

УДК 629.7.05

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОНОМНЫХ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ГИРОВЕРТИКАЛЕЙ

*Виктор Иванович ГАЛКИН, к. т. н., с. н. с.,*

*Евгений Владимирович КУЗИН*

*ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»*

*E-mail: inbox@aomiea.ru*

*В статье на основе передаточных функций исследованы статические и динамические характеристики автономных микромеханических гиревортикалей с радиальной и интегральной коррекцией. Проанализированы их преимущества и недостатки, а также даны рекомендации по применению.*

**Ключевые слова:** автономная микромеханическая гиревортикаль, радиальная коррекция, интегральная коррекция, передаточная функция.

## RESEARCH OF STATIC AND DYNAMIC PARAMETERS OF AUTONOMOUS MICROMECHANICAL VERTICAL GYRO

*Victor I. GALKIN, PhD in Engineering,*

*Evgeny V. KUZIN*

*‘Moscow Institute of Electromechanics and Automatics’ PJSC*

*E-Mail: inbox@aomiea.ru*

*This article presents the research of static and dynamic parameters of autonomous micromechanical vertical gyro with radial and integral correction. The research is based on transfer functions of autonomous micromechanical vertical gyro. The advantages and disadvantages of the gyro are analyzed. The recommendations for its use are given.*

**Keywords:** autonomous micromechanical vertical gyro, radial correction, integral correction, transfer function.

## Введение

Основными параметрами, характеризующими точностные характеристики микромеханической гировертикали, являются погрешности измерения углов тангажа и крена в статических и динамических режимах ее работы: величина ошибок измерения углов, условие устойчивости работы, время переходного процесса, реакция на импульсные и знакопеременные возмущения.

В настоящей статье исследованы автономные микромеханические гировертикали с радиальной и интегральной коррекцией. Рассмотрены передаточные функции гировертикалей. Показаны преимущества и недостатки каждой из них. Приведены результаты математического моделирования.

### Передаточная функция гировертикали с радиальной коррекцией

За основу построения структурной схемы и формирования передаточной функции принят способ, предложенный разработчиками инерциальных навигационных систем [1]. Структурная схема гировертикали с радиальной коррекцией представлена на рис. 1.

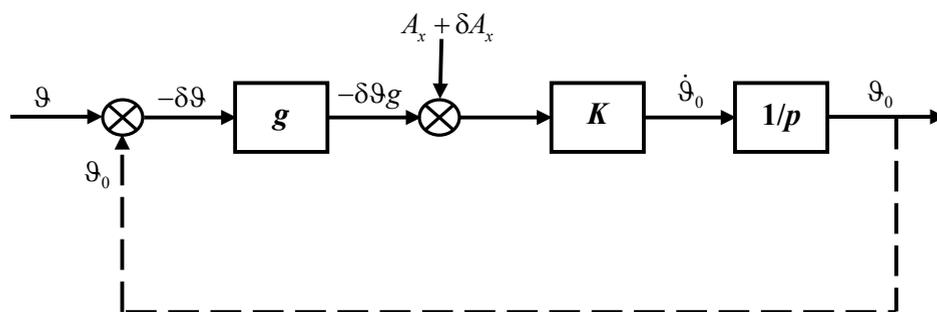


Рис. 1. Структурная схема микромеханической гировертикали с радиальной коррекцией

Уравнение, соответствующее этой структурной схеме можно записать в виде:

$$\left[ (\vartheta - \vartheta_0)g + (A_x + \delta A_x) \right] \frac{K}{p} = \vartheta_0, \quad (1)$$

где:  $\vartheta_0$  — угол тангажа с угловой погрешностью системы регулирования;  $\vartheta$  — угол тангажа, измеренный гироскопами без погрешности;  $\delta\vartheta$  — угловая погрешность системы регулирования;  $K$  [с/м] — коэффициент статического усиления;  $A_x$  — линейное ускорение;

$\delta A_x$  — погрешность измерения линейного ускорения;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $p$  — оператор дифференцирования.

Уравнение (1) преобразуем следующим образом:

$$-\delta\vartheta(p)gK + A_x(p)K + \delta A_x(p)K = p\vartheta(p) + p\delta\vartheta(p).$$

После вычитания установившегося режима работы системы получим:

$$(p + gK)\delta\vartheta(p) = \delta A_x(p)K. \quad (2)$$

Тогда передаточная функция запишется в виде:

$$W(p) = \frac{\delta\vartheta(p)}{\delta A_x(p)} = \frac{K}{(p + gK)}, \quad (3)$$

а характеристическое уравнение:

$$p + gK = 0. \quad (4)$$

Откуда следует, что система устойчива при любых положительных значениях  $K$ .

