача требует нахождения таких параметров $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$, которые удовлетворяют условию минимального отклонения $\varepsilon(t)$ переходной функции желаемой редуцированной системы (11) от переходной функции исходного контура (7):

$$\varepsilon(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} \cdot W_{ж}(p) \right] - L^{-1} \left[\frac{1}{p} \cdot W_{\Delta n_y}^{Cyy}(p) \right].$$

Тогда решение сводится к нахождению $\min\{E(p)\}$ в формате $grad(I) = 0$, представляющего собой следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial I}{\partial T_{ж}} = 0, \\ \frac{\partial I}{\partial \xi_{ж}} = 0. \end{array} \right. \tag{17}$$

Нахождение аналитического решения системы уравнений (17) для систем высокого порядка затруднено из-за высокой сложности получаемых выражений. Будем искать экстремум интегральной оценки на основе метода Нелдера – Мида [6], представляющего собой алгоритм численной оптимизации функции нескольких переменных без использования ее частных производных. На рис. 2 показан график итерационного процесса деформирования симплекса в пространстве аргументов функции в направлении локального экстремума до тех пор, пока все вершины симплекса не станут близки друг другу с заданной точностью.

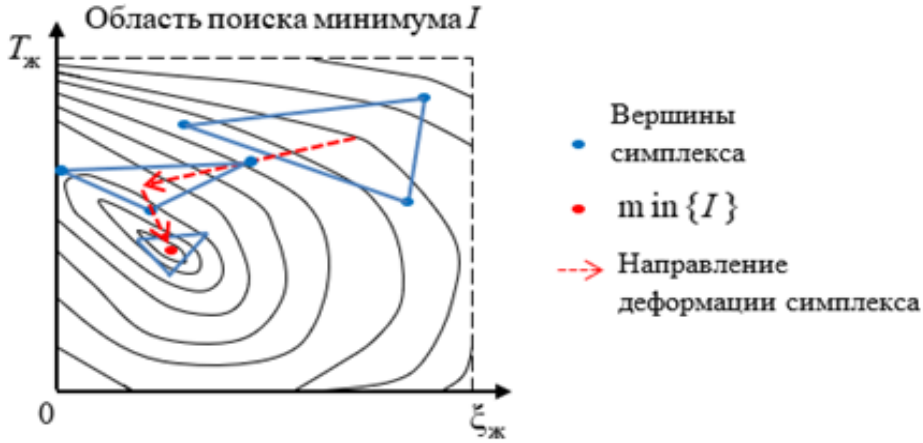


Рис. 2. Метод оптимизации Нелдера – Мида

При программной реализации описанной методики редукции контура «самолет-СУУ» (7) в более простую динамическую систему в качестве начального приближения были выбраны значения $T_{ж_0} = 0,5$ и $\xi_{ж_0} = 1,1$. Поиск локального минимума ИКО (13) осуществлялся в области параметров $(T_{ж}, \xi_{ж})$, представляющей собой квадрат с координатами сторон от 0,1 до 3. Результаты работы алгоритма поиска минимума ИКО иллюстрируют рисунки 3 и 4. На рис. 3 (а, б, в) показано сравнение практически совпадающих переходных процессов, возникающих при подаче входного управляющего отклонения руля высоты величиной 1° на систему «самолет-СУУ» (7) и редуцированную систему 2-го порядка (11) с численно найденными параметрами $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$ для режимов полета из таблицы 1.

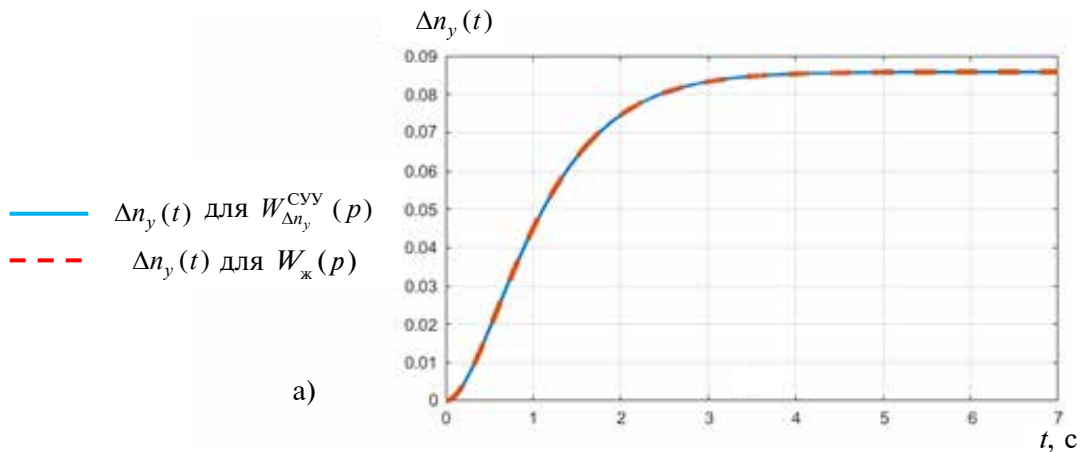


Рис. 3 (а). График переходных процессов контура с учетом СУУ и звена 2-го порядка $W_{ж}(p)$, полученного методом ИКО, для режимов полета №1(а)

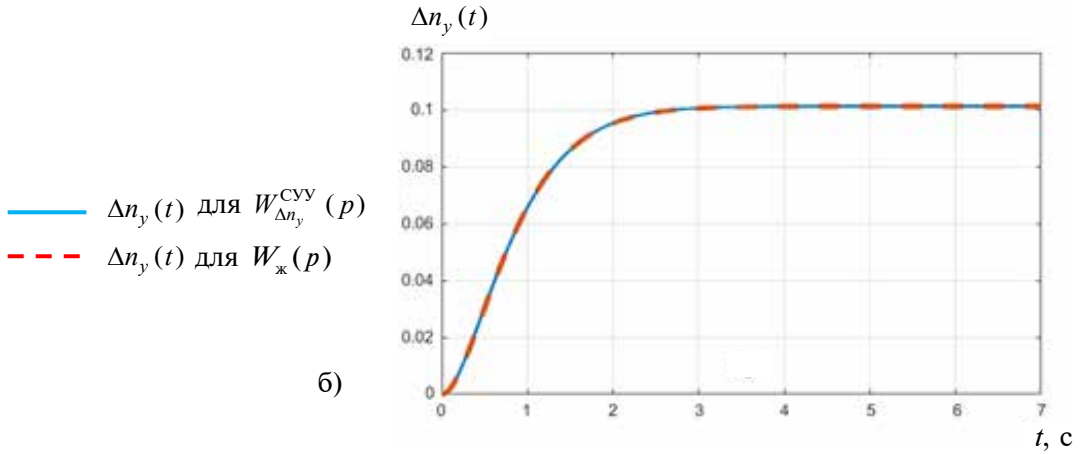


Рис. 3 (б). График переходных процессов контура с учетом СУУ и звена 2-го порядка $W_{\text{ж}}(p)$, полученного методом ИКО, для режимов полета №2(б)

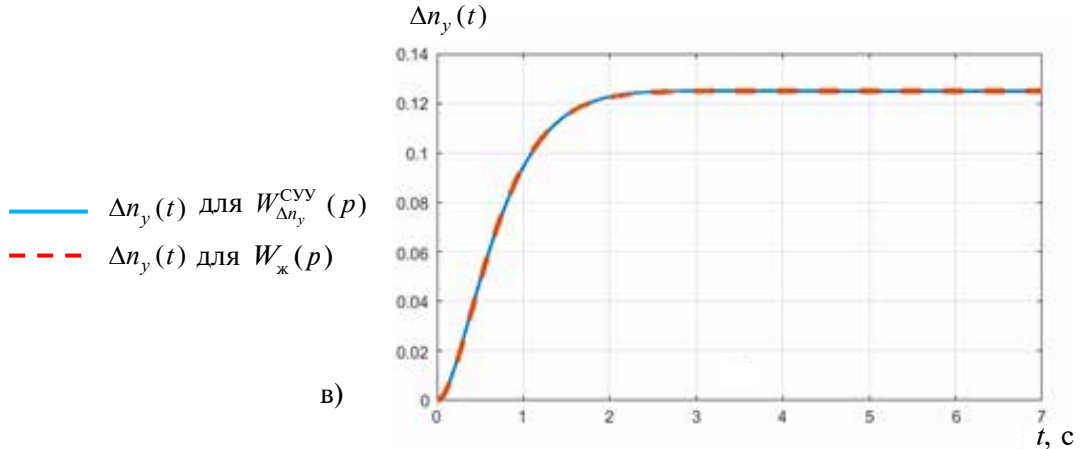


Рис. 3 (в). График переходных процессов контура с учетом СУУ и звена 2-го порядка $W_{\text{ж}}(p)$, полученного методом ИКО, для режимов полета №3(в)

На рис. 4 для всех трех рассматриваемых вариантов приведены графики отклонения от желаемого переходного процесса в виде:

$$\varepsilon(t) = \Delta n_y^{\text{cyu}}(t) - \Delta n_y^{\text{ико}}(t), \quad (18)$$

где $\Delta n_y^{\text{cyu}}(t)$ — переходный процесс, соответствующий передаточной функции $W_{\Delta n_y}^{\text{cyu}}(p)$, $\Delta n_y^{\text{ико}}(t)$ — переходный процесс, соответствующий передаточной функции $W_{\varepsilon}(p)$.

