УДК 629.7.05

СИНТЕЗ РЕЖИМОВ ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЯЖЕЛОГО САМОЛЕТА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПО МЕТОДУ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, д. т. н., профессор

ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики» E-mail: inbox@aomiea.ru

В статье предложен метод аналитического синтеза автоматических режимов управления траекторией полета самолета при продольном движении с использованием в качестве исходных данных только характеристик контура нормальной перегрузки. Метод основан на прямом получении желаемых корней замкнутых контуров управления при сравнении характеристического полинома с его аналогом в корневом разложении. Требования на размещение корней задаются для оптимальной по быстродействию колебательной составляющей полинома системы. Единственность полученного решения при определении коэффициента усиления подтверждена методом корневого годографа. Желаемое качество движения и результат синтеза формируются на основе параметров неизменяемой части объекта управления.

Ключевые слова: траекторное движение самолета, обратная задача модального управление, характеристический полином, замкнутый контур, желаемый переходный процесс.

SYNTHESIS OF THE MODES OF HEAVY AIRCRAFT FLIGHT PATH CONTROL IN VERTICAL PLANE BY THE METHOD OF MODAL CONTROL INVERSE PROBLEM

Vladimir E. KULIKOV, D. Sc. in Engineering, professor

'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC E-mail: inbox@aomiea.ru

The article gives a method for analytical synthesis of flight path control automatic modes in longitudinal motion using only normal overload loop performance as input data. The method is based on direct obtaining the desired roots of closed control loops by comparing the characteristic polynomial to its analogue in the root expansion. The requirements for the location of roots are given for the time optimal oscillatory component of system polynomial. Singularity of the obtained solution in determining the gain is confirmed by root locus method. The desired motion and the result of the synthesis are formed on the basis of the parameters of the control object non-changeable part.

Keywords: flight path, modal control inverse problem, characteristic polynomial, closed loop, desired step response.

Решение задачи разработки системы автоматического управления линейными динамическими объектами, в конечном счете, независимо от метода синтеза сводится к такому размещению корней замкнутой системы, которое удовлетворяет желаемому критерию качества ее устойчивого движения. Известны приемы синтеза во временной и частотной [1] областях, при прямом сравнении с эталонной моделью [2] и решении обратной задачи динамики [3], вариационными методами и методами оптимального управления [4], с применением теории фильтрации, в том числе при не полностью наблюдаемом состоянии объекта управления [5]. Все подходы имеют конечной целью формирование контура обратной связи по регулируемой координате движения в условиях заданных воздействий и возможных возмущений.

Базовой теорией, использующей корневой подход к синтезу обратной связи, является теория модального управления [6], условием применения которой является обязательное задание желаемого размещения корней, которое в общем случае не связанно с динамическими характеристиками объекта управления. Поэтому всегда при применении метода модального управления возникает необходимость предварительного (часто эмпирического) установления желаемых корней, от удачного назначения которых зависит конечный результат синтеза.

В работе [7] предложен метод определения желаемого размещения корней на основе данных о динамических параметрах исходного объекта управления, названный методом обратной задачи модального управления (O3MУ). Метод позволяет в задаче построения системы автоматического управления (САУ) полетом летательного аппарата одновременно синтезировать управление и определять корни замкнутой системы управления в функции динамических параметров ее неизменя-емой части, например, контура отработки перегрузки.

Рассмотрим общий подход к построению автоматических режимов траекторного управления самолета на основе принципа ОЗМУ в вертикальной плоскости. К этим режимам относятся: стабилизация вертикальной скорости полета, высоты, угла наклона траектории и скорости полета при управлении через руль высоты для выхода самолета на заданный эшелон.

Управление вертикальной скоростью полета.

Стандартная схема стабилизации вертикальной скорости V_y приведена на рис. 1.

