

УДК 629.7.05

О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ ДРЕЙФЕ ОТ РАССИНХРОНИЗАЦИИ ДУС ПРИ ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ НА БИНС

*Алексей Григорьевич КУЗНЕЦОВ, д. т. н., профессор,
Александр Владимирович ФОМИЧЕВ, к. ф.-м. н., доцент
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru*

Накопление ошибок ориентации, вычисляемой БИНС, при такте опроса датчиков угловой скорости (ДУС), соизмеримом с характерными периодами движения, — давно и хорошо известный эффект, обычно объясняемый особенностями численного интегрирования. Поскольку характерные времена маневров объектов применения БИНС значительно превышают такты вычислительных алгоритмов, эти ошибки обычно проявляются при действии вибрации, которая может действовать на БИНС на объекте применения или при проведении виброиспытаний.

Однако погрешности численного интегрирования не единственный механизм накопления угловых ошибок при угловых колебаниях. В статье обсуждаются погрешности ориентации, связанные с рассинхронизацией данных в трактах ДУС. Приводится легко реализуемое движение, на котором рассинхронизация дает существенные ошибки, делаются численные оценки.

***Ключевые слова:** бесплатформенная инерциальная навигационная система, рассинхронизация гироскопических трактов, погрешности ориентации, вибрация.*

ON COMPUTATIONAL DRIFT CAUSED BY ANGULAR RATE SENSORS DESYNCHRONIZATION UNDER VIBRATION INFLUENCE ON SINS

*Alexsey G. KUZNETCOV, D. Sc. In Engineering,
Alexander V. FOMITCHYOV, PhD in Phys. and Math.
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru*

Accumulation of errors in orientation computed by SINS with angular rate sensors sampling rate comparable to typical periods of motion is a long-standing and well-known effect. These errors usually appear under vibration influence, since typical maneuvering times of SINS application objects are much longer than rates of computed algorithms. The vibration can effect SINS both on the object of application and during vibration tests.

However, this effect is not the only way of angular error accumulation under vibration influence. The paper discusses orientation errors, related to data desynchronization in angular rate sensors channels (gyroscope channels). It provides easily implemented motion with desynchronization causing significant errors and gives numerical estimation.

***Keywords:** strapdown Inertial Navigation System, desynchronization, orientation errors, vibration.*

Введение

Вычисление параметров ориентации по измерениям ДУС относится к достаточно тонким вопросам. Погрешности ориентации зависят от используемых численных методов интегрирования, движения блока чувствительных элементов (БЧЭ) и погрешностей блока ДУС БИНС. Создание модели погрешностей БЧЭ представляет отдельную задачу. Модель всегда зависит от особенностей конкретной БИНС и, как правило, включает в себя следующие составляющие. Систематические погрешности — смещения нулевых сигналов, погрешности масштабных коэффициентов и перекосы осей чувствительности, обычно постоянные. Случайные погрешности, традиционно описываемые моделью, принятой в методе вариации Аллана или ее редукциях. Специфические погрешности, связанные с зависимостями ошибок датчиков от параметров движения, например, дрейфы ДУС от перегрузок, характерные для МЭМС-датчиков, погрешности от рассинхронизации или фильтрации сигналов и т. п.

Кинематические уравнения, описывающие эволюцию малых угловых ошибок ориентации во времени, имеют вид [1–3]:

$$\dot{\beta}_x = \hat{\omega}_x \beta_x + \nu_x.$$

Здесь β_x — вектор малого поворота, характеризующий ошибку ориентации, обусловленную ошибками начальной выставки и суммарными погрешностями гироскопических трактов, включая ошибки численных методов, нижний индекс x указывает опорный трехгранник x , в котором вычисляется ошибка β_x , например, географический, $\hat{\omega}_x$ — кососимметрический оператор, соответствующий вектору угловой скорости опорного трехгранника

$$\omega_x = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \mapsto \hat{\omega}_x = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix},$$

ν_x — суммарный дрейф гироскопических трактов, включающий инструментальные ошибки, ошибки от численных методов интегрирования, рассинхронизации и любых других факторов, перепроектированный в опорный трехгранник x . Простейший вид кинематические уравнения принимают для инерциального опорного трехгранника $x = \xi$.

