

УДК 629.7.058

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕГО ПОПЕРЕЧНОГО КАНАЛА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЕТА

*Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, д. т. н., профессор,
Виктория Александровна КУЛЬБАКА,
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru*

Рассмотрен подход к аналитическому синтезу быстродействующей системы стабилизации крена с помощью поперечного канала управления самолета. Задача синтеза решена на основе метода обратной задачи модального управления для создания астатического по возмущению контура управления креном с минимальным перерегулированием при высоком быстродействии. Комбинированная структура контура управления функционирует при максимально допустимом отклонении элеронов и обеспечивает астатизм по возмущению вблизи заданного крена. Показано влияние приводов канала управления элеронов на процесс выхода самолета на заданный крен. Полученные результаты иллюстрированы графическим материалом.

***Ключевые слова:** аналитический синтез, замкнутый контур крена, желаемые параметры, переключение структур, переходный процесс, быстродействие, перерегулирование.*

ANALYTICAL SYNTHESIS OF QUICK RESPONSE AIRCRAFT AUTOMATIC LATERAL CONTROL CHANNEL

*Vladimir E. KULIKOV, D. Sc. in Engineering, professor,
Victoriya A. KULBAKA,
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru*

The article discusses an approach to analytical synthesis of quick response roll stabilization system using aircraft lateral control channel. The synthesis task is solved by the method of modal control inverse problem used for creating astatic at disturbance roll control loop with minimum overshoot during quick response. The combined control loop structure operates with the maximum allowable aileron deflection and provides astatism at disturbance near the target roll. The influence of aileron control channel actuators on the process of aircraft reaching the target roll is shown. The results obtained are illustrated with graphic material.

***Keywords:** analytical synthesis, closed roll loop, desired parameters, structures switching, step response, quick response, overshoot.*

Задача автоматизации выхода самолета на заданный угол крена с использованием канала поперечного управления имеет классическое решение [1, 2]. Это решение основано на применении модели движения изолированного крена [3] в предположении малости угла скольжения $\beta \approx 0$. Практическая оправданность такого допущения определяется построением контура управления рысканием, решающим задачу стабилизации нулевой боковой перегрузки с помощью руля направления. При выполнении координированных разворотов это условие обеспечивается, поэтому перекрестные моменты вращения самолета в общем боковом движении малы и не оказывают существенного влияния на движение по крену.

Анализ результатов полетов показал недостаточное быстродействие предложенного ранее контура крена. Рассмотрим получение закона управления крена в постановке обратной задачи модального управления [4]. Имеет место следующая модель изолированного движения крена [5, 6]:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x = -\bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_{эл}} \delta_{эл}, \\ \dot{\gamma} = \omega_x, \end{cases} \quad (1)$$

где ω_x — угловая скорость вращения по крену, γ — угол крена, $\delta_{эл}$ — угол отклонения элеронов, $\bar{M}_x^{\omega_x}$, $\bar{M}_x^{\delta_{эл}}$ — производные поперечного момента по угловой скорости крена и элеронов.

Рассмотрим правила настройки параметров закона управления стандартного типа при безынерционном отклонении элеронов, который в операторной форме преобразования Лапласа имеет вид [7, стр. 88]:

$$\delta_{эл}(p) = k_{\Delta\gamma} \Delta\gamma(p) - k_{\dot{\gamma}} p \gamma(p), \quad \Delta\gamma(p) = \gamma_{зад}(p) - \gamma(p). \quad (2)$$

Структурная схема «идеального» статического контура управления креном на основании (1) и (2) примет вид, показанный на рис. 1.

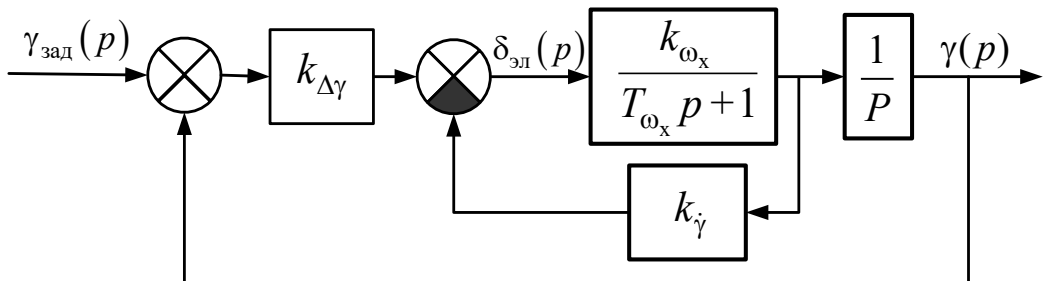


Рис. 1. Структурная схема идеального статического контура крена

Соответствующая рис. 1 передаточная функция отработки заданного крена равна

$$W_{\gamma}^{\gamma_{\text{зад}}}(p) = \frac{k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}}{T_{\omega_x}p^2 + (1 + k_{\dot{\gamma}}k_{\omega_x})p + k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}}, \quad T_{\omega_x} = \frac{1}{\bar{M}_x^{\omega_x}}, \quad k_{\omega_x} = \frac{\bar{M}_x^{\delta_{\text{эл}}}}{\bar{M}_x^{\omega_x}}, \quad (3)$$

где T_{ω_x} , k_{ω_x} — известные постоянная времени и коэффициент усиления контура угловой скорости крена самолета (неизменяемой части объекта управления).