Реакция полученной передаточной функции (3) на единичное воздействие при начальном значении  $\delta\vartheta(0) = \Delta\vartheta$  запишется в виде:

$$\delta\vartheta(t) = \delta\vartheta(0)e^{-gKt} = \Delta\vartheta_m e^{-\frac{t}{T}}. \quad (5)$$

То есть система регулирования гировертикали с радиальной коррекцией и статическим коэффициентом усиления представляет собой апериодическое звено с постоянной времени  $T = 1/gK$  (рис. 2).

Величина угловой погрешности измерений при заданных значениях не скомпенсированных ошибок гироскопов ( $\Delta\omega$ ) и акселерометров ( $\Delta a$ ) может быть рассчитана по следующей формуле:

$$\Delta\vartheta = \Delta\gamma = \frac{\Delta\omega}{K} + \frac{\Delta a}{g}. \quad (6)$$

Как следует из этой формулы, увеличение коэффициента усиления ( $K$ ) приводит к уменьшению угловой погрешности, обусловленной дрейфом гироскопа, но не влияет на угловую погрешность, вызванную погрешностью акселерометра. Однако время переходного процесса при этом снижается.

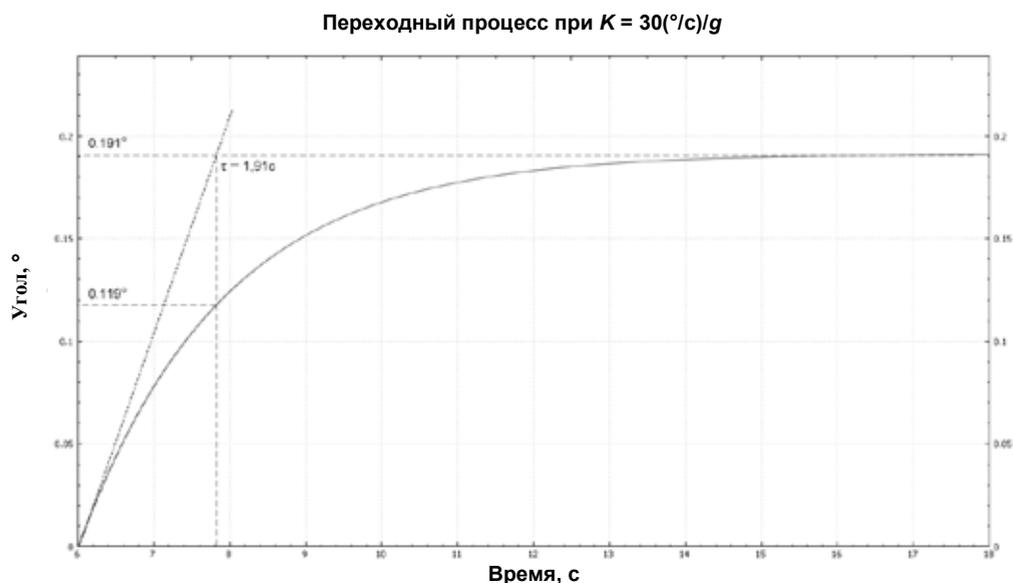


Рис. 2. Переходный процесс при  $\Delta\omega = 0,1^{\circ}/c$  и  $K = 30(^{\circ}/c)/g$

На рис. 3 приведено семейство графиков зависимости статической погрешности от дрейфа гироскопов. Откуда видно, что при очень больших  $K = (170 \div 180) \frac{^{\circ}}{c} / g$  из-за наличия интегрирующего звена возможно возникновение гармонических колебаний с перерегулированием.