Для него $\omega_\xi = 0$ и $\dot{\beta}_\xi = \nu_\xi$.

Линейность кинематических уравнений ошибок позволяет провести фракционный анализ для каждого источника погрешностей, входящих в дрейф ν_x .

Это означает, что решение β_x для $v_x = v_x^1 + \dots + v_x^n$ есть $\beta_x = \beta_x^1 + \dots + \beta_x^n$, где β_x^i — частное решение, соответствующее v_x^i . Таким образом, ошибку от любого источника можно рассматривать независимо. Результирующие ошибки ориентации при действии суммы факторов будут равны сумме ошибок от каждого действующего фактора.

Практически с момента появления первых точных БИНС было обнаружено накопление ошибок ориентации, связанное с погрешностями численного интегрирования уравнений Пуассона или уравнений для вектора конечного поворота, наблюдаемое, если выбранный метод интегрирования достаточно груб, либо характерное время углового движения БЧЭ БИНС соизмеримо с тактом численного интегрирования. Эта ситуация наиболее типична для воздействия вибрации на БИНС, для которого накопление ошибок ориентации от погрешностей численного интегрирования может существенно превышать ошибки от инструментальных погрешностей ДУС.

Данный эффект проявляется на так называемом коническом движении, при котором одна из осей ДУС описывает круговой конус, а две другие совершают колебания, близкие к линейным колебаниям в противофазе. Кинематика конического движения весьма обстоятельно разобрана в работе [4] и описывается в [5].

С этим связано происхождение термина «коннинг» (conning), распространенного в зарубежной литературе и обозначающего накопление ошибок ориентации БИНС при коническом движении. Соответственно, численные методы, уменьшающие вычислительные погрешности на коническом движении, иногда называют «компенсацией коннинга» (conning correction или conning compensation). С ними можно ознакомиться, например, по публикациям [4–8].

Заметим, что для современных БИНС характерен высокий темп интегрирования уравнений для параметров ориентации. Типичные частоты интегрирования имеют порядок сотен герц. Как правило, они существенно превышают собственные частоты систем амортизации БЧЭ или БИНС, и тогда погрешности численных методов сравнительно малы, что нетрудно показать моделированием. Повышение частоты интегрирования всегда повышает точность численного метода для идеального входного сигнала. Высокая частота зачастую позволяет обойтись довольно простыми численными алгоритмами, которые нетрудно найти в [7, 8] или других публикациях. Однако их достаточная точность всегда должна подтверждаться моделированием на характерных траекториях или движениях, соответствующих интересующим механическим воздействиям.

Другой механизм накопления погрешностей при действии вибрации связан с рассинхронизацией данных в трактах ДУС. При некоторых



движениях, которые вполне могут наблюдаться при виброиспытаниях БИНС или воздействии вибрации на БИНС на объекте, даже малая рассинхронизация приводит к существенным погрешностям. В отличие от ошибок численных методов, повышение тактовой частоты интегрирования не приводит к улучшению, если оно не влияет на саму величину рассинхронизации. Именно об этом эффекте и посвящена настоящая статья.

Модель дрейфа тракта ДУС при рассинхронизации. Начнем с формализации задачи и обозначений. Трехгранники обозначаются одной буквой, координатные оси — той же буквой с индексами. Например, s — трехгранник осей чувствительности БЧЭ (приборный трехгранник), s_1, s_2, s_3 — его координатные оси. Поскольку в задаче вычисления ориентации положение полюса трехгранника не существенно, он нигде не указывается. Допустим, что при установке БИНС на объект ось s_1 расположена по правому борту, s_2 — по носу, s_3 — по связанной вертикальной оси объекта.