Выражение (3) преобразуем к виду, удобному для анализа динамических свойств контура

$$W_{\gamma}^{\gamma_{\text{зад}}}(p) = \frac{1}{T_{\text{ж}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{ж}}T_{\text{ж}}p + 1}, \quad T_{\text{ж}} = \frac{\sqrt{T_{\omega_x}}}{\sqrt{k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}}}, \quad \xi_{\text{ж}} = \frac{1 + k_{\dot{\gamma}}k_{\omega_x}}{2\sqrt{k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}T_{\omega_x}}}, \quad (4)$$

где $T_{\text{ж}}$ и $\xi_{\text{ж}}$ — желаемые постоянная времени и относительный коэффициент затухания полученного с помощью закона управления (2) замкнутого контура выхода на заданный крен. Задавая величины $T_{\text{ж}}$, $\xi_{\text{ж}}$ из формул (4), для этих параметров можно определять настраиваемые коэффициенты регулятора крена $k_{\Delta\gamma}$ и $k_{\dot{\gamma}}$.

Заметим, что даже при условии $k_{\dot{\gamma}} = 0$ система (4) всегда будет асимптотически устойчива, но при больших значениях $k_{\Delta\gamma}$ колебательна. Найдем для этого условия максимально возможный коэффициент $k_{\Delta\gamma}$ для быстродействующего контура (4) при $\xi_{\text{ж}} = 1/\sqrt{2}$:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}T_{\omega_x}}} \Rightarrow k_{\Delta\gamma} = \frac{1}{2k_{\omega_x}T_{\omega_x}}. \quad (5)$$

Для получения процессов в замкнутом контуре без перерегулирования желательно заказывать эталонный контур в аperiodическом варианте исполнения. В нашем случае аperiodическое звено второго порядка без перерегулирования будет иметь максимальное быстродействие при действительных кратных корнях, то есть при $T_{\text{ж}} = 1$. Тогда при соответствующей подстановке $\xi_{\text{ж}}$ в (4) полученного коэффициента $k_{\Delta\gamma}$ найдем решение для $k_{\dot{\gamma}}$, а именно:

$$1 = \frac{1 + k_{\dot{\gamma}}k_{\omega_x}}{2\sqrt{k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}T_{\omega_x}}} \Rightarrow 1 = \frac{1 + k_{\dot{\gamma}}k_{\omega_x}}{\sqrt{2}} \Rightarrow k_{\dot{\gamma}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{k_{\omega_x}}. \quad (6)$$

Желаемая постоянная времени контура крена из (4) при результате (5) будет равна

$$T_{\text{ж}} = \sqrt{2}T_{\omega_x}. \quad (7)$$

Если одновременно задавать желаемую постоянную времени $T_{\text{ж}}$ и $\xi_{\text{ж}} = 1$ (для получения апериодического переходного процесса), то, согласно (4), искомые коэффициенты будут получены в общем виде:

$$k_{\Delta\gamma} = \frac{T_{\omega_x}}{k_{\omega_x} T_{\text{ж}}^2}, \quad k_{\dot{\gamma}} = \frac{2T_{\omega_x} - T_{\text{ж}}}{k_{\omega_x} T_{\text{ж}}}. \quad (8)$$

Анализ выражений (8) показывает, что граница диапазона задаваемых значений желаемой постоянной времени сверху составляет $2T_{\omega_x}$, а снизу не может быть по физическим соображениям меньше постоянной времени контура угловой скорости крена T_{ω_x} . Тогда желаемые динамические параметры контура крена для закона управления (2) лежат в пределах

$$\xi_{\text{ж}} = 1, \quad T_{\text{ж}} \in (T_{\omega_x}, 2T_{\omega_x}). \quad (9)$$

Для самого быстродействующего случая при $T_{\text{ж}} = T_{\omega_x}$ коэффициенты настройки будут равны

$$k_{\Delta\gamma} = \frac{1}{k_{\omega_x} T_{\omega_x}}, \quad k_{\dot{\gamma}} = \frac{1}{k_{\omega_x}} \quad (10)$$

и аналитически зависеть только от параметров движения свободного самолета по угловой скорости крена k_{ω_x} и T_{ω_x} . После подстановки (10) в (4) получаем следующую передаточную функцию отработки крена в варианте структуры (рис. 1):

$$W_{\gamma}^{\text{зад}}(p) = \frac{1}{(T_{\omega_x} p + 1)(T_{\omega_x} p + 1)}. \quad (11)$$

Рис. 2 иллюстрирует полученные желаемые процессы отработки контуром (3) единичной ступеньки при значениях коэффициентов (8), соответствующих желаемым постоянным времени $T_{\text{ж}} = T_{\omega_x}$, $\sqrt{2}T_{\omega_x}$, $2T_{\omega_x}$ на примере замыкания законом (2) исходной динамической системы угловой скорости крена с параметрами