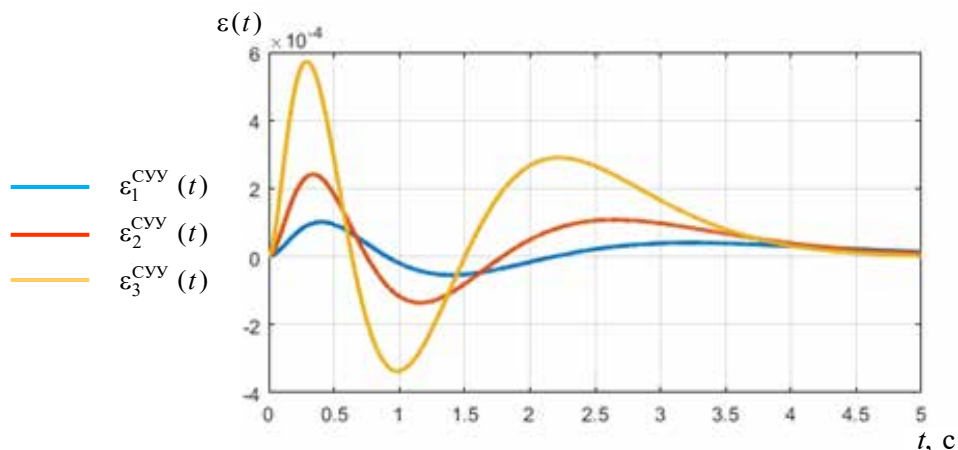


Рис. 4. Графики динамических отклонений $\varepsilon(t)$ для параметров движения №1, 2, 3 для контура перегрузки с учетом системы СУУ

Из графиков на рис. 4 видно, что максимальное отклонение составляет не более $6 \cdot 10^{-4}$ в единицах перегрузки, что является доказательством практически полного совпадения сравниваемых систем. Поэтому предложенный подход учета системы СУУ, встроенной в контур перегрузки, может быть применен при решении задачи синтеза управления перегрузкой.

Рассмотрим далее полную систему «самолет-СУУ» с учетом приводов: рулевых агрегатов системы автоматической загрузки (САЗ) и системы СУУ, а также силового гидромеханического рулевого привода (РП). Для этого в первом приближении достаточно учесть в линейном контуре (рис. 1) модели приводов, аппроксимированные линейными динамическими системами первого порядка с передаточными функциями вида:

$$W_{СУУ}(p) = \frac{1}{T_{РА}^{СУУ} p + 1}, W_{САЗ}(p) = \frac{1}{T_{РА}^{САЗ} p + 1}, T_{РА}^{СУУ} = T_{РА}^{САЗ} = 0,1 \text{ с}; \quad (19)$$

$$W_{РП}(p) = \frac{1}{T_{РП} p + 1}, T_{РП} = 0,083 \text{ с}.$$

Так как в передаточной функции (7) коэффициент $k_{n_y}^*$ (9) является общим коэффициентом передачи системы «самолет-СУУ» (приводная часть системы не влияет на общий коэффициент усиления контура), то для упрощения структуры контура путем обеспечения единичного коэффициента передачи в систему вводится коэффициент усиления, пропорциональный эффективности руля высоты $\delta_{РВ}$:

$$k_{yc} = \frac{1}{k_{n_y}^*}. \quad (20)$$

Структурная схема контура с учетом инерционной приводной части (19) приведена на рис. 5.

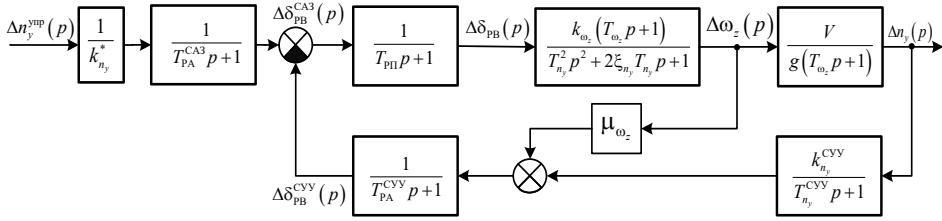


Рис. 5. Структурная схема контура обработки перегрузки с учетом динамики линейных моделей приводов

Коэффициент усиления (20) в прямой цепи системы (рис. 5) обеспечивает эффект получения следящей системы входного сигнала управления по перегрузке.

Учет динамики приводов повышает порядок системы с 3-го до 6-го. В обобщенном виде передаточная функция может быть записана в виде:

$$W_{\Delta n_y}^{\text{прив}}(p) = \frac{B_2^{\text{пр}} p^2 + B_1^{\text{пр}} p + B_0^{\text{пр}}}{A_6^{\text{пр}} p^6 + A_5^{\text{пр}} p^5 + A_4^{\text{пр}} p^4 + A_3^{\text{пр}} p^3 + A_2^{\text{пр}} p^2 + A_1^{\text{пр}} p + A_0^{\text{пр}}}. \quad (21)$$

Коэффициенты многочлена в числителе передаточной функции (21):

$$B_0^{\text{пр}} = k_{\omega_z} \mu_{\omega_z} + k_{\omega_z} k_{n_y}^{\text{CYY}} \frac{V}{g57,3} + 1;$$

$$B_1^{\text{пр}} = (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}}) \left(k_{\omega_z} \mu_{\omega_z} + k_{\omega_z} k_{n_y}^{\text{CYY}} \frac{V}{g57,3} + 1 \right) = (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}}) B_0;$$

$$B_2^{\text{пр}} = T_{n_y}^{\text{CYY}} T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}} \left(k_{\omega_z} \mu_{\omega_z} + k_{\omega_z} k_{n_y}^{\text{CYY}} \frac{V}{g57,3} + 1 \right) = T_{n_y}^{\text{CYY}} T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}} B_0.$$

Коэффициенты многочлена в знаменателе передаточной функции (21):

$$A_0^{\text{пр}} = B_0 = k_{\omega_z} \mu_{\omega_z} + k_{\omega_z} k_{n_y}^{\text{CYY}} \frac{V}{g57,3} + 1;$$

$$A_1^{\text{пр}} = T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПП}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}} + 2\xi_{n_y} T_{n_y} + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z} (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}} + T_{\omega_z}) + k_{\omega_z} k_{n_y}^{\text{CYY}} T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}} \frac{V}{g57,3};$$

$$A_2^{\text{пр}} = T_{n_y}^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПП}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}}) + T_{n_y}^{\text{CYY}} T_{\text{ПП}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CYY}} (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПП}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}}) + T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}} (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПП}}) + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z} (T_{\omega_z} (T_{n_y}^{\text{CYY}} + T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}}) + T_{n_y}^{\text{CYY}} T_{\text{ПА}}^{\text{CA3}});$$

$$\begin{aligned}
 A_3^{\text{пр}} &= T_{n_y}^2 \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} + T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}} \right) + \\
 &+ 2\xi_{n_y} T_{n_y} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \right) + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} \right) \right) + \\
 &+ T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} \right) \right) + T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} + \mu_{\omega_z} k_{\omega_z} T_{\omega_z} T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}}; \\
 A_4^{\text{пр}} &= T_{n_y}^2 \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \right) + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} \right) \right) + \\
 &+ 2\xi_{n_y} T_{n_y} \left(T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} \right) \right) + T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \right) + T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}}; \\
 A_5^{\text{пр}} &= T_{n_y}^2 \left(T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} + T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \left(T_{n_y}^{\text{СУУ}} + T_{\text{РП}} \right) \right) + T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} \right) + 2\xi_{n_y} T_{n_y} T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}}; \\
 A_6^{\text{пр}} &= T_{n_y}^2 T_{n_y}^{\text{СУУ}} T_{\text{РП}} T_{\text{РА}}^{\text{СА3}} T_{\text{РА}}^{\text{СУУ}}.
 \end{aligned}$$

Теперь изображение функция ИКО на основе разности передаточных функций (21) и (11) увеличивает размерность и принимает вид:

$$E(p) = \frac{b_0 p^6 + b_1 p^5 + \dots + b_5 p + b_6}{a_0 p^8 + a_1 p^7 + a_2 p^6 + \dots + a_7 p + a_8} \cdot \frac{1}{p}.$$

Численные результаты приведения динамической системы «самолет-СУУ» с учетом приводов (21) к звену вида (11) методом оптимизации ИКО приведены в таблице 2 одновременно (для сравнения) с ранее полученными параметрами редуцированной системы.