БИНС вычисляет параметры ориентации осей чувствительности БЧЭ s относительно некоторого опорного трехгранника x . В околоземных приложениях БИНС x , как правило, — географический трехгранник с некоторой ориентацией в азимуте. Здесь будет удобно использовать азимутальную ориентацию по сторонам света, для которой опорный трехгранник обозначается x° . Оси x_1°, x_2° направлены на восток и север соответственно в плоскости местного горизонта, x_3° — по местной вертикали. Отметим, что выбранная ориентация осей s относительно объекта обеспечивает их совпадение с осями x° при нулевых значениях истинного курса, тангажа и крена ψ, ϑ, γ объекта.

Вычисление взаимной ориентации s и x° можно декомпозировать на этапы вычисления изменения ориентации трехгранников s и x° относительно инерциального пространства и на вычисление их взаимной ориентации. При этом движение трехгранника s , связанное с угловыми эволюциями БИНС, принято называть быстрым, а движение трехгранника — x° — медленным, поскольку его угловая скорость даже при движениях со скоростью порядка 1 км/с соизмерима с угловой скоростью Земли.

Вычисление параметров медленного движения x° не представляет никаких сложностей и всегда выполняется простыми методами численного интегрирования. С расчетом быстрого движения s , напротив, связаны все тонкости задачи вычисления ориентации при помощи БИНС. Поэтому далее без ограничения общности считается, что трехгранник x° неподвижен в инерциальном пространстве, а s может вращаться относительно общего начала координат трехгранников x° и s

произвольным образом, в частности, совершать некоторые колебания при вибрации. В принятых предположениях идеальный блок ДУС, измеряющий абсолютную угловую скорость трехгранника s , будет измерять угловую скорость движения s относительно x° . Учет вращения Земли и изменения ориентации x° относительно Земли привел бы к малым медленно меняющимся добавкам к угловой скорости, не влияющим на дальнейшие выводы, установленные  предположения о неподвижности трехгранника s . Отметим также, что добавление любых линейных перемещений  угловую ориентацию не влияет.

Пусть $\omega_s(t) = [\omega_{s_1}(t), \omega_{s_2}(t), \omega_{s_3}(t)]^T$ — идеальное значение вектора угловой скорости трехгранника s , $\omega'_s(t) = [\omega_{s_1}(t - \tau_1), \omega_{s_2}(t - \tau_2), \omega_{s_3}(t - \tau_3)]^T$ — измеренное значение вектора угловой скорости с учетом задержек τ_i . Тогда дрейф, обусловленный задержками, равен

$$v_s = \omega'_s(t) - \omega_s(t) \approx -[\tau_1 \dot{\omega}_{s_1}(t), \tau_2 \dot{\omega}_{s_2}(t), \tau_3 \dot{\omega}_{s_3}(t)]^T = -T \dot{\omega}_s, \quad T = \text{diag}[\tau_1, \tau_2, \tau_3].$$


Отсюда видно, что дрейф существенен при движениях с большими угловыми ускорениями, т. е. при значительном изменении модуля или направления вектора $\omega_s(t)$.

Отметим, что для вектора угловой скорости локальная производная равна его абсолютной производной. Действительно, для произвольного вектора a_s в базисе s , имеющем угловую скорость ω_s , абсолютная производная da_s/dt , характеризующая скорость изменения вектора в абсолютном пространстве, равна [6, 9]

$$\frac{da_s}{dt} = \dot{a}_s + \omega_s \times a_s,$$

где \dot{a}_s — локальная производная, состоящая из производных компонент вектора a_s в базисе s по времени. Подставляя сюда $a_s = \omega_s$, получим, что $d\omega_s/dt = \dot{\omega}_s$. Это означает, что из большой величины $|\dot{\omega}_s|$, следует, что вектор ω быстро меняется и в инерциальном пространстве.

Одинаковая задержка τ по всем трем осям приведет к тому, что ориентация будет вычисляться точно, но с той же задержкой τ . В совокупности с измерениями акселерометров это может приводить к накоплению навигационных ошибок [10]. Однако если рассматривается исключительно задача ориентации, то такая задержка к накоплению ошибок ориентации не приводит. При остановке движения трехгранника s относительно x° ошибка ориентации в точности обнуляется спустя время τ .