$$k_{\omega_x} = 0,51 \text{ и } T_{\omega_x} = 0,67 \text{ с.} \quad (12)$$

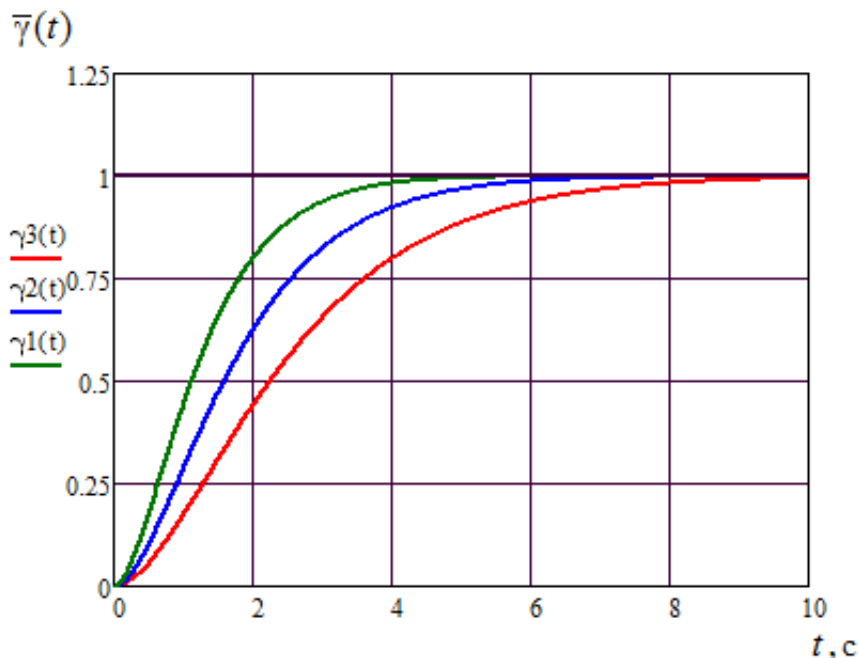


Рис. 2. Переходные процессы по крену при значениях желаемой постоянной времени:
 $T_{\text{ж}} = T_{\omega_x}$ ($\gamma_1(t)$ зеленый цвет), $T_{\text{ж}} = \sqrt{2}T_{\omega_x}$ ($\gamma_2(t)$ синий цвет),
 $T_{\text{ж}} = 2T_{\omega_x}$ ($\gamma_3(t)$ красный цвет)

Фактически всегда получаемый таким образом контур крена является динамической апериодической системой второго порядка с кратными корнями, имеющей постоянную времени в диапазоне (9). Наиболее быстродействующей является система с желаемой постоянной времени $T_{\text{ж}} = T_{\omega_x}$. Тогда остановимся на рациональном варианте назначения параметров эталонного быстродействующего контура крена:

$$\xi_{\text{ж}} = 1, T_{\text{ж}} = T_{\omega_x}, \quad (13)$$

для которого найдены (10) коэффициенты настройки регулятора.

Рассмотренная структура (рис. 1) с передаточной функцией (3) имеет астатизм первого порядка по входу, но не имеет астатизма по возмущению, например, при возникновении несимметрии в поперечном канале управления. Для обеспечения высокоточного управления по крену в условиях действующих возмущений дополним предложенную без изменения настроек структуру (рис. 1) включением в ее прямую цепь интегрального звена и дополнительной обратной связи по крену, как показано на рис. 3.

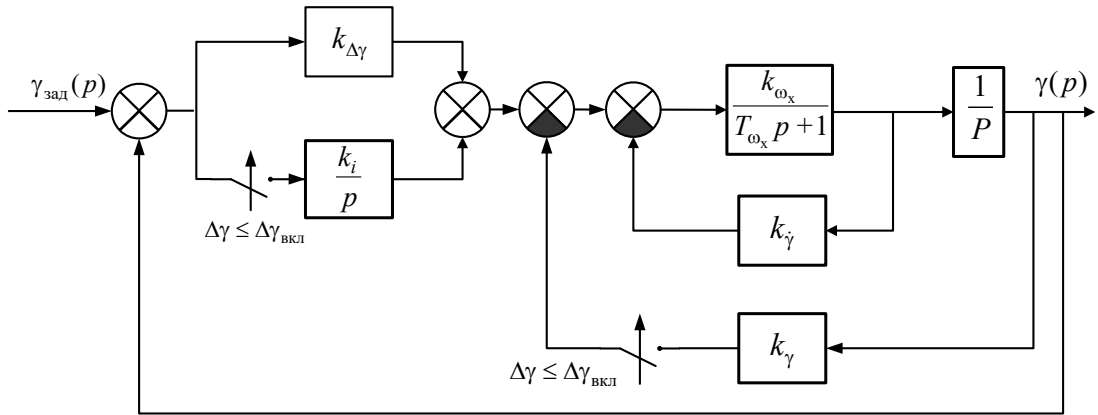


Рис. 3. Структурная схема интегрального контура крена

В структуре рис. 3 показаны ключи подключения интеграла и сопрягаемого с ним дополнительного сигнала по крену. Эта коммутация происходит при подходе крена к заданному значению, тем самым исключается возможность работы интегрального контура при выходе элеронов на ограничение, выделенное для работы САУ. Использование максимального отклонения элеронов является штатной ситуацией для обеспечения максимально располагаемого быстродействия контура крена, для которого нахождение элерона на «упоре» не является критическим. Таким контуром является синтезированный контур с передаточной функцией (11), работающий «в большом», а интегральный контур будет работать «в малом».