Таблица 2. Результаты, полученные методом ИКО

№ п. п.	Метод ИКО без учета приводов		Метода ИКО с учетом динамики приводов	
	$T_{\text{ИКО}}$	$\xi_{\text{ИКО}}$	$T_{\text{ИКО}}^{\text{пр}}$	$\xi_{\text{ИКО}}^{\text{пр}}$
1	0,5733	0,9861	0,6842	0,8645
2	0,4612	0,9695	0,5709	0,8207
3	0,3826	0,9499	0,4911	0,7658

Из таблицы 2 следует, что учет приводной части системы значительно влияет на динамику исходного контура: увеличивается постоянная времени, и уменьшается относительный коэффициент затухания.

Переходные процессы систем (21) и (11) для трех рассматриваемых режимов полета приведены на рис. 6 (а, б, в).

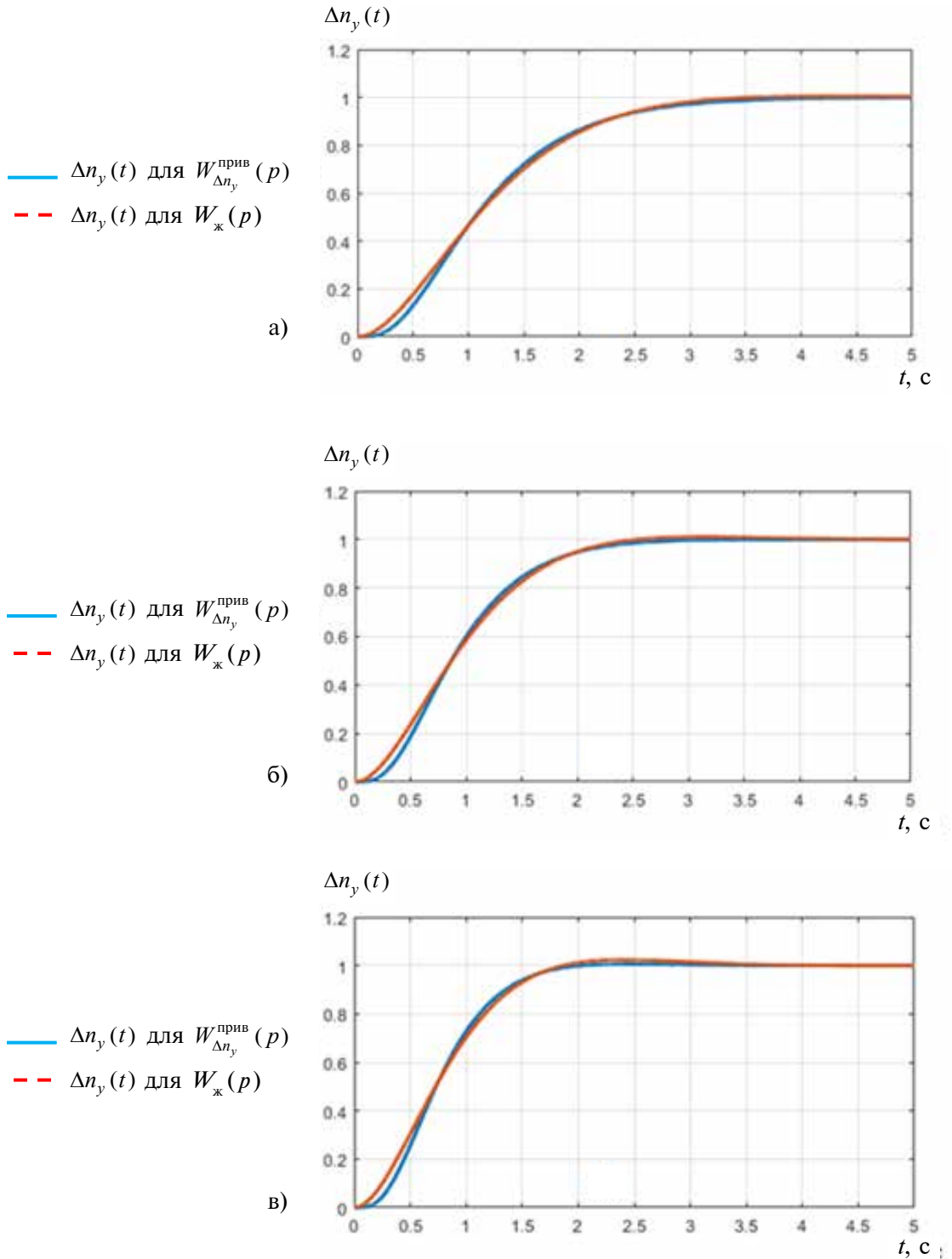


Рис. 6. Графики переходных процессов системы «самолет-СУУ» с учетом приводов $W_{\Delta n_y}^{\text{прив}}(p)$ и звена 2-го порядка $W_{\text{ж}}(p)$, полученного методом ИКО, для параметров движения №1 (а), №2 (б), №3 (в)

На рис. 7 для всех трех рассматриваемых вариантов приведены графики отклонения переходных процессов системы, соответствующей передаточной функции (21), от переходных процессов системы с найденными параметрами $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$. Полученные графические результаты свидетельствуют о том, что при попытке приведения системы высокого порядка к более простому виду ухудшается точность полученного результата из-за разного количества корней сравниваемых характеристических многочленов, каждый из которых вносит свой вклад в форму переходной функции.

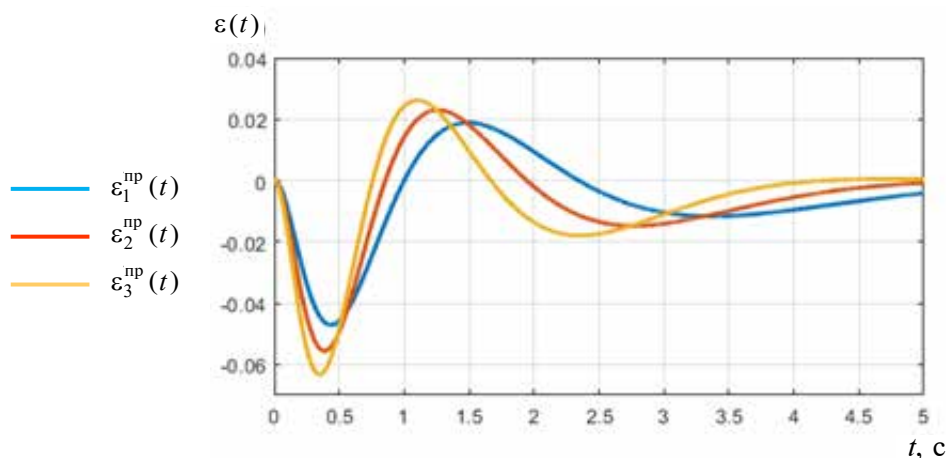


Рис. 7. Графики динамических отклонений $\varepsilon(t)$ для параметров движения № 1, 2, 3 для контура «самолет-СУУ» с учетом аппроксимированных приводов

Из рис. 7 видно, что при наличии большой разницы в порядках сравниваемых систем и только двух искомым параметрам $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$ точность снизилась на несколько порядков по сравнению с результатами без учета приводов и составляет $7 \cdot 10^{-2}$ единиц перегрузки. Однако полученные результаты являются приемлемыми для решения задачи синтеза.

Теперь, решив задачу учета динамики системы СУУ и приводов, можно приступать к процедуре синтеза, которую следует начинать с формирования структуры закона управления заданной перегрузкой.

Для обеспечения заданного порядка астатизма системы с целью устранения статических ошибок в установившемся значении и обеспечения свойства невозмущаемости внешних контуров многоконтурного траекторного автопилота [7] по перегрузке и при действии возмущающих воздействий $\Delta \delta_{РВ}^{ВОЗМ}$, приводящих к изменению перегрузки, необходимо наличие интегрирующего звена в прямой цепи контура.

Однако использование в регуляторе одного интеграла дает дополнительный фазовый сдвиг $\Delta \varphi = -90^\circ$, что негативно сказывается на запасах устойчивости системы. Поэтому для повышения порядка астатизма

системы применяется изодромное устройство, представляющее собой параллельное соединение интегрирующего и пропорционального звеньев. При такой постановке задачи минимально необходимой формой закона управления нормальной перегрузкой является ПИ-регулятор [8].