🍫 КРЭТ



Рис. 1. Структурная схема стабилизации вертикальной скорости полета

Неизменяемой частью системы является устойчивый контур отработки нормальной перегрузки с передаточной функцией

$$W_{n_y}^{n_y^{3a,\mu}}(p) = \frac{1}{T_{n_y}^2 p^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} p + 1},$$
(1)

где T_{n_y} , ξ_{n_y} — известные параметры контура отработки перегрузки: постоянная времени и относительный коэффициент затухания. Соответствующая передаточная функция синтезируемого контура вертикальной скорости полета, согласно структуре (рис. 1), имеет вид:

$$W_{V_{y}}^{V_{y}^{3aa}}(p) = \frac{\frac{gk_{V_{y}}}{T_{n_{y}}^{2}}}{p^{3} + \frac{2\xi_{n_{y}}}{T_{n_{y}}}p^{2} + \frac{1}{T_{n_{y}}^{2}}p + \frac{gk_{V_{y}}}{T_{n_{y}}^{2}}},$$
(2)

где k_{V_y} — искомый коэффициент настройки контура V_y .

За́дача состоит в определении значения коэффициента k_{V_y} , обеспечивающего устойчивость и качество процесса управления. Проведем разложение характеристического полинома (2) на произведение его корневых составляющих, для нашего случая — с одним вещественным корнем и парой комплексно содержащих корней. Будем считать характеристический полином устойчивым, при разложении получим следующий полином, содержащий его собственные корни, в виде произведения двучлена на трехчлен

$$(p-\alpha_{1})(p-\alpha_{2}+j\beta_{2})(p-\alpha_{2}-j\beta_{2}) = (p-\alpha_{1})(p^{2}-2\alpha_{2}p+\alpha_{2}^{2}+\beta_{2}^{2}) =$$

= $p^{3} + (-\alpha_{1}-2\alpha_{2})p^{2} + (\alpha_{2}^{2}+2\alpha_{1}\alpha_{2}+\beta_{2}^{2})p - \alpha_{1}(\alpha_{2}^{2}+\beta_{2}^{2}),$ (3)

где $\alpha_1, \alpha_2 \pm j\beta_2$ — соответственно вещественный и комплексно-сопряженный корни, имеющие алгебраические отрицательные



действительные части. Понятно, что действительные составляющие корней для обеспечения устойчивости [8] должны быть отрицательными величинами. Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях полиномов (2) и (3), можно составить три уравнения

$$\frac{2\xi_{n_{y}}}{T_{n_{y}}} = -(\alpha_{1} + 2\alpha_{2}),$$

$$\frac{1}{T_{n_{y}}^{2}} = \alpha_{2}^{2} + 2\alpha_{1}\alpha_{2} + \beta_{2}^{2},$$

$$\frac{gk_{V_{y}}}{T_{n_{y}}^{2}} = -\alpha_{1}(\alpha_{2}^{2} + \beta_{2}^{2}).$$
(4)

Система (4) содержит четыре неизвестных переменных: три составляющих корней $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$ и коэффициент настройки САУ k_{V_y} . Распределения корней при известных параметрах контура перегрузки могут быть найдены в функции возможных (положительных) значений коэффициента прямого усиления k_{V_y} . Этот метод называется методом корневого годографа [9, 10]. Найдем эти функции в аналитическом виде, для этого проведем упрощающие преобразования уравнений из (4). Домножим обе части второго уравнения на α_1 и выполним сложение получившихся выражений для левой и правой частей преобразованного второго уравнения с одноименными частями третьего уравнения (4). Получим квадратное уравнение относительно α_1 :

$$\frac{\alpha_1}{T_{n_v}^2} + \frac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2} = 2\alpha_1^2\alpha_2,$$

которое имеет устойчивое решение

$$\alpha_{1} = \frac{1 - \sqrt{8gk_{V_{y}}\alpha_{2}T_{n_{y}}^{2} + 1}}{4\alpha_{2}T_{n_{y}}^{2}}$$
(5)

при условии $\alpha_2 \ge -\frac{1}{8gk_{V_y}T_{n_y}^2}$.