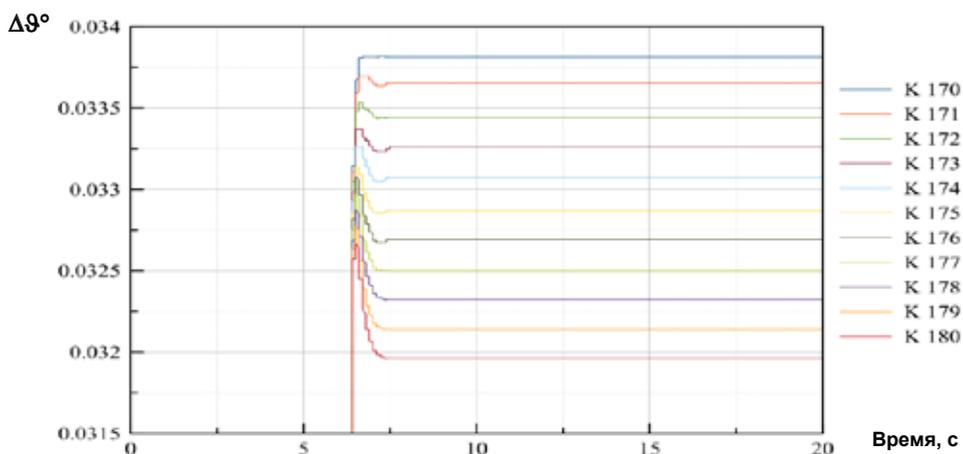


Рис. 3. Переходные процессы при  $\Delta\omega = 0,1^{\circ}/c$  и статических коэффициентах усиления  $K$  от  $170(^{\circ}/c)/g$  до  $180(^{\circ}/c)/g$

В разрабатываемых в ПАО «МИЭА» микромеханических курсо-вертикалях [2] коэффициент усиления принят равным  $K = 30 \frac{^\circ/\text{с}}{g}$ , что соответствует постоянной времени  $T = 1,91$  с. Статическая угловая погрешность в установившемся режиме при  $\Delta\omega = 0,1^\circ/\text{с}$  и  $\Delta a = 0,01g$  не превышает:

$$\Delta\theta = \frac{0,1}{30\Delta g} 57,325 + \frac{0,01g}{g} 57,325 = (0,19 + 0,57) = 0,76^\circ.$$

При этом угловая погрешность, вызванная дрейфом гироскопа, составляет 25% от суммарной угловой погрешности, обусловленной в основном погрешностью акселерометра. Однако надо иметь в виду, что в динамических режимах работы летательных аппаратов, когда линейные ускорения превышают допустимые, обратная связь в системе регулирования гировертикали отключается, и угловая погрешность от дрейфа гироскопа нарастает пропорционально времени отключения обратной связи.

### Передаточная функция автономной гировертикали с интегральной коррекцией

Структурно-функциональная схема автономной гировертикали с интегральной коррекцией будет несколько отличаться от радиальной коррекции из-за появления дополнительного интегрирующего звена, преобразующего линейное ускорение в линейную скорость. В этом случае необходимо вводить дополнительное демпфирующее звено, так как при его отсутствии будут иметь место незатухающие гармонические колебания.

Структурно-функциональная схема автономной гировертикали с интегральной коррекцией представлена на рис. 4.

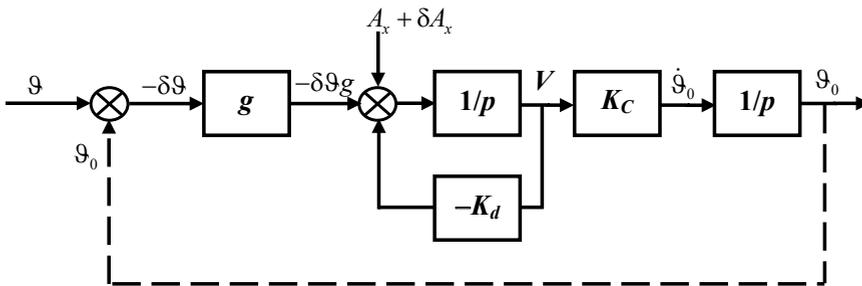


Рис. 4. Структурная схема гировертикали с интегральной коррекцией

Уравнение, соответствующее этой структурной схеме, может быть записано в виде:

$$[(\vartheta - \vartheta_0)g + A_x + \delta A_x] \frac{K_c}{(p + K_d)p} = \vartheta_0, \quad (7)$$

где:  $K_c$  [1/м] — коэффициент статического усиления;  $K_d$  [1/с] — коэффициент демпфирования;  $A_x$  — линейное ускорение. Учитывая, что:  $(\vartheta - \vartheta_0) = -\delta\vartheta$ :

$$[-\delta\vartheta g K_c + A_x K_c + \delta A_x K_c] = (\vartheta p^2 + \vartheta p K_d) + \delta\vartheta(p^2 + p K_d).$$

После вычитания установившегося режима получим:

$$\delta\vartheta(p^2 + \omega_0^2 + p K_d) = \delta A_x K_c - \vartheta p K_d. \quad (8)$$

Откуда:

$$\delta\vartheta_y = \frac{\delta A_x K_c - \vartheta p K_d}{p^2 + \omega_0^2 + p K_d}. \quad (9)$$

Тогда характеристическое уравнение запишется в виде:

$$p^2 + p K_d + \omega_0^2 = 0. \quad (10)$$

В соответствии с критерием Рауса — Гурвица необходимым и достаточным условием устойчивости такой системы является положительность всех коэффициентов в характеристическом уравнении (10).