Соответствующая рисунку 3 передаточная функция интегрального контура описывает полностью астатическую (по входу и по возмущению) систему управления креном и имеет вид:

$$\widehat{W}_{\gamma}^{\gamma_{зад}}(p) = \frac{k_{\Delta\gamma}k_{\omega_x}p + k_i k_{\omega_x}}{T_{\omega_x}p^3 + (1 + k_{\gamma}k_{\omega_x})p^2 + k_{\omega_x}(k_{\Delta\gamma} + k_{\gamma})p + k_i k_{\omega_x}}. \quad (14)$$

Введение дополнительного сигнала обратной связи по крену с коэффициентом k_{γ} одновременно с введением интегрирующего звена с коэффициентом k_i допускает возможность деления полинома знаменателя на полином числителя с приведением системы 3-го порядка к простой структуре 2-го порядка. Такую редукцию обеспечивает схема построения системы (рис. 3) как ПИ-П регулятора [8], что позволяет избежать дополнительного перерегулирования переходного процесса, вызванного дифференцирующим звеном в числителе передаточной функции (13).

В результате алгебраического деления полинома знаменателя на полином числителя полиномиальной функции (13) с нулевым остатком получим новый характеристический полином системы (рис. 3):

$$\frac{T_{\omega_x}}{k_{\omega_x} k_{\Delta\gamma}} p^2 + \frac{1 + k_{\dot{\gamma}} k_{\omega_x} - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} T_{\omega_x}}{k_{\omega_x} k_{\Delta\gamma}} p + 1 \quad (15)$$

и уравнение нулевого остатка

$$k_{\dot{\gamma}} k_{\omega_x} - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left(1 + k_{\dot{\gamma}} k_{\omega_x} - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} T_{\omega_x} \right) = 0. \quad (16)$$

Введем обозначения для полинома (15), который будем считать желаемым и, с учетом (16), запишем полученную после деления передаточную функцию в стандартном виде ее полинома

$$\frac{1}{\widehat{T}_{\text{ж}}^2 p^2 + 2\widehat{\xi}_{\text{ж}} \widehat{T}_{\text{ж}} p + 1}, \quad \widehat{T}_{\text{ж}} = \sqrt{\frac{T_{\omega_x}}{k_{\omega_x} k_{\Delta\gamma}}}, \quad \widehat{\xi}_{\text{ж}} = \frac{k_{\dot{\gamma}}}{2k_i \widehat{T}_{\text{ж}}}. \quad (17)$$

Будем решать задачу для полученных ранее настроек (10) «статического» контура (11), тогда после подстановки выражений (10) в (17) параметры желаемого редуцированного контура будут равны

$$\widehat{W}_{\dot{\gamma}}^{\text{зад}}(p) = \frac{1}{\widehat{T}_{\text{ж}}^2 p^2 + 2\widehat{\xi}_{\text{ж}} \widehat{T}_{\text{ж}} p + 1}, \quad \widehat{T}_{\text{ж}} = T_{\omega_x}, \quad \widehat{\xi}_{\text{ж}} = \frac{k_{\dot{\gamma}}}{2k_i T_{\omega_x}}. \quad (18)$$

Заметим, что в рассматриваемом варианте желаемая постоянная времени $\widehat{T}_{\text{ж}}$ сохранила значение исходной постоянной времени контура угловой скорости вращения по крену. Из (18) следует:

$$k_i = \frac{k_{\dot{\gamma}}}{2\widehat{\xi}_{\text{ж}} T_{\omega_x}}. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (16) получаем уравнение для нахождения коэффициента $k_{\dot{\gamma}}$

$$k_{\omega_x} T_{\omega_x} k_{\dot{\gamma}} + 4\widehat{\xi}_{\text{ж}} (1 - \widehat{\xi}_{\text{ж}}) = 0, \quad (20)$$

имеющее решение

$$k_{\dot{\gamma}} = \frac{4\widehat{\xi}_{\text{ж}} (1 - \widehat{\xi}_{\text{ж}})}{k_{\omega_x} T_{\omega_x}}. \quad (21)$$

Тогда после подстановки (21) в (19) получим:

$$k_i = \frac{2(1 - \hat{\xi}_{\text{ж}})}{k_{\omega_x} T_{\omega_x}^2}. \quad (22)$$

Анализ решений (21) и (22) показывает, что величина желаемого относительного коэффициента затухания не может быть равна единице $\hat{\xi}_{\text{ж}} \neq 1$, как было возможно для контура (11), иначе должно выполняться условия $k_\gamma = 0$, $k_i = 0$ и контур не сможет стать астатическим. Таким образом установлено, что интегральный контур крена может быть только колебательным. Для обеспечения близости переходных процессов редуцированного контура (18) и контура (11) потребуем выполнение условия малого перерегулирования Δh для колебательного звена (18) — не более 0,5%:

$$\Delta h = e^{-\frac{\pi \hat{\xi}_{\text{ж}}}{\sqrt{1 - \hat{\xi}_{\text{ж}}^2}}} \leq 0,005. \quad (23)$$

Перерегулированию (23) соответствует желаемый относительный коэффициент затухания

$$\hat{\xi}_{\text{ж}} = 0,86, \quad (24)$$

гарантирующий практическое отсутствие в переходном движении перерегулирования.

Следует сказать, что назначение желаемого относительного коэффициента затухания, с учетом (24), может находиться в пределах: $0,86 \leq \hat{\xi}_{\text{ж}} < 1$.