Таким образом, представляет интерес только рассинхронизация данных по разным осям чувствительности, и одну из задержек, например, по первой оси, можно считать нулевой, т. е.  = $\text{diag}[0, \tau_2, \tau_3]$.

Величины τ_2, τ_3 отрицательны, если данные второго или третьего канала опережают данные первого.

Для пересчета дрейфа v_s в трехгранник x° используется матрица $D_{x^\circ s}$ взаимной ориентации x° и s , в которой индексы указывают, откуда и куда производится пересчет: $v_{x^\circ} = D_{x^\circ s} v_s = -D_{x^\circ s} T \dot{\omega}_s$.

Появление знака «минус» при перепроектировании дрейфа известно из теории ошибок БИНС [1–3]. Данная формула позволяет выявить движения трехгранника s , для которых рассинхронизация приводит к накоплению погрешностей ориентации. Для таких движений дрейф v_{x° должен иметь ненулевое среднее:

$$\langle v_{x^\circ} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \int_0^T v_{x^\circ}(t) dt \neq 0,$$

причем для периодических движений $\langle v_{x^\circ} \rangle = T^{-1} \int_0^T v_{x^\circ}(t) dt$, где T — период. Далее дрейф с $\langle v_{x^\circ} \rangle \neq 0$ будет называться неосредняемым.

Накопление погрешностей ориентации при действии вибрации. Одно из простых движений, при котором появляется неосредняемый дрейф, было рассмотрено в работе [11]. Оно представляет собой гармоническую качку относительно неподвижной оси, проходящей через начало координат и лежащей в плоскости двух осей трехгранника s . Для удобства выполнения стеновых экспериментов можно считать, что ось качки лежит в горизонтальной плоскости. На рис. 1. она для удобства привязки к трехграннику x° направлена вдоль северного направления x_2° .

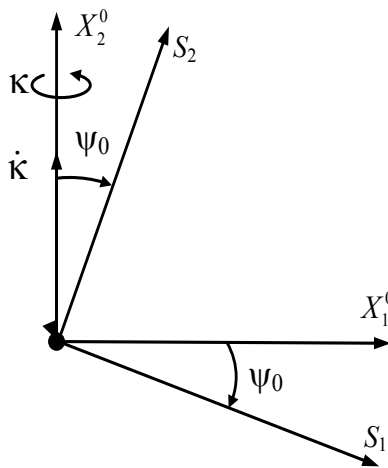


Рис. 1. Качка относительно горизонтальной оси, лежащей в плоскости приборных осей s_1, s_2 . Здесь ψ° — угол между осью качки и приборной осью s_2 , κ — угол поворота при качке

Из приведенного рисунка видно, что

$$\omega_s(t) = \dot{\kappa} \begin{bmatrix} -\sin \psi_0 \\ \cos \psi_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_s = T \dot{\omega}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\kappa} \tau_2 \cos \psi_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица $D_{x^{\circ}s}$ выражается через углы ориентации ψ, ϑ, γ формулой

$$D_{x^{\circ}s} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\gamma + s_\psi s_\vartheta s_\gamma & s_\psi c_\vartheta & c_\psi s_\gamma - s_\psi s_\vartheta c_\gamma \\ -s_\psi c_\gamma + c_\psi s_\vartheta s_\gamma & c_\psi c_\vartheta & -s_\psi s_\vartheta - c_\psi s_\vartheta c_\gamma \\ -c_\vartheta s_\gamma & s_\vartheta & c_\vartheta c_\gamma \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где c и s обозначают соответственно косинус и синус аргумента, указанного внизу этих символов. Вычисления показывают, что

$$v_{x^{\circ}} = D_{x^{\circ}s} v_s = \dot{\kappa} \tau_2 \cos \psi_0 \begin{bmatrix} \sin \psi \cos \vartheta \\ \cos \psi \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Однако финальный результат должен выражаться через исходные параметры задачи — углы ψ_0, κ и их производные. Для этого заметим, что трехгранники x° и s совмещаются последовательными поворотами на углы ψ_0 вокруг оси x_3° и κ вокруг оси x_2° в указанном порядке. Им соответствуют [6, 9]:

$$A = \begin{bmatrix} \cos \psi_0 & \sin \psi_0 & 0 \\ -\sin \psi_0 & \cos \psi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \cos \kappa & 0 & \sin \kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \kappa & 0 & \cos \kappa \end{bmatrix},$$

$$D_{x^{\circ}s} = BA = \begin{bmatrix} \cos \psi_0 \cos \kappa & \sin \psi_0 \cos \kappa & \sin \kappa \\ -\sin \psi_0 & \cos \kappa & 0 \\ -\cos \psi_0 \sin \kappa & -\sin \psi_0 \sin \kappa & \cos \kappa \end{bmatrix}.$$

Сопоставление вторых столбцов полученной матрицы $D_{x^{\circ}s}$ и ее выражения (1) через ψ, ϑ, γ дает:

$$\sin \psi \cos \vartheta = \sin \psi_0 \cos \kappa, \quad \cos \psi \cos \vartheta = \cos \psi_0, \quad \sin \vartheta = -\sin \psi_0 \sin \kappa.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \psi_0 \cos \kappa, \quad \sin \vartheta = -\sin \psi_0 \sin \kappa,$$

что в совокупности с (2) дает неявную зависимость дрейфа от параметров ψ_0 и κ .

Однако для интересующего нас случая вибрации $|k| \ll 1$, и можно получить приближенные явные зависимости. Для этого разложим тригонометрические функции до первого члена: $\sin k \approx k$, $\cos k \approx 1$. Это дает $\psi \approx \psi_0$, $\vartheta \approx -k \sin \psi_0$, таким образом,

$$v_{x^\circ} = D_{x^\circ s} v_s = \dot{k} \tau_2 \cos \psi_0 \begin{bmatrix} \sin \psi_0 \\ \cos \psi_0 \\ -k \sin \psi_0 \end{bmatrix}.$$

Особый интерес представляет случай гармонического воздействия $k = k_0 \sin \omega t$, поскольку любое периодическое воздействие раскладывается в ряд Фурье по элементарным гармоникам. С другой стороны, при действии вибрации часто имеется доминирующая частота и воздействие близко к гармоническому. Для этого случая вычисления показывают, что

$$\langle v_{x^\circ} \rangle = -\frac{1}{4} k_0^2 \omega^2 \tau_2 \sin 2\psi_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Этот неосредняемый дрейф максимален по модулю при $\psi_0 = \pi/4$. Описанное движение, очевидно, можно использовать для оценки рассинхронизации гироскопических трактов, если при помощи станда создать гармонические колебания с заданными известными параметрами.

Поскольку нас интересует случай воздействия вибрации, для которой характерна малая амплитуда, практически всегда убывающая при увеличении частоты (в противном случае неограниченно растут перегрузки пропорционально ω^2), рассмотрим следующую постановку задачи. Допустим, что $\psi_0 = \pi/4$, $\tau_2 = 10^{-6}$ с, а модуль дрейфа $|v| = k_0^2 \omega^2 \tau_2 / 4 = \text{const}$. Фиксируем и положим равным $0,01^\circ/\text{час}$. Тогда отсюда следует зависимость для амплитуды колебаний $k_0(\omega)$, отвечающей постоянному дрейфу:

$$k_0 = \frac{2}{\omega} \sqrt{|v|} = \frac{1}{\pi f} \sqrt{|v|},$$

где f — частота в герцах. Полученной зависимости соответствует график, представленный на рис. 2.