Подстановка (5) в первое уравнение дает уравнение четвертого порядка относительно α_2 :

$$\frac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} = -\left(\frac{1-\sqrt{8gk_{V_y}\alpha_2T_{n_y}^2+1}}{4\alpha_2T_{n_y}^2}+2\alpha_2\right),\,$$

имеющее действительное решение относительно вещественной составляющей α_2 комплексно сопряженного корня $\alpha_2 \pm j\beta$ в функции коэффициента прямого усиления k_{V_y} при фиксированных параметрах контура перегрузки T_{n_y} и ξ_{n_y} , а именно

$$\alpha_{2}(k_{Vy}) = \frac{\left[\frac{24gk_{Vy}T_{ny}\xi_{ny}-4}{9A(k_{Vy})} - A(k_{Vy}) + \frac{1}{3}\right]^{2}}{8gk_{Vy}T_{ny}^{2}},$$

$$A(k_{Vy}) = \left[\frac{4gk_{Vy}T_{ny}}{3}B(k_{Vy}) + \left(4g^{2}k_{Vy}^{2}T_{ny}^{2} - \frac{8gk_{Vy}T_{ny}\xi_{ny}}{3} + \frac{8}{27}\right)\right]^{\frac{1}{3}}, \quad (6)$$
$$B(k_{Vy}) = \sqrt{\frac{27g^{2}k_{Vy}^{2}T_{ny}^{2} + 32gk_{Vy}T_{ny}\xi_{ny}^{3} - 36gk_{Vy}T_{ny}\xi_{ny} - 4\xi_{ny}^{2} + 4}{3}}.$$

Из первого уравнения (4) при найденной функции (6) найдем функцию вещественного корня

$$\alpha_1(k_{Vy}) = -\frac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} - 2\alpha_2(k_{Vy}), \tag{7}$$

а из второго уравнения (4) с учетом (7) и (6) найдем мнимую часть комплексного корня

$$\beta_{2}(k_{Vy}) = \frac{\sqrt{-\alpha_{1}(k_{Vy})\left[\alpha_{1}(k_{Vy})\alpha_{2}(k_{Vy})^{2}T_{ny}^{2} + gk_{Vy}\right]}}{\alpha_{1}(k_{Vy})T_{ny}}.$$
(8)

Выражения (6), (7) и (8) представляют собой функции аргумента k_{V_y} — коэффициента настройки контура стабилизации V_y . Построим эти функции для фиксированных пар величин $\left(T_{n_y}, \xi_{n_y}\right)$ из области их значений для тяжелого самолета

$$T_{n_y} \in [0,3, 0,8]$$
c $\mu \quad \xi_{n_y} \in [0,75, 1,1].$ (9)

На рис. 2, 3, 4, 5 (стр. 34) показаны траектории движения корней и корневые годографы для пары комплексно-сопряженных корней на комплексной координатной плоскости *Re*0*Jm* для интервальных пар значений (T_{n_y}, ξ_{n_y}) .





Рис. 2. Годографы корней системы стабилизации V_y при $T_{n_y} = 0,3$ с и $\xi_{n_y} = 0,75$



Рис. 3. Годографы корней системы стабилизации V_y при $T_{n_y} = 0,3$ с и $\xi_{n_y} = 1,1$



Рис. 4. Годографы корней системы стабилизации V_y при $T_{n_y} = 0,8$ с и $\xi_{n_y} = 0,75$



Рис. 5. Годографы корней системы стабилизации V_y при $T_{n_y} = 0,8$ с и $\xi_{n_y} = 1,1$

Годографы корней в функции коэффициента усиления k_{V_y} (графики слева) показывают единственное пересечение действительной и комплексной частей колебательного корня. Для графиков годографа стандартного вида (справа) факт совпадения

$$\left|\alpha_{2}\right| = \left|\beta_{2}\right| \tag{10}$$

продемонстрирован точками пересечения кривых годографа с прямыми единичного наклона. Значения коэффициента k_{V_y} в этих точках обеспечивают относительный коэффициент затухания колебательного звена-сомножителя в полиноме (3), равном оптимальному [11] значению

$$\xi_2 = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2}} = \frac{\alpha_2}{\sqrt{2\alpha_2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$
 (11)