При  $K_d = 0$  уравнение (8) запишется в виде:

$$\delta\theta(p^2 + \omega_0^2) = \delta A_x K_c. \quad (11)$$

Общее решение однородного уравнения (11) может быть записано следующим образом:

$$\delta\vartheta(t) = B \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $B$  и  $\varphi$  — постоянные величины, которые должны быть выбраны в соответствии с начальными условиями;  $\omega_0 = \sqrt{g K_c}$  — угловая частота колебаний угловой погрешности. При  $K_c = 1/R$ , где  $R$  — радиус Земли,  $\omega_0$  будет равна частоте Шулера.

Частное решение неоднородного уравнения (11), определяемое его правой частью, при  $K_d = 0$  может быть представлено следующим образом [1]:

– при не скомпенсированном нулевом сигнале акселерометра  $\Delta A_x$  :

$$\delta\vartheta_a(t) = \frac{\Delta A_x K_c}{\omega_0^2} (1 - \cos\omega_0 t); \quad (12)$$

– при не скомпенсированном нулевом сигнале гироскопа  $\Delta\omega_z$  :

$$\delta\vartheta_\omega(t) = \frac{\Delta\omega_z K_c}{\omega_0} \sin\omega_0 t. \quad (13)$$

То есть при отсутствии коэффициента демпфирования будут иметь место незатухающие гармонические колебания с угловой частотой  $\omega_0$  и амплитудой, пропорциональной не скомпенсированным нулевым сигналам датчиков. На рис. 5 приведены графики временной зависимости погрешности измерений угла тангажа при отсутствии демпфирования и при его наличии.

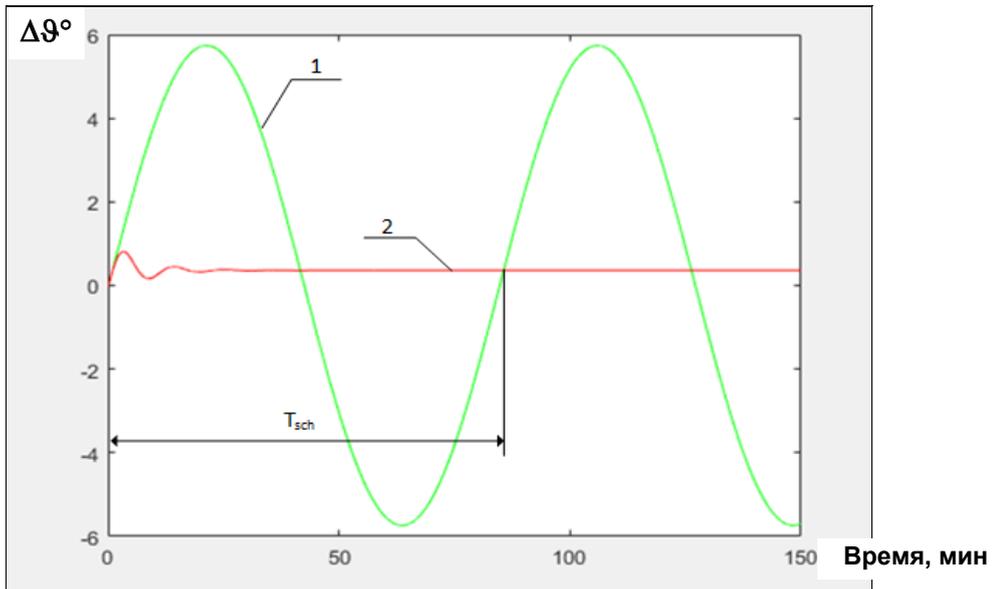


Рис. 5. Графики изменения погрешности измерения тангажа во времени  $\Delta\vartheta = f(t)$  автономной гировертикали с интегральной коррекцией, где:

график 1 — при отсутствия демпфирования ( $K_d = 0, K_c = 1/R$ );

график 2 — при оптимальных коэффициентах усиления  $K_d = 0,005 1/c$  и  $K_c = 64/R$  с одинаковым дрейфом датчика угловых скоростей по оси  $Z_1$ , равном  $\Delta\omega_{z1} = 0,0071 [^\circ/c]$ ;

$T_{sch} = 84,4 [мин]$  — период Шулера;

$R = 6,4 \cdot 10^6 [м]$  — радиус Земли

На рис. 6 приведены графики изменений погрешности тангажа при постоянном статическом коэффициенте усиления и ряде коэффициентов демпфирования.