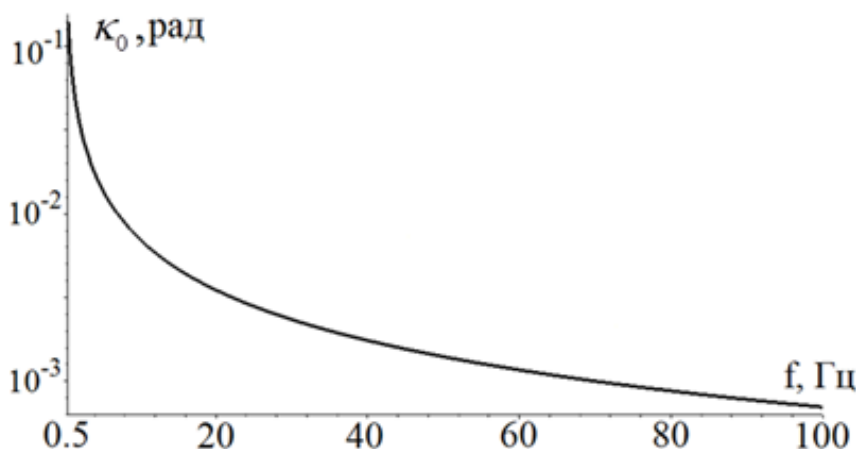


Рис. 2. Зависимость амплитуды колебаний от частоты, соответствующая постоянному дрейфу от задержек в трактах ДУС

Таким образом, амплитуда колебаний убывает обратно пропорционально f . Движение с частотами порядка 1 Гц и амплитудой 10^{-1} рад $\approx 5,7^\circ$ легко задать на испытательных стендах. Движения с частотами порядка 100 Гц и амплитудами порядка 10^{-3} рад $\approx 3,4'$ вполне могут наблюдаться при действии вибрации. В обоих случаях при задержке всего в 10^{-6} с дрейф имеет значение $0,01^\circ/\text{час}$, существенное для БИНС стандартного класса точности.

Заключение

Воздействие вибрации на БИНС, как правило, ухудшает точность навигационного решения, что традиционно объясняется накоплением погрешностей численного интегрирования при некоторых движениях, например, конических. Накапливаемые при этом погрешности особенно велики, если характерные периоды движения имеют порядок такта интегрирования или меньше него.

Однако эта традиционная точка накопления ошибок при действии вибрации не единственна. В статье рассмотрен другой механизм накопления ошибок из-за рассинхронизации в трактах ДУС БИНС. Показано, что гармонические колебания относительно неподвижной оси, не коллинеарной осям чувствительности ДУС, приводят к значительному накоплению ошибок ориентации даже при весьма малых рассинхронизациях.

Описанный эффект можно использовать как для оценки задержек информации между каналами ДУС, так и для объяснения накопления погрешностей ориентации при вибрационных испытаниях БИНС, если частота интегрирования уравнений для угловых параметров существенно превышает частоту вибрации и «коническая» схема накопления ошибок не дает удовлетворительного объяснения.

Литература

1. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е изд., испр. и доп. М.: МАКС Пресс, 2011. – 136 с.
2. Вавилова Н. Б., Голован А. А., Парусников Н. А. Краткий курс теории инерциальной навигации. М.: ИПУ РАН, 2022. – 148 с.
3. Вавилова Н. Б., Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы инерциальных навигационных систем. Издательство Московского университета, 2020. – 164 с.
4. Бабич О. А. Исследование некоммутативных поворотов в алгоритмах ориентации БИНС методом аксоидов. Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами. Вып. 6, 2013. – С. 18–35.
5. Titterton D. H., Weston J. L. Strapdown Inertial Navigation Technology. IET. 2004. – 558 p.
6. Фомичев А. В. Кинематика точки и твердого тела. М.: МФТИ, 2021. – 125 с.
7. Панов А. П. Математические основы теории инерциальной ориентации. Киев: Наукова думка. 1995. – 278 с.
8. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. – 280 с.
9. Журавлев В. Ф. Основы теоретической механики. М.: Физматлит, – 307 с.
10. Кухтевич С. Е., Рафельсон В. Ф., Фомичев А. В. О погрешностях БИНС, обусловленных несинхронностью трактов измерения угловых скоростей и линейных ускорений и геометрией блока акселерометров. // Труды МИЭА. 2011. Вып. 3. – С. 86–95.
11. Богданов О. Н., Фомичев А. В. О влиянии задержек в трактах датчиков угловой скорости на точность навигационного решения бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Гироскопия и навигация. Том 26, № 2 (101), 2018. – С. 15–28.