Для достижения сходимости синтезируемой системы с заданным желаемым переходным процессом необходимо иметь возможность влиять на все коэффициенты характеристического многочлена системы (7), а значит и на все полюса передаточной функции замкнутого контура отработки перегрузки. С этой целью ПИ-регулятор был дополнен сигналом производной нормальной перегрузки, который в преобразовании Лапласа записывается как:

$$L\left[\frac{dn_y(t)}{dt}\right] = p \cdot n_y(p). \quad (22)$$

Введение производной (22) в закон управления заданной перегрузкой преобразует его к форме ПИ-Д регулятора (с k_{n_y} , k_i , k_{dn_y} соответственно), сигнал которого должен обрабатываться системой САЗ при работающей САУ. Тогда суммарный управляющий сигнал сформированного контура с учетом связей СУУ может быть записан следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{PB}(t) &= \Delta\delta_{PB}^{CA3}(t) - \Delta\delta_{PB}^{СУУ}(t) = \\ &= k_{yc} \left(k_{n_y} \Delta n_y(t) + k_i \int_{t_0}^t \Delta n_y(\tau) d\tau - k_{dn_y} \frac{dn_y(t)}{dt} \right) - \mu_{\omega_z} \omega_z - k_{n_y}^{СУУ} \Delta n_y^{СУУ}(t), \\ \Delta n_y(t) &= n_y^{зад} - n_y(t), \quad \Delta n_y^{СУУ}(t) = L^{-1} \left[\left(n_y(p) - 1 \right) \frac{1}{T_{n_y}^{СУУ} p + 1} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Докажем, что при такой конфигурации закона управления кроме астатизма по отношению к входному сигналу управления $\Delta n_y^{упр}$ также обеспечивается невозмущаемость сформированного контура перегрузки по отношению к некоторому возмущению $\Delta\delta_{PB}^{ВОЗМ}$:

$$\Delta\delta_{PB}(t) = \Delta\delta_{PB}^{CA3}(t) - \Delta\delta_{PB}^{СУУ}(t) + \Delta\delta_{PB}^{ВОЗМ}(t).$$

Структурная схема системы по отношению к входному возмущающему воздействию по рулю высоты $\Delta\delta_{PB}^{ВОЗМ}$ приведена на рис. 8.

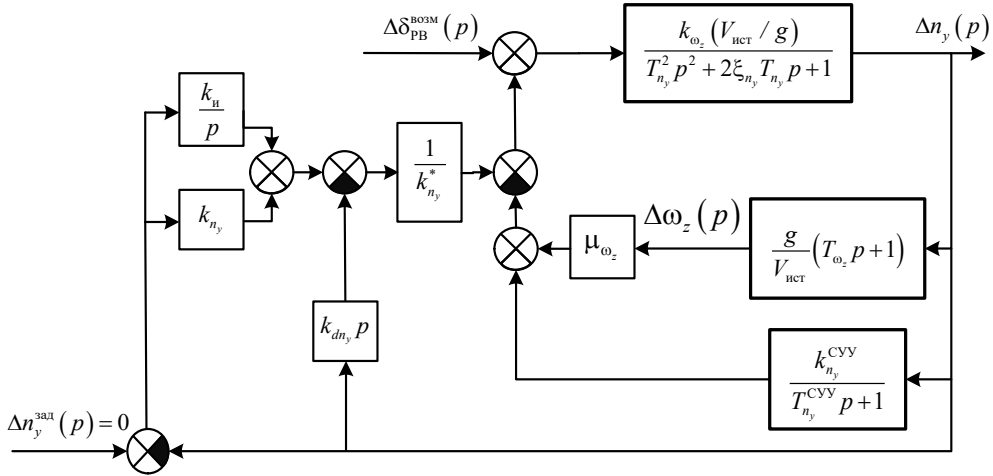


Рис. 8. Структурная схема контура с входным возмущающим воздействием $\Delta\delta_{PB}^{BOZM}$

На схеме рис. 8 структурно выделена цепь обратной связи на входное возмущение, передаточная функция имеет вид:

$$W_{BOZM}^{OC}(p) = \frac{(\mu_{\omega_z} (g/V)(T_{\omega_z} p + 1)(T_{n_y}^{CYU} p + 1) + k_{n_y}^{CYU}) p + ((T_{n_y}^{CYU} p + 1)/k_{n_y}^*)(k_{dn_y} p^2 + k_{n_y} p + k_{и})}{p(T_{n_y}^{CYU} p + 1)}. \quad (24)$$

Из выражения (24) следует, что в цепи обратной связи системы, присутствует интегрирующее звено. Тогда при $\Delta\delta_{PB}^{BOZM} = \text{const}$ к концу переходного процесса ошибка, вызванная возмущением, будет списана до нуля. Поэтому сформированный контур нормальной перегрузки обладает астатизмом 1-го порядка по возмущению.

Теперь, когда выполнен учет динамики системы СУУ и приводов, сформирован закон управления контура заданной перегрузки, проведем аналитический синтез системы, целью которого является определение зависимостей коэффициентов ПИ-Д регулятора в виде:

$$k_{n_y}, k_{и}, k_{dn_y} = f(T_{ж}, \xi_{ж}). \quad (25)$$

Полная структурная схема замкнутого контура нормальной перегрузки с законом управления (23) приведена на рис. 9 (стр. 70).

С учетом того, что линейная система «самолет-СУУ» с приводной частью (19) приведена к виду динамической системы 2-го порядка с параметрами $T_{ИКО}^{IP}$ и $\xi_{ИКО}^{IP}$, структурная схема на рис. 9 может быть преобразована к виду, представленному на рис. 10 (стр. 70).

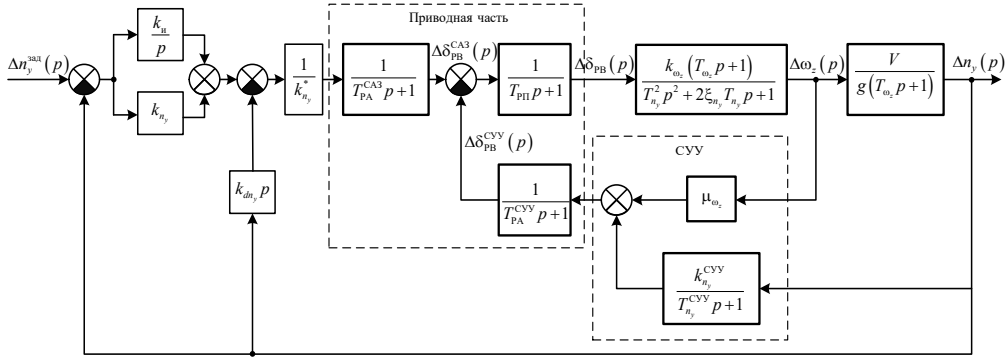


Рис. 9. Структурная схема замкнутого контура обработки перегрузки с системой СУУ и приводами

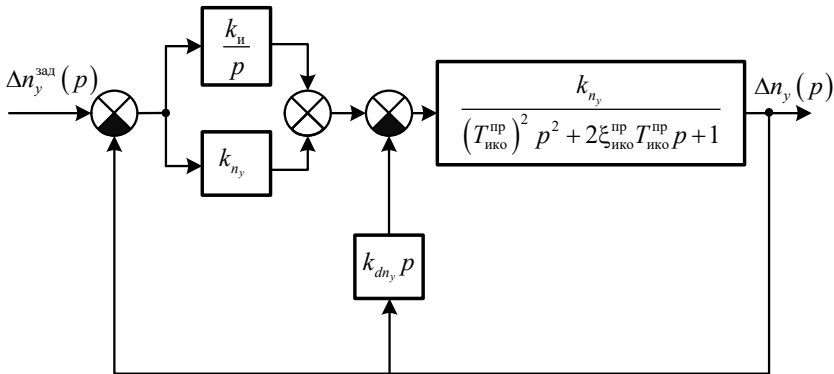


Рис. 10. Структурная схема замкнутого контура обработки перегрузки с учетом редуцированного объекта управления по методу оптимизации ИКО

Запишем передаточную функцию замкнутой системы, соответствующей рис. 10:

$$W_{\Delta n_y}^{\Delta n_y^{\text{зад}}} (p) = \frac{\frac{k_{n_y}}{k_{\text{и}}} p + 1}{\frac{T_{n_y}^2}{k_{\text{и}}} p^3 + \frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + k_{dn_y}}{k_{\text{и}}} p^2 + \frac{1 + k_{n_y}}{k_{\text{и}}} p + 1}. \quad (26)$$

Полученная передаточная функция (26) наглядно доказывает, что сигнал производной по перегрузке с коэффициентом k_{dn_y} обеспечивает присутствие коэффициентов регулятора во всех составляющих характеристического многочлена системы, что не может быть достигнуто введением в контур только ПИ-регулятора.