Следует также заметить, что в указанных точках всегда $|\alpha_1| \ge |\alpha_2|$, то есть соотношение постоянных времени апериодического T_1 и колебательного T_2 звеньев-сомножителей из (3) всегда меньше величины $\sqrt{2}$, а именно

$$T_{1} = \frac{1}{|\alpha_{1}|}, T_{2} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{2}^{2} + \beta_{2}^{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}|\alpha_{2}|}, \frac{T_{1}}{T_{2}} \le \sqrt{2}.$$
 (12)

Из (12) следует, что для указанных условий выбора корней доминирующее влияние на быстродействие синтезируемого контура V_y в рассматриваемом диапазоне параметров T_{n_y} и ξ_{n_y} оказывает колебательная составляющая, сама являющаяся по быстродействию в силу (10) оптимальной. Тогда при условии (10), гарантирующем получение быстродействующего контура V_y , представляющим собой



произведение апериодического звена и колебательного звена с оптимальным (11) качеством переходного процесса, система (4) принимает следующий вид:

1

$$\begin{cases} \frac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} = -(\alpha_1 + 2\alpha_2), \\ \frac{1}{T_{n_y}^2} = \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2, \\ \frac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2} = -\alpha_1 2\alpha_2^2 \end{cases}$$
(13)

и имеет единственное решение

$$k_{v_{y}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2\xi_{n_{y}}^{2} - 1}\left(4\xi_{n_{y}}^{2} - 1 - 2\sqrt{2}\xi_{n_{y}}\sqrt{2\xi_{n_{y}}^{2} - 1}\right)}{gT_{n_{y}}},$$

$$\alpha_{1} = -\frac{\sqrt{2}\sqrt{2\xi_{n_{y}}^{2} - 1}}{T_{n_{y}}}, \ \alpha_{2} = -\frac{\sqrt{2}\xi_{n_{y}} - \sqrt{2\xi_{n_{y}}^{2} - 1}}{\sqrt{2}T_{n_{y}}}.$$
(14)

Условием существования решения (14) является требование к контуру отработки нормальной перегрузки по относительному коэффициенту затухания

$$\xi_{n_y} > \frac{1}{\sqrt{2}}.\tag{15}$$

Для рассматриваемого диапазона вариаций параметров (9) контура перегрузки условие (15) усилено до значения $\xi_{n_y} \ge 0,75$, которое с запасом обеспечивает существование аналитического решения (14). Понятно, что это требование должно быть заранее выполнено для контура перегрузки с целью последующего синтеза контура вертикальной скорости полета.

Рассмотрим результаты применения аналитического решения (14) задачи синтеза контура стабилизации вертикальной скорости полета тяжелых самолетов с параметрами контура перегрузки в диапазоне (9). Переходное движение контура с передаточной функцией (2) при воздействии на вход стандартного возмущения в виде единичного ступенчатого сигнала получается при обратном преобразовании Лапласа

$$V_{y}(t) = L^{-1} \left\{ W_{V_{y}}^{V_{y}^{3a,\eta}}(p) \cdot V_{y}^{3a,\eta}(p) \right\}, V_{y}^{3a,\eta}(p) = \frac{1}{p}.$$
 (16)

На рис. 6, 7 зеленым цветом показаны графики переходных движений $V_y(t)$ для граничных значений исследуемого диапазона значений параметров контура перегрузки. Фиолетовым цветом показаны для сравнения по быстродействию графики отработки нормальной перегрузки



Рис. 6. Переходные процессы по $V_v(t)$ и $n_v(t)$ для $T_{n_v} = 0,3$ с и $\xi_{n_v} = 0,75, 1,1$



Рис. 7. Переходные процессы по $V_v(t)$ и $n_v(t)$ для $T_{n_v} = 0,8$ с и $\xi_{n_v} = 0,75, 1,1$

Для всех переходных процессов вертикальной скорости полета из области исследуемых значений параметров контура перегрузки с найденным коэффициентом k_{V_y} (14) перерегулирование не превышает 4,2%, что удовлетворяет требованиям динамической точности отработки заданной вертикальной скорости.

Управление высотой полета.