Однако при этом следует обращать внимание на полученную постоянную времени полинома числителя

$$T_i = \frac{k_{\Delta\gamma}}{k_i} = \frac{T_{\omega_x}}{2(1 - \hat{\xi}_{\text{ж}})}, \quad (25)$$

величина которой будет влиять на длительность переходного движения «подтягивания» к заданному крену после включения интегральной структуры в контур управления. Поэтому остановимся на полученном значении (24) для дальнейшего синтеза системы.

При сохранении настроек (10) статического по возмущению контура (3), работающего «в большом» с максимальной скоростью изменения крена, в том числе с ограничением на отклонение элеронов, коэффициенты (21), (22) и их соотношение при величине (24) для интегрального астатического по возмущению контура определяются выражениями:

$$k_i = \frac{0,28}{k_{\omega_x} T_{\omega_x}^2}, \quad k_\gamma = \frac{0,4816}{k_{\omega_x} T_{\omega_x}}, \quad \frac{k_\gamma}{k_i} = 1,72 T_{\omega_x}. \quad (26)$$

Следует обратить внимание на то, что все найденные коэффициенты интегрального контура крена $k_{\Delta\gamma}$, $k_{\dot{\gamma}}$, k_i , k_γ являются функциями параметров контура угловой скорости вращения крена (3) T_{ω_x} и k_{ω_x} . То есть получено решение по методу обратной задачи модального управления, при котором корни синтезированного замкнутого контура управления с желаемой динамикой движения полностью определяются параметрами неизменяемого объекта управления. Соотношение k_γ/k_i играет важную роль в обеспечении редукции интегрального контура до звена второго порядка.

Переходный процесс интегрального контура (14) с параметрами (26) в сравнении с переходным процессом статического по возмущению контура (3) при параметрах (12) свободного объекта показан на рис. 4.

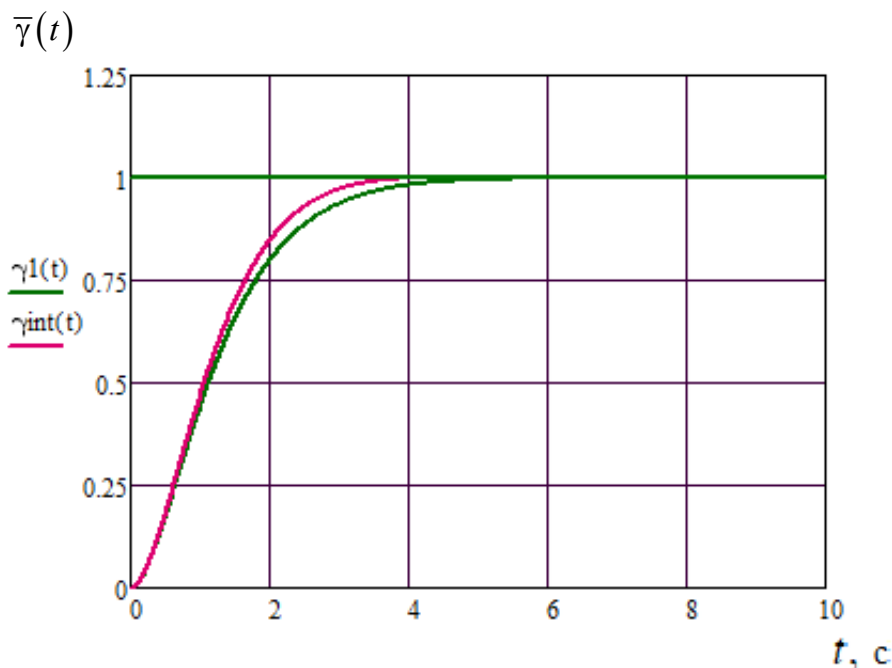


Рис. 4. Переходные процессы при $T_{ж} = T_{\omega_x}$ для статического ($\gamma I(t)$ зеленый цвет) и интегрального ($\gamma_{int}(t)$ малиновый цвет) контуров

Как следует из сравнения графиков (рис. 4), обе системы, являясь практически апериодическими, имеют также почти совпадающее время переходного процесса. Таким образом, полученные две системы имеют фактически одинаковые динамические характеристики, что позволяет на конечном этапе переходного движения по крену замещать статический

контур управления на астатический для обеспечения высокоточной стабилизации заданного крена в условиях возмущений. То есть предложенный метод синтеза астатического по возмущению контура крена позволяет использовать интегральный контур совместно со статическим.

Так как передаточная функция по входу интегрального редуцированного контура имеет вид (18), найдем для нее условия коммутации структуры (рис. 3) с переходом на астатический редуцированный контур управления. При переключении структуры система будет находиться в состоянии ненулевых начальных условий функционирования расширенного контура. Найдем условия подключения интегральной составляющей в форме определения начальных условий: по рассогласованию крена с заданным значением γ и его производной (угловой скоростью вращения). Движение свободной системы из ненулевых начальных условий определяется изображением выходного сигнала [9, стр. 84], обусловленного появившимися при включении новой структуры начальными условиями – конечными значениями фазовых координат движения статической системы на момент переключения.