Найдем условия приведения системы с передаточной функцией (26) третьего порядка к системе более простого вида, что возможно с помощью деления многочлена знаменателя на многочлен числителя:

$$W_{\Delta n_y}^{\Delta n_y^{\text{зад}}}(p) = \frac{\frac{k_{n_y}}{k_{\text{и}}} p + 1}{\frac{T_{n_y}^2}{k_{\text{и}}} p^3 + \frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + k_{dn_y}}{k_{\text{и}}} p^2 + \frac{1 + k_{n_y}}{k_{\text{и}}} p + 1} \times \frac{1}{\frac{k_{n_y}}{k_{\text{и}}} p + 1}. \quad (27)$$

Нетрудно убедиться, что нулевой остаток от деления многочленов (27) достигается за счет выполнения следующего равенства:

$$\frac{1 + k_{n_y}}{k_{\text{и}}} - \frac{k_{\text{и}}}{k_{n_y}} \left(\frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + k_{dn_y}}{k_{\text{и}}} - \frac{T_{n_y}^2}{k_{n_y}} \right) = \frac{k_{n_y}}{k_{\text{и}}}. \quad (28)$$

В результате операции деления нацело полиномов (27) при выполнении условия (28) получается аналитическое выражение передаточной функции с желаемым характеристическим многочленом пониженного порядка:

$$W_{\text{ж}}(p) = \frac{1}{T_{\text{ж}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{ж}} T_{\text{ж}} p + 1} = \frac{1}{\frac{T_{n_y}^2}{k_{n_y}} p^2 + \frac{k_{\text{и}}}{k_{n_y}} \left(\frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + k_{dn_y}}{k_{\text{и}}} - \frac{T_{n_y}^2}{k_{n_y}} \right) p + 1}. \quad (29)$$

Для нахождения зависимостей (25) необходимо иметь систему минимум из 3-х линейных уравнений. Передаточная функция (29), полученная в результате деления полиномов, и условие нулевого остатка (28) как раз и формируют искомую систему уравнений:

$$\begin{cases} k_{n_y} = \frac{T_{n_y}^2}{T_{\text{ж}}^2}; \\ 2\xi_{\text{ж}} T_{\text{ж}} = \frac{k_{\text{и}}}{k_{n_y}} \left(\frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + k_{dn_y}}{k_{\text{и}}} - \frac{T_{n_y}^2}{k_{n_y}} \right); \\ \frac{1}{k_{\text{и}}} - \frac{k_{\text{и}}}{k_{n_y}} \left(\frac{2\xi_{n_y} T_{n_y} + k_{dn_y}}{k_{\text{и}}} - \frac{T_{n_y}^2}{k_{n_y}} \right) = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Решение системы уравнений (30) представляет собой результат аналитического синтеза сформированного ПИ-Д регулятора:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{n_y} = \frac{T_{n_y}^2}{T_{ж}^2}; \\ k_u = \frac{1}{2\xi_{ж}T_{ж}}; \\ k_{dn_y} = \frac{4T_{n_y}^2\xi_{ж}^2 - 4\xi_{n_y}T_{n_y}\xi_{ж}T_{ж} + T_{ж}^2}{2\xi_{ж}T_{ж}}. \end{array} \right. \quad (31)$$

Таким образом, зная выражения для функций (31), можно вычислить оптимальные значения коэффициентов сформированного регулятора, обеспечивающие желаемые динамические характеристики контура $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$.

Численные значения параметров ПИ-Д регулятора приведены в таблице 3. При вычислениях в качестве желаемых параметров были выбраны значения: постоянная времени $T_{ж} = 0,7$ для обеспечения времени переходного процесса порядка $t_n \approx 4T_{ж} \approx 3$ с; коэффициент затухания $\xi_{ж} = 0,95$ для исключения перерегулирования в переходном движении.

Таблица 3. Результаты аналитического синтеза ПИ-Д регулятора

№ п. п	Желаемые параметры		Результаты аналитического синтеза		
	$T_{ж}$	$\xi_{ж}$	k_{n_y}	k_u	k_{dn_y}
1	0,7	0,95	0,9554	0,7519	0,4561
2			0,6651		0,3160
3			0,4923		0,2710

Графики переходных процессов замкнутого контура перегрузки (рис. 9) с аналитически синтезированным ПИ-Д регулятором $n_y^{с\text{инт}}(t)$ для всех трех рассматриваемых режимов полета приведены на рис. 11.

Ошибки регулирования (отклонение от заданного желаемого переходного процесса) приведены на рис. 12 (стр. 74).

Максимальное отклонение наблюдается в начале переходного процесса и составляет не более $4 \cdot 10^{-2}$ единиц перегрузки. Порядок полученной ошибки регулирования совпадает с полученными ранее ошибками редукации системы в стандартное звено второго порядка, графики которых приведены на рис. 7.

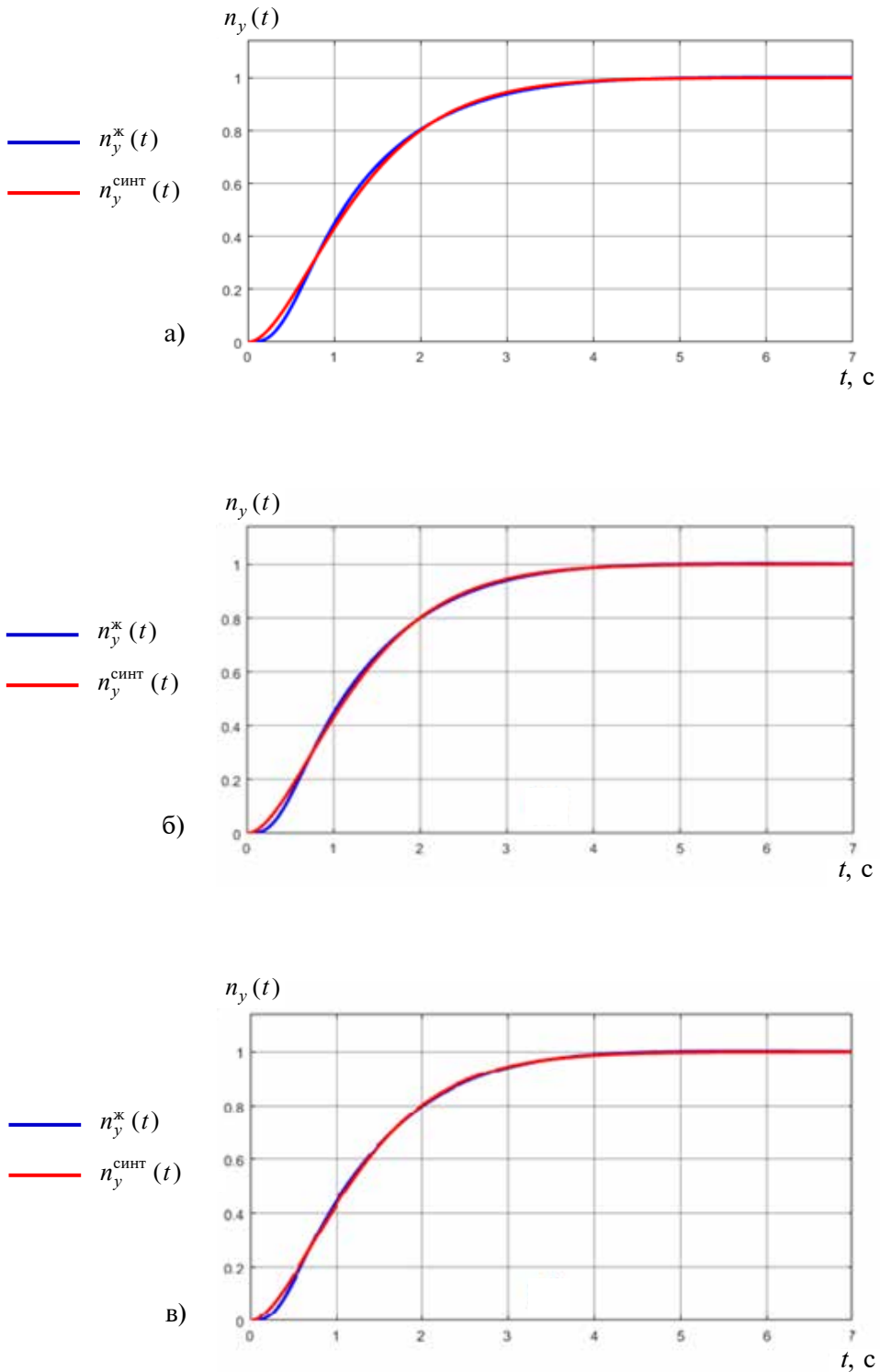


Рис. 11. Графики переходных процессов полностью замкнутого контура перегрузки с СУУ, приводами, синтезированным регулятором $n_y^синт(t)$ и желаемого эталонного звена $n_y^ж(t)$ для параметров движения № 1 (а), № 2 (б), № 3 (в)