Рассмотрим далее по предложенному методу синтеза задачу построения системы стабилизации высоты с учетом полученных выше результатов.



Тогда следящая система стабилизации высоты полета может быть представлена в следующем виде:



Рис. 8. Структурная схема стабилизации высоты полета

В структуре (рис. 8) следует обратить внимание на вложенный контур вертикальной скорости полета, на вход которого поступает сигнал заданной вертикальной скорости

$$V_{y}^{\mathrm{3ad}}(p) = k_{\Delta H} \Big[H_{\mathrm{3ad}}(p) - H(p) \Big],$$

сформированный на основе рассогласования по высоте. Сохранение контура V_y позволяет применить подход метода годографа для поиска желаемого качества процесса стабилизации высоты, так как опять искомый коэффициент $k_{\Delta H}$ представляет собой коэффициент усиления в прямой цепи разомкнутой системы стабилизации высоты.

Передаточная функция синтезируемого контура высоты полета, согласно структуре (рис. 8), примет вид:

$$W_{H}^{H^{3aa}}(p) = \frac{\frac{gk_{V_{y}}k_{\Delta H}}{T_{n_{y}}^{2}}}{p^{4} + \frac{2\xi_{n_{y}}}{T_{n_{y}}}p^{3} + \frac{1}{T_{n_{y}}^{2}}p^{2} + \frac{gk_{V_{y}}}{T_{n_{y}}^{2}}p + \frac{gk_{V_{y}}k_{\Delta H}}{T_{n_{y}}^{2}}}.$$
(18)

Представим разложение характеристического полинома (18) на произведение трехчленов, то есть двух колебательных полиномов. Построение корневого годографа системы четвертого порядка в аналитическом виде затруднительно. Учитывая стандартную динамику изменения траекторий корней, при которой с увеличением коэффициента усиления возрастает колебательность системы, закрепим условие совпадения действительной и мнимой составляющей одного из трехчлена-сомножителя. Тогда получим следующее разложение характеристического полинома:

$$\left(p^{2} - 2\alpha_{3}p + 2\alpha_{3}^{2}\right) \left(p^{2} + \frac{2\xi_{4}}{T_{4}}p + \frac{1}{T_{4}^{2}}\right) =$$

$$= p^{4} + \left(\frac{2\xi_{4}}{T_{4}} - 2\alpha_{3}\right) p^{3} + \left(2\alpha_{3}^{2} + \frac{1}{T_{4}^{2}} - \frac{4\alpha_{3}\xi_{4}}{T_{4}}\right) p^{2} + \left(\frac{4\alpha_{3}^{2}\xi_{4}}{T_{4}} - \frac{2\alpha_{3}}{T_{4}^{2}}\right) p + \frac{2\alpha_{3}^{2}}{T_{4}^{2}}.$$

$$(19)$$

Здесь первый полином-сомножитель с комплексно-сопряженным корнем $\alpha_3 \pm j\beta_3$ содержит по аналогии с (10) единственный корневой параметр α_3

$$\left|\alpha_{3}\right| = \left|\beta_{3}\right|,\tag{20}$$

а второй колебательный полином (19) с комплексно-сопряженным корнем $\alpha_4 \pm j\beta_4$ имеет два неизвестных параметра: постоянную времени и относительный коэффициент затухания

$$T_4 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_4^2 + \beta_4^2}}, \ \xi_4 = \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_4^2 + \beta_4^2}}.$$
 (21)

С учетом неизвестных параметров (20), (21) и искомого коэффициента усиления $k_{\Delta H}$ при сравнении полиномов (18) и (19) становится возможным составление системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными: α_3, T_4, ξ_4 и $k_{\Delta H}$, имеющей единственной решение

$$\frac{2\xi_{n_{y}}}{T_{n_{y}}} = \frac{2\xi_{4}}{T_{4}} - 2\alpha_{3},$$

$$\frac{1}{T_{n_{y}}^{2}} = 2\alpha_{3}^{2} + \frac{1}{T_{4}^{2}} - \frac{4\alpha_{3}\xi_{4}}{T_{4}},$$

$$\frac{gk_{V_{y}}}{T_{n_{y}}^{2}} = \frac{4\alpha_{3}^{2}\xi_{4}}{T_{4}} - \frac{2\alpha_{3}}{T_{4}^{2}},$$

$$\frac{gk_{V_{y}}k_{\Delta H}}{T_{n_{y}}^{2}} = \frac{2\alpha_{3}^{2}}{T_{4}^{2}}.$$
(22)