В нашем случае изображение движения по крену при завершении подхода самолета к заданному крену (новому условию равновесия) на основе (18) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Gamma_0(p) &= \frac{A_0(p)\Delta\gamma_0 + A_1(p)\gamma_0^{(1)}}{T_{\text{ж}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{ж}} T_{\text{ж}} p + 1}, \\ A_0(p) &= T_{\text{ж}}^2 p + 2\xi_{\text{ж}} T_{\text{ж}}, \\ A_1(p) &= T_{\text{ж}}^2, \\ \Delta\gamma_0 &= \gamma_0 - \gamma_{\text{зад}}, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\gamma_0 = \gamma(t_{\text{вкл}})$ и $\gamma_0^{(1)} = \dot{\gamma}(t_{\text{вкл}}) = \omega_{x_0}(t_{\text{вкл}})$ – крен и производная (угловая скорость вращения) крена в момент включения $t_{\text{вкл}}$ интегрального контура при $\gamma_{\text{зад}} = \text{const}$. Выражение (27), с учетом (18) и (24), преобразуем к виду

$$\Gamma_0(p) = T_{\omega_x} \Delta\gamma_0 \frac{T_{\omega_x} p + 1,72 + T_{\omega_x} z_0}{T_{\omega_x}^2 p^2 + 1,72 T_{\omega_x} p + 1}, \quad z_0 = \frac{\gamma_0^{(1)}}{\Delta\gamma_0}. \quad (28)$$

Для исключения нежелательного перерегулирования при вписывании крена в равновесное состояние $\gamma = \gamma_{\text{зад}}$ целесообразно обеспечить равенство

$$T_{\omega_x} p + 1,72 + T_{\omega_x} z_0 = T_{\omega_x} p + 1, \quad (29)$$

которое приближает изображение свободного движения при большом относительном коэффициенте затухания $\xi_{ж} = 0,86$ к изображению весовой переходной функции $g(t)$ апериодического звена при $\xi_{ж} = 1$:

$$\bar{\Gamma}_0(p) = \frac{T_{\omega_x} \Delta\gamma_0}{T_{\omega_x} p + 1}, \quad \bar{g}(t) = L^{-1}[\bar{\Gamma}_0(p)] = \Delta\gamma_0 e^{-\frac{1}{T_{\omega_x}} t}. \quad (30)$$

Тогда из (29) получаем величину соотношения фазовых координат системы на момент коммутации структуры контура управления

$$z_0 = -\frac{0,72}{T_{ж}}, \quad \Delta\gamma_0 = \Delta\gamma_{вкл} = -1,39 T_{ж} \omega_{x_0}, \quad (31)$$

определяющую условие коммутации и начало свободного движения интегрального контура. Знак «минус» в (31) всегда «показывает» завершающий этап выхода на заданный крен. Например, при выходе на положительный крен скорость вращения положительна, а знак ненулевого крена относительно нового начала координат имеет знак «минус», так как к равновесному состоянию система подходит «снизу-вверх».

Тогда при выполнении равенства (31), определяющего условие коммутации и начало свободного движения интегрального контура, будет иметь место движение по крену согласно весовой переходной функции $g(t)$ изображения (28)

$$g(t) = L^{-1} \left[T_{\omega_x} \Delta\gamma_0 \frac{T_{\omega_x} p + 1}{T_{\omega_x}^2 p^2 + 1,72 T_{\omega_x} p + 1} \right], \quad (32)$$

асимптотически приближающейся с увеличением времени к своему «нулевому» состоянию. Сравнение весовых переходных функций $\bar{g}(t)$ (30) и $g(t)$ (32) при относительной величине $\Delta\bar{\gamma}_0 = 1$ показано на рис. 5 (стр. 84).

Реальное движение по крену приводит к перерегулированию 1% от величины начального отклонения крена $\Delta\gamma_0$ от заданного значения, что совершенно достаточно для обеспечения высокоточной работы интегрального контура при комбинированном его применении со статическим контуром управления. Для обеспечения безударного перехода с одной структуры системы на более сложную достаточно при условии (31) подключения ветви сигнала интеграла и компенсационного сигнала крена ввести начальное условие на выходе интегрального звена равным $u_0 = -k_{\gamma} \gamma$ с тем, чтобы сумма этих сигналов в момент времени начала работы интегрального контура равнялась нулю.

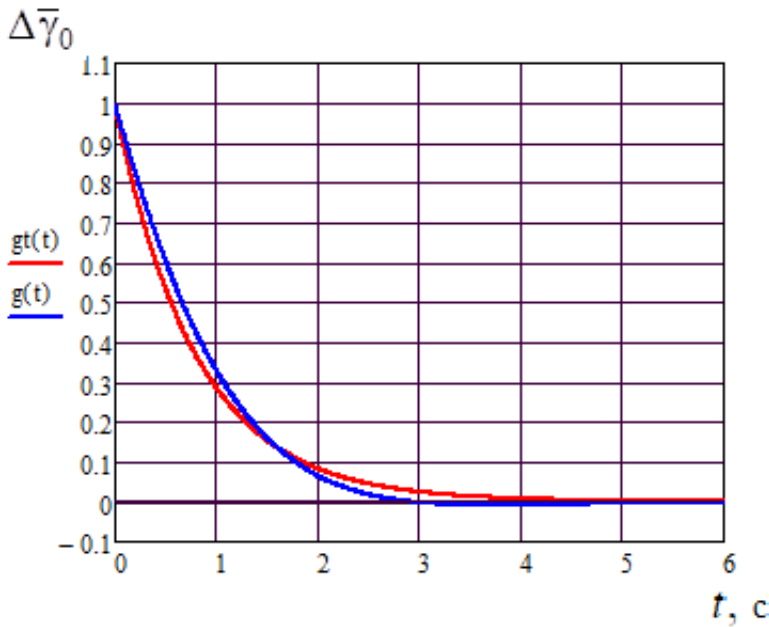


Рис. 5. Процесс вписывания в заданный крен из начальных условий включения интегрального контура:
 $g\tilde{t}(t)$ — идеальный вариант, $g(t)$ — реальный процесс вписывания