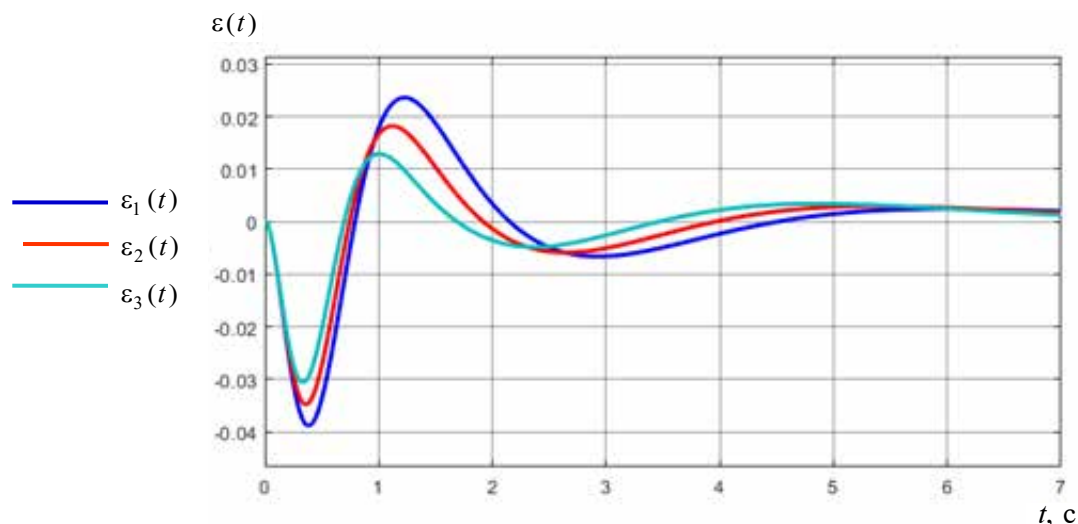


Рис. 12. Отклонения контура с аналитически синтезированным регулятором от желаемого переходного процесса для параметров движения № 1 (ε_1), № 2 (ε_2), № 3 (ε_3)

Полученные результаты аналитического синтеза астатического контура перегрузки с достаточно высокой точностью обеспечивают выбранные желаемые динамические характеристики системы, задаваемые эталонным аналогом вида (11).

Таким образом, предлагаемая методика использования интегральной квадратичной оценки в совокупности с численным алгоритмом оптимизации функции нескольких переменных позволяет полностью решить задачу учета динамики СУУ и динамики приводов.

Теперь проверим применимость численного метода ИКО к решению обратной задачи — определения коэффициентов регулятора. В этом случае искомыми аргументами функции ИКО будут коэффициенты ПИ-Д регулятора. Так как расчет коэффициентов регулятора будет осуществляться не аналитически, а с использованием алгоритма оптимизации, то рассматриваемая задача может быть названа как решение задачи численного синтеза контура обработки заданной перегрузки.

Алгоритм численного решения поставленной задачи выглядит следующим образом:

- задаются желаемые динамические характеристики контура перегрузки $T_{ж}$ и $\xi_{ж}$;

- задаются начальные приближения $T_{ж_0}$ и $\xi_{ж_0}$, а также область поиска, в которой ожидается наличие локального минимума ИКО;

- рассчитывается передаточная функция ошибки $E(p)$ как разность изображений переходного движения исходной динамической системы и эталонного аналога;

- с использованием полученных коэффициентов полиномов числителя и знаменателя функции $E(p)$ рассчитывается функция ИКО;
- оптимизация найденной функции ИКО в пространстве параметров закона управления методом Нелдера – Мида;
- результат поиска локального минимума функции ИКО, сформированной таким образом, представляет собой оптимальный результат синтеза закона управления.

Для нахождения функции ошибки $E(p)$ необходимо знать передаточную функцию замкнутого контура. При выполнении аналитического синтеза для удобства и простоты в законе управления была использована идеальная производная (22). В реальных системах для нахождения производной обычно применяют реальное дифференцирующее звено, которое одновременно играет роль фильтра для зашумленного сигнала перегрузки:

$$L\left[\frac{dn_y(t)}{dt}\right] = n_y(p) \frac{p}{T_{dn_y} p + 1}, \quad T_{dn_y} = 0,1. \quad (32)$$

Численное значение постоянной времени T_{dn_y} звена (32) выбрано близким к постоянным времени моделей рулевых агрегатов систем САЗ и СУУ (19).

Согласно структурной схеме на рис. 9, полная передаточная функция контура с регулятором и физическим звеном определения производной (32) записывается следующим образом:

$$W_{\Delta n_y}^{\Delta n_y^{\text{зад}}} (p) = \frac{W_{\Delta n_y}^{\text{прив}} (p) (k_{n_y} p + k_{\text{и}}) (T_{dn_y} p + 1)}{p (T_{dn_y} p + 1) + W_{\Delta n_y}^{\text{прив}} (p) (k_{dn_y} p^2 + (k_{n_y} p + k_{\text{и}}) (T_{dn_y} p + 1))}.$$

В общем виде она может быть представлена как:

$$W_{\Delta n_y}^{\Delta n_y^{\text{зад}}} (p) = \frac{B_4 p^4 + B_3 p^3 + B_2 p^2 + B_1 p + B_0}{A_8 p^8 + A_7 p^7 + A_6 p^6 + A_5 p^5 + A_4 p^4 + A_3 p^3 + A_2 p^2 + A_1 p + A_0}. \quad (33)$$

Коэффициенты многочлена числителя передаточной функции (33):

$$B_0 = k_{\text{и}} B_0^{\text{пр}}; \quad B_1 = k_{\text{и}} B_1^{\text{пр}} + B_0^{\text{пр}} (k_{n_y} + k_{\text{и}} T_{dn_y}); \quad B_2 = k_{\text{и}} B_2^{\text{пр}} + B_1^{\text{пр}} (k_{n_y} + k_{\text{и}} T_{dn_y}) + k_{n_y} T_{dn_y} B_0^{\text{пр}};$$

$$B_3 = B_2^{\text{пр}} (k_{n_y} + k_{\text{и}} T_{dn_y}) + k_{n_y} T_{dn_y} B_1^{\text{пр}}; \quad B_4 = k_{n_y} T_{dn_y} B_2^{\text{пр}}.$$

Коэффициенты многочлена знаменателя передаточной функции (33):

$$A_0 = k_{и} B_0^{пп}; A_1 = A_0^{пп} + k_{и} B_1^{пп} + B_0^{пп} (k_{n_y} + k_{и} T_{dn_y});$$

$$A_2 = A_1^{пп} + k_{и} B_2^{пп} + T_{dn_y} A_0^{пп} + B_0^{пп} (k_{dn_y} + k_{n_y} T_{dn_y}) + B_1^{пп} (k_{n_y} + k_{и} T_{dn_y});$$

$$A_3 = A_2^{пп} + T_{dn_y} A_1^{пп} + B_1^{пп} (k_{dn_y} + k_{n_y} T_{dn_y}) + B_2^{пп} (k_{n_y} + k_{и} T_{dn_y});$$

$$A_4 = A_3^{пп} + T_{dn_y} A_2^{пп} + B_2^{пп} (k_{dn_y} + k_{n_y} T_{dn_y}); A_5 = A_4^{пп} + T_{dn_y} A_3^{пп};$$

$$A_6 = A_5^{пп} + T_{dn_y} A_4^{пп}; A_7 = A_6^{пп} + T_{dn_y} A_5^{пп}; A_8 = T_{dn_y} A_6^{пп}.$$

Функция ИКО в данном случае будет иметь еще больший порядок числителя $m = 8$ и знаменателя $n = 10$ и по сравнению с предыдущими задачами, а именно

$$E(p) = \frac{(B_4 p^4 + B_3 p^3 + B_2 p^2 + B_1 p + B_0)(T_{ж}^2 p^2 + 2\xi_{ж} T_{ж} p + 1) - (A_8 p^8 + \dots + A_1 p + A_0)}{(A_8 p^8 + A_7 p^7 + \dots + A_1 p + A_0)(T_{ж}^2 p^2 + 2\xi_{ж} T_{ж} p + 1)} \cdot \frac{1}{p} =$$

$$= \frac{b_0 p^8 + b_1 p^7 + \dots + b_7 p + b_8}{a_0 p^{10} + a_1 p^9 + a_2 p^8 + \dots + a_9 p + a_{10}} \cdot \frac{1}{p}.$$

Для реализации описанного алгоритма численного синтеза была разработана программа в среде Matlab, результаты работы которой сведены в таблицу 4.

Таблица 4. Результаты численного синтеза ПИ-Д регулятора

№ п. п.	Желаемые параметры		Численный синтез с идеальной производной (22)			Численный синтез с реальным дифференциру- ющим звеном (32)		
	$T_{ж}$	$\xi_{ж}$	k_{n_y}	k_u	k_{dn_y}	k_{n_y}	k_u	k_{dn_y}
1	0,7	0,95	0,9613	0,7530	0,5025	0,8678	0,7514	0,3838
2			0,6674	0,7525	0,3380	0,6045	0,7511	0,2582
3			0,4934	0,7520	0,2770	0,4430	0,7509	0,2136

Для работы программы в качестве начального приближения коэффициентов ПИ-Д регулятора было выбрано значение $k_{n_y,0} = k_{и0} = k_{dn_y,0} = 0,5$, область поиска минимума ИКО составляет от 0,01 до 10 для всех трех искоемых параметров.