Проведем последовательно следующие действия. Домножим обе части первого уравнения (22) на α₃ и проведем сложение одноименных частей преобразованного уравнения и второго уравнения из (22), получим

$$\frac{4\xi_{n_y}}{T_{n_y}}\alpha_3 + \frac{1}{T_{n_y}^2} = \frac{1}{T_4^2} - 2\alpha_3^2.$$
 (23)

Сложение по частям домноженного на α₃ второго уравнения с третьим уравнением дает следующий результат:

$$\frac{\alpha_3}{T_{n_v}^2} + \frac{gk_{V_y}}{T_{n_v}^2} = 2\alpha_3^2 - \frac{\alpha_3}{T_4^2}.$$
(24)

Из (24) найдем формулу для параметра Т₄:

$$T_4 = T_{n_y} \sqrt{\frac{\alpha_3}{2\alpha_3^2 T_{n_y}^2 - \alpha_3 - gk_{V_y}}}.$$
 (25)

Далее также домножим на α_3 левую и правую части уравнения (23) и проведем последующее сложение по частям с уравнением (24). Получим следующее квадратное уравнение относительно переменной α_3

$$\frac{1}{T_{n_y}^2} \Big(4\xi_{n_y} T_{n_y} \alpha_3^2 + 2\alpha_3 + gk_{V_y} \Big) = 0,$$
(26)

которое имеет физически значимое решение

$$\alpha_3 = \frac{C-1}{4\xi_{n_y}T_{n_y}}, \ C = \sqrt{1 - 4g\xi_{n_y}T_{n_y}}.$$
(27)

Выражение для найденного параметра α₃ является функцией только параметров контура нормальной перегрузки (1).

Подстановкой (27) в (25) после преобразований окончательно найдем выражение для постоянной времени

$$T_4 = 2\sqrt{2}\xi_{n_y}T_{n_y}\sqrt{\frac{1-C}{32D\cdot\xi_{n_y}^2 + (C-1)\left[8\xi_{n_y}^2 - (C-1)^2\right]}}, D = gk_{V_y}\xi_{n_y}T_{n_y}$$
(28)

также в функции только исходных параметров контура перегрузки, фактически являющимся базовым аэродинамическим объектом управления. После подстановки результатов (27) и (28) в первое уравнение (22) находим относительный коэффициент затухания составляющей разложения характеристического полинома

$$\xi_{4} = \frac{4\xi_{n_{y}}^{2} - 1 + C}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{C - 1}{(C - 1)\left[(C - 1)^{2} - 8\xi_{n_{y}}^{2}\right] - 32D \cdot \xi_{n_{y}}^{2}}}.$$
 (29)

При найденных параметрах (28) и (29) из четвертого уравнения определяем в окончательном виде искомый коэффициент усиления контура стабилизации высоты

$$k_{\Delta H} = \frac{(1-C) \left[C \left(2\xi_{n_y}^2 + D - 1 \right) + 2\xi_{n_y}^2 \left(4D - 1 \right) - 3D + 1 \right]}{16DT_{n_y} \xi_{n_y}^3}, \qquad (30)$$
$$C = \sqrt{1 - 4g\xi_{n_y} T_{n_y}}, D = gk_{V_y} \xi_{n_y} T_{n_y}.$$

Выражение для коэффициента $k_{\Delta H}$ зависит от априорных параметров контура перегрузки T_{n_y} , ξ_{n_y} и коэффициента усиления k_{V_y} контура вертикальной скорости полета.

Построим для граничных значений исследуемого диапазона (9) параметров контура перегрузки переходные процессы по по относительной высоте $\overline{H}(t)$ синтезированной системы (18) с настройками (14) и (18) при поступлении на ее вход единичного ступенчатого сигнала. Соответствующие графики показаны на рис. 9а), б).