Рассмотренное решение задачи определения начальных условий подключения интегральной структуры выполнено в приближенном исполнении существования ее редуцированного варианта. Однако точное решение требует использования полного характеристического полинома (14) и согласования фазовых траекторий статической и интегральной систем между собой на момент перехода системы с одной фазовой траектории на другую, более высокой размерности. Эта задача заслуживает отдельного исследования и в настоящей работе не рассматривалась.

Полученная система (рис. 3) с комбинированными контурами управления (3), (14) синтезирована при допущении безынерционного управления от приводной системы, которая имеет свою динамику работы. С учетом стандартного привода САУ и бустерного силового привода системы поперечного управления самолета, имеющих передаточные функции

$$W_{\text{прСАУ}}(p) = \frac{1}{T_{\text{рм}}^2 p^2 + 2\xi_{\text{рм}} T_{\text{рм}} p + 1}, \quad W_{\text{сп}}(p) = \frac{1}{T_{\text{сп}} p + 1}, \quad (33)$$

структурная схема интегрального контура с приводами примет вид, показанный на рис. 6.

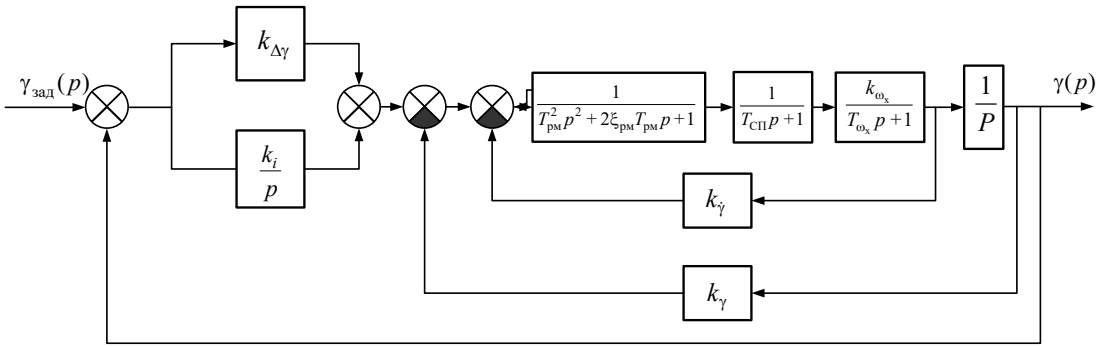


Рис. 6. Структура интегрального контура управления с приводами

Соответствующая рисунку 6 полная передаточная функция интегрального контура с приводной системой будет равна

$$\tilde{W}_{\gamma}^{\gamma_{зад}}(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_6 p^6 + a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0},$$

$$a_6 = T_{\omega_x} T_{сп} T_{рм}^2, \quad a_5 = T_{сп} T_{рм}^2 + T_{\omega_x} T_{рм}^2 + 2T_{сп} \xi_{рм} T_{рм} T_{\omega_x},$$

$$a_4 = T_{рм}^2 + T_{сп} T_{\omega_x} + 2\xi_{рм} T_{рм} T_{сп} + 2\xi_{рм} T_{рм} T_{\omega_x}, \quad a_3 = T_{сп} + T_{\omega_x} + 2\xi_{рм} T_{рм},$$

$$a_2 = 1 + k_{\dot{\gamma}} k_{\omega_x}, \quad a_1 = k_{\omega_x} (k_{\Delta\gamma} + k_{\dot{\gamma}}), \quad a_0 = k_i k_{\omega_x}, \quad b_1 = k_{\dot{\gamma}} k_{\omega_x}, \quad b_0 = k_i k_{\omega_x}.$$
(34)

Аналогично способу приведения интегрального контура (14) с безынерционными приводами к простой структуре (17), для исключения влияния полинома числителя (34) на перерегулирование выполним редукцию передаточной функции (34) делением без остатка ее характеристического полинома на полином числителя. Условием такой редукции служит уравнение нулевого остатка:

$$k_{\dot{\gamma}} k_{\omega_x} - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left\{ a_2 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left[a_3 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left[a_4 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left(a_5 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} a_6 \right) \right] \right] \right\} = 0. \quad (35)$$

Из уравнения (35) находим выражение для коэффициента $k_{\dot{\gamma}}$, играющего роль коэффициента позиционного k_i компенсатора сигнала интеграла, как зависимость от коэффициента

$$k_{\dot{\gamma}} = \frac{1}{k_{\omega_x}} \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left\{ a_2 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left[a_3 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left[a_4 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} \left(a_5 - \frac{k_i}{k_{\Delta\gamma}} a_6 \right) \right] \right] \right\}. \quad (36)$$

Коэффициент k_i в характеристическом полиноме (34) входит только в составляющую a_0 нулевого порядка, поэтому его настройку в расширенной системе (34) можно осуществлять по методу корневого годографа [10], одновременно получая коэффициент k_γ (36), сопутствующего интегральному звену элемента структуры.