Из таблицы 4 видно, что результаты численного синтеза в случае использования производной (22) получаются достаточно близкими к результатам аналитического синтеза, что доказывает корректность работы разработанного алгоритма и адекватность полученных результатов.

Полученные коэффициенты, приведенные во второй части таблицы 4, фактически представляют собой уточненные коэффициенты ПИ-Д регулятора для случая применения физически реализуемой производной (32) в рассматриваемом контуре перегрузки. Для этого случая на рис. 13 приводятся графики отработки перегрузки с численно синтезированным регулятором $n_y^{\text{ИКО}}(t)$ для трех вариантов полета в сравнении с желаемым переходным процессом $n_y^{\text{Ж}}(t)$.

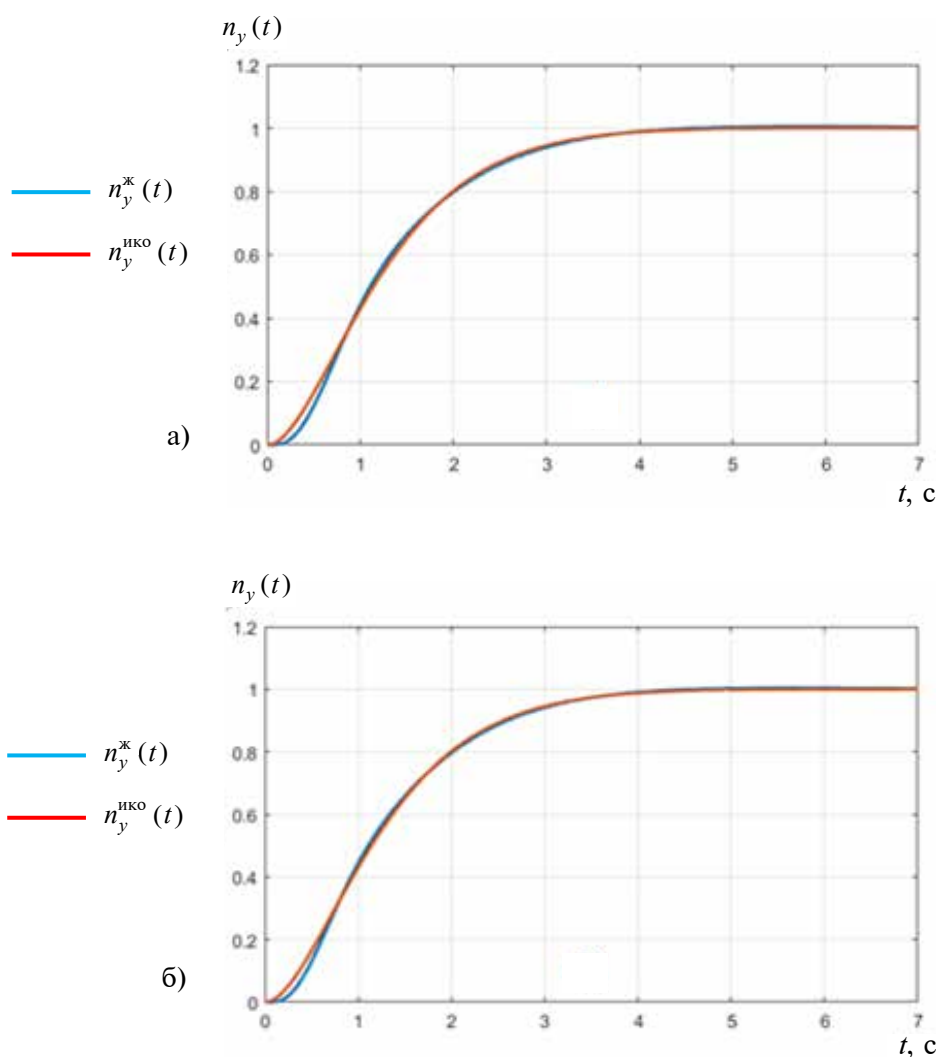


Рис. 13. Результаты численного синтеза контура перегрузки для трех рассматриваемых режимов полета в сравнении с выбранным желаемым переходным процессом

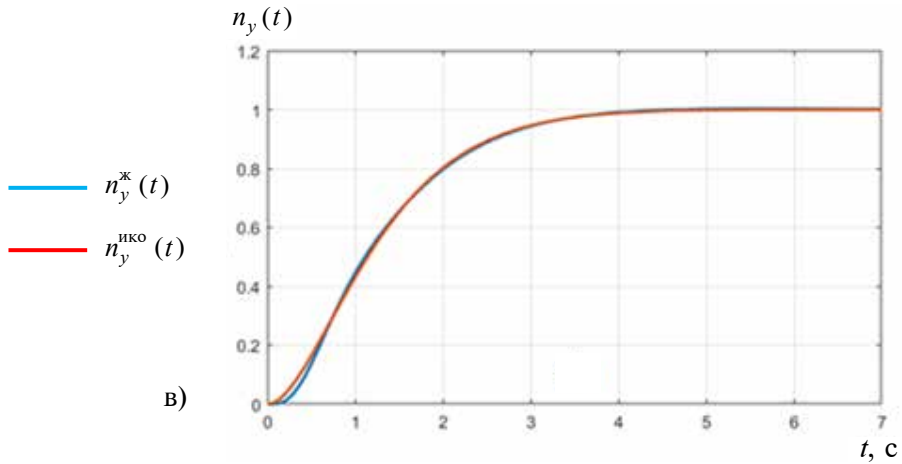


Рис. 13 (продолжение). Результаты численного синтеза контура перегрузки для трех рассматриваемых режимов полета в сравнении с выбранным желаемым переходным процессом

Графики ошибок регулирования на рис. 14, соответствующие трем вариантам рис. 13, подтверждают, что алгоритм численного синтеза для случая с производной (32) в контуре обеспечивает ошибку регулирования не хуже, чем при аналитическом синтезе (рис. 12).

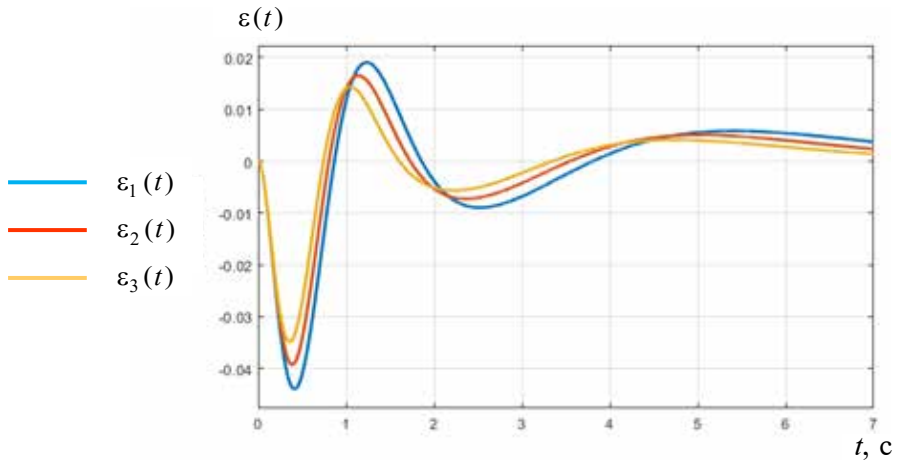


Рис. 14. Ошибки регулирования $\varepsilon(t)$ при численном синтезе с реальным дифференцирующим венном в контуре для трех рассматриваемых режимов полета

Для подтверждения достоверности полученных результатов и возможности применения их на реальном объекте управления в полную математическую модель, для которой выполнялась процедура идентификации и расчет параметров движения (5) и (6), был внедрен синтезированный закон управления нормальной перегрузки (23) в двух вариантах определения производной по перегрузке: (22) и (32).

Сравнение переходного процесса отработки заданной перегрузки $\Delta n_y^{\text{зад}} = 0,15$ полной математической моделью $n_y^{\text{нелин}}(t)$ с заданным желаемым процессом $n_y^{\text{ж}}(t)$ с параметрами $T_{\text{ж}} = 0,7$ и $\xi_{\text{ж}} = 0,95$ приведены на рис. 15 и 16.