Рис. 9. Переходные процессы отработки высоты: a) при $T_{n_y} = 0,3 \ c \ u \ \xi_{n_y} = 0,75 \ (красный цвет), \ \xi_{n_y} = 1,1 \ (синий цвет);$ b) при $T_{n_y} = 0,8 \ c \ u \ \xi_{n_y} = 0,75, \ 1,1$

Характер графиков (рис. 9) явно указывает на снижение перерегулирования от 4,3% вплоть до полного его исчезновения при увеличении относительного коэффициента затухания ξ_{n_y} от 0,75 до 1,1 при одновременном увеличение времени регулирования. Таким образом, для повышения быстродействия контура стабилизации высоты существует возможность дополнительно по отношению к значению, полученному по формуле (30), увеличивать коэффициент $k_{\Delta H}$. Например, при линейной коррекции

$$k_{\Delta H}^{\text{kopp}} = k_{\Delta H} \left(\xi_{n_y} + 0, 25 \right). \tag{31}$$

Тогда на основании (31) переходные процессы будут иметь вид, показанный на рис. 10. При этом существенно уменьшается время регулирования для высоких значений относительного коэффициента затухания контура перегрузки. Время процесса становится близким ко времени переходного движения для самого быстрого контура перегрузки.



Рис. 10. Переходные процессы по высоте для скорректированного коэффициента усиления (зеленый цвет) при $\xi_{n_v} = 1,1$ для постоянных времени $T_{n_v} = 0,3,08$ с

По сравнению с рис. 9 быстродействие отработки высоты полета для $\xi_{n_y} = 1,1$ увеличилось почти в два раза без ухудшения перерегулирования.

В практике применения самолетов тяжелого класса нашел принцип управления скоростью полета через руль высоты при сохранении постоянной тяги, что широко применяется в решении задачи выхода самолета на заданный эшелон на постоянной скорости набора (снижения) высоты. Структурная схема такого контура управления приведена на рис. 11.

•крэт



Рис. 11. Структурная схема стабилизации скорости полета через руль высоты

Сравнение рис. 8 и 11 показывает структурное подобие схем управления высотой и скоростью с помощью руля высоты. Здесь при соответствующем масштабировании коэффициентов усиления контуров вертикальной скорости и угла наклона траектории и контуров управления высоты и скорости полета

$$k_{\theta} = V \cdot k_{V_{y}}, \ k_{V} = \frac{k_{\Delta H}}{g}$$
(32)

правомерно применение результатов синтеза (14), (30), (31) для формирования режимов стабилизации угла наклона траектории и скорости полета. При этом переходные процессы в соответствующем масштабе по динамическим параметрам аналогичны полученным при синтезе контуров стабилизации V₂ и H.

В результате получен общий способ синтеза быстродействующих контуров траекторного движения самолета в вертикальной плоскости с использованием управления от руля высоты, аналитически устанавливающий зависимость настройки коэффициентов усиления от параметров контура перегрузки объекта управления.

Литература

1. Бессекерский В. А. Динамический синтез систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1970. – 576 с.

2. Ким Д. П. Алгебраические методы синтеза систем автоматического управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 164 с.

3. *Крутько П. Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели, 1987. — 304 с.

4. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.

5. *Сэйдж Э., Мэлс Дж*. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. – 495 с.

6. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. — 184 с.

7. *Куликов В. Е.* Решение обратной задачи модального управления при синтезе регулятора минимальной размерности для режима стабилизации вертикальной скорости полета самолета. // Навигация и управление летательными аппаратами. – М.: МИЭА, Вып. 38, 2022. – С. 39–59.

8. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. — 472 с.

9. *Удерман Э. Г.* Метод корневого годографа в теории автоматического управления. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 112 с.

10. Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф. Траектории корней линейных автоматических систем. — М.: Наука, 1964. — 162 с.

11. *Попов Е. П.* Динамика систем автоматического управления. – М.: Гостехиздат, 1954. – 798 с.