На рис. 7 для примера исходного объекта (12) показаны в сравнении переходные движения по крену при стандартном ступенчатом входном сигнале для системы (14) с параметрами настройки (10), (26) при интегральном законе управления без приводов и с приводами, а также для редуцированной системы с приводами и коррекцией по методу корневого годографа коэффициента k_i и одновременно определяемым по формуле (36) коэффициентом k_γ :

$$k_i = \frac{0,14}{k_{\omega_x} T_{\omega_x}^2} = 0,418, \quad k_\gamma = 0,603. \quad (37)$$

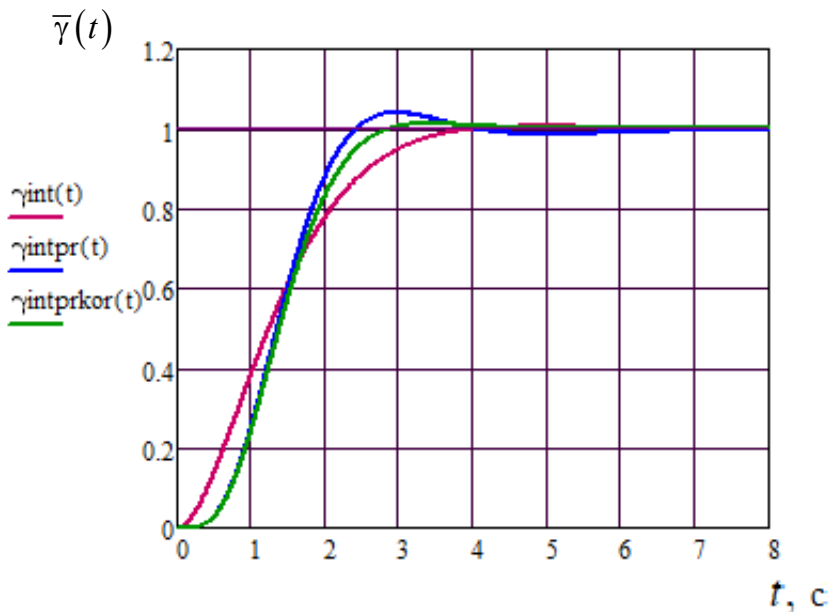


Рис. 7. Переходные процессы полной системы поперечного управления креном в интегральном варианте исполнения:

$\gamma_{int}(t)$ — малиновый цвет (в идеальном варианте), $\gamma_{intpr}(t)$ — синий цвет (с приводами), $\gamma_{intprkor}(t)$ — зеленый цвет (с приводами и коррекцией коэффициента k_i , k_γ)

Сравнительный анализ (рис. 7) показал, что в целом привода не оказывают существенного влияния на динамические характеристики синтезированной системы обработки крена. При работе привода САУ и силового привода самолета перерегулирование достигло 4%, а после снижения коэффициента интеграла и компенсирующего коэффициента до величины (37) перерегулирование снизилось до 1,2% без существенного изменения времени регулирования. Таким образом, возможна коррекция полученных настроек астатического контура для снижения влияния динамики приводов на точность управления по крену.

В результате получен способ синтеза комбинированного быстродействующего высокоточного контура выхода самолета на заданный крен с использованием поперечного канала управления, обладающего свойством астатизма по возмущению. Применение синтеза по методу обратной задачи модального управления позволяет аналитически устанавливать зависимость настройки коэффициентов законов управления от динамических параметров контура угловой скорости вращения свободного самолета по крену, в том числе с учетом динамических характеристик приводов.

Литература

1. *Байбородин Ю. В., Дробкин В. В., Сменковский Е. Г., Унгурян С. Г.* Бортовые системы управления полетом. – М.: Транспорт, 1975. – 336 с.
2. *Михалев И. А., Окоёмов Б. Н., Чукулаев М. С.* Системы автоматического управления самолетом 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 240 с.
3. *Остославский И. В., Стражева И. В.* Системы автоматического управления самолетом. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1965. – 464 с.
4. *Куликов В. Е.* Решение обратной задачи модального управления при синтезе регулятора минимальной размерности для режима стабилизации вертикальной скорости полета самолета. // Навигация и управление летательными аппаратами. – М.: МИЭА, 2022. – Вып. 38. – С. 39–59.
5. *Ефремов А. В., Захарченко В. Ф., Овчаренко В. Н.* и др., под ред. Г. С. Бюшгенса. Динамика полета. – М.: Машиностроение, 2011. – 776 с., ил.
6. *Гуськов Ю. П., Загайнов Г. И.*, под ред. Г. В. Александрова. Управление полетом самолетов – М.: Машиностроение. 1992. – 213 с., ил.
7. Автоматизированное управление самолетами и вертолетами. Под ред. С. М. Федорова. – М.: Транспорт, 1977. – 246 с.
8. *Куликов В. В.* Пропорционально-интегральный регулятор с позиционным компенсатором в продольном канале системы автоматического управления самолета. // Навигация и управление летательными аппаратами. – М.: МИЭА, 2019. – Вып. 25. – С. 70–83.
9. *Кочетков Ю. А.* Основы автоматики авиационного оборудования. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1975. – 454 с.
10. *Удерман Э. Г.* Метод корневого годографа в теории автоматического управления. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 112 с.