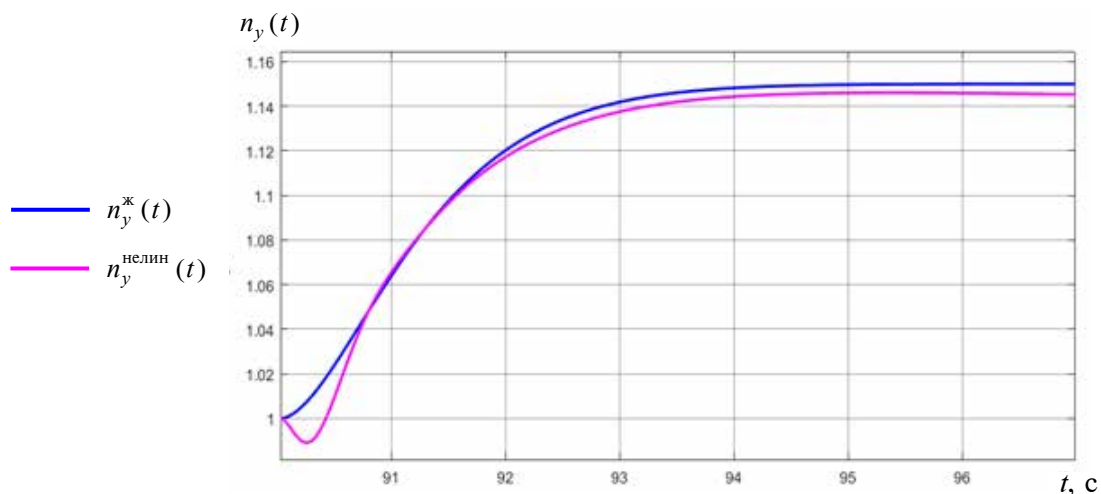


Рис. 15. Сравнение отработки заданной перегрузки нелинейной математической моделью с численно синтезированным регулятором с производной вида (22) и эталонной динамической системой второго порядка

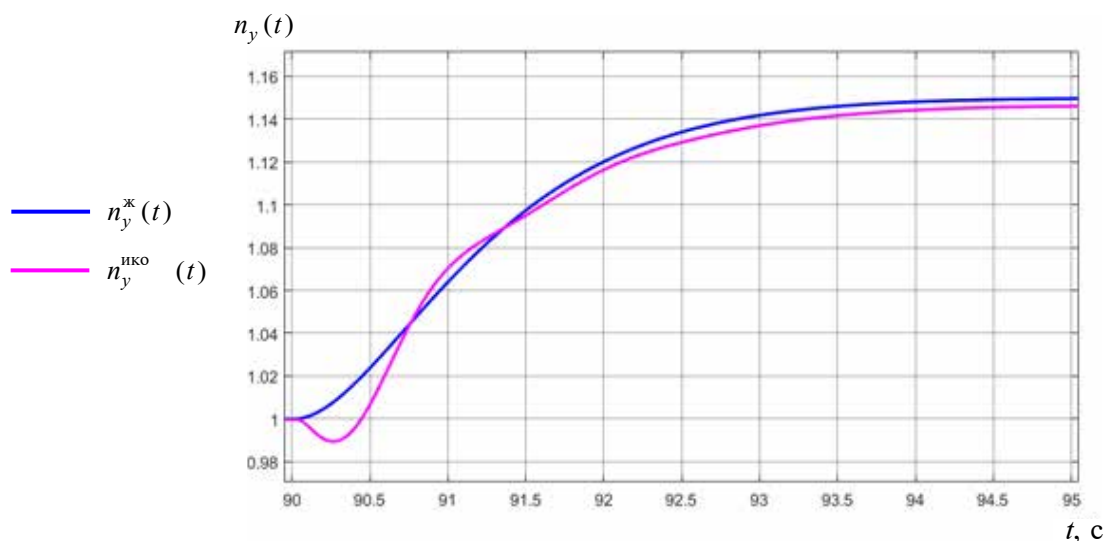


Рис. 16. Сравнение отработки заданной перегрузки полной математической моделью с численно синтезированным регулятором и физической производной (32) и эталонной динамической системой второго порядка

Следует отметить, что перерегулирование в начале переходного процесса полной математической модели $n_y^{\text{нелин}}(t)$ обусловлено тем, что полная передаточная функция перегрузки по рулю высоты имеет в числителе полином 2-го порядка:

$$W_{\Delta n_y}^{\Delta \delta_{\text{PB}}}(p) = \frac{V}{g 57,3} \frac{\bar{Y}_y^{\delta_{\text{PB}}} T_{n_y}^2 p^2 + \bar{Y}_y^{\delta_{\text{PB}}} T_{n_y}^2 (-\bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}) p + k_{\omega_z}}{T_{n_y}^2 p^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} p + 1}. \quad (34)$$

В результате равенства порядков числителя и знаменателя отклонение секций руля высоты вызывает почти мгновенную реакцию самолета по перегрузке в системе (34), что практически не влияет на результат выхода самолета на заданное приращение перегрузки по сравнению с упрощенной моделью.

Из графиков на рис. 15 и 16 видно, что синтезированный закон управления с достаточно высокой точностью обеспечивает сходимость с желаемым переходным процессом, однако, рассогласование на рис. 16 в начале переходного процесса заметно больше в сравнении с рис. 15. Это вызвано использованием звена физической производной (32), в результате чего в контуре появляется дополнительная инерционная обратная связь.

График динамического рассогласования с желаемым переходным процессом, соответствующий системе с производной (32) в регуляторе перегрузки, приведен на рис. 17. Первое пиковое отклонение на рис. 17, как уже было сказано ранее, можно не рассматривать, тогда максимальное рассогласование составляет не более $6,7 \cdot 10^{-3}$ единиц перегрузки.

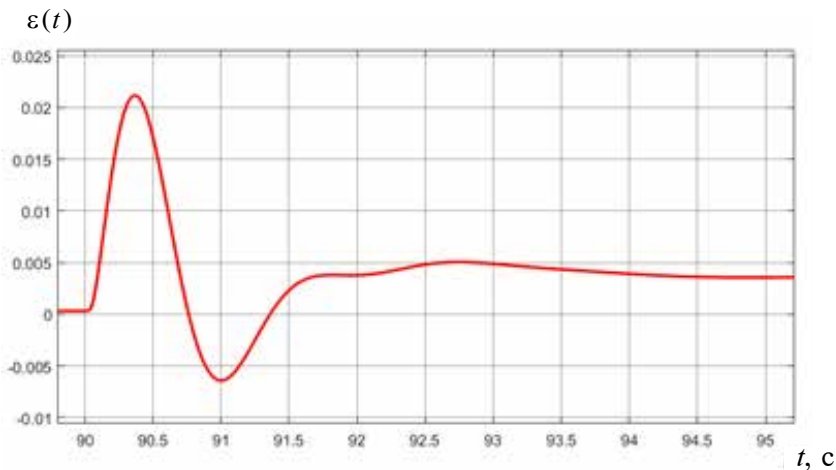


Рис. 17. График отклонения перегрузки синтезированного контура с полной математической моделью объекта и производной (32) от заданного желаемого переходного процесса

Полученные результаты доказывают, что предлагаемый алгоритм может быть применен при решении задачи синтеза численным способом.

В результате разработана методика, позволяющая решить задачу учета динамики системы СУУ и приводов в задаче аналитического синтеза астатического регулятора в контуре отработки нормальной перегрузки тяжелого самолета путем поиска локального минимума интегральной квадратичной оценки с помощью метода оптимизации Нелдера – Мида. Разработанный алгоритм численного синтеза на основе минимизации функционала ИКО позволяет при заданной структуре контура управления определять коэффициенты регулятора, что может быть использовано для синтеза режимов автоматического управления продольного и бокового каналов.

Литература

1. Динамика полета: Учебник для студентов высших учебных заведений. Изд. 2-е, испр. и доп. А. В. Ефремов, В. Ф. Захарченко, В. Н. Овчаренко и др.; под ред. Г. С. Бюшгенса. – М.: Машиностроение. – Полет, 2017. – 776 с.: ил.
2. Гуськов Ю. П., Загайнов Г. И. Управление полетом самолетов: Учебник для авиационных вузов. – М.: Машиностроение, 1980. – 213 с.
3. Тарарыкин С. В., Аполонский В. В. Методы синтеза редуцированных полиномиальных регуляторов динамических систем. Мехатроника, автоматизация, управление. 2015, 16(2). – С. 75–81.
4. Кочетков Ю. А. Основы автоматики авиационного оборудования. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1995. – 574 с.
5. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб, Изд-во «Профессия», 2003. – 752 с
6. Рыжиков Ю. И. Вычислительные методы. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 400 с.
7. Куликов В. Е. Траекторный автопилот с астатическим регулятором в продольном канале управления самолетом. // Навигация и управление летательными аппаратами. М.: МИЭА, 2024. Вып. 44. – С. 43–72.
8. Гуляев С. В., Кузнецов С. И., Малахов В. А., Ольшванг В. Р., Шубладзе А. М. Быстродействующие адаптивные следящие ПИ системы управления ТП. // Автоматизация в промышленности, № 3, 2012. – С. 12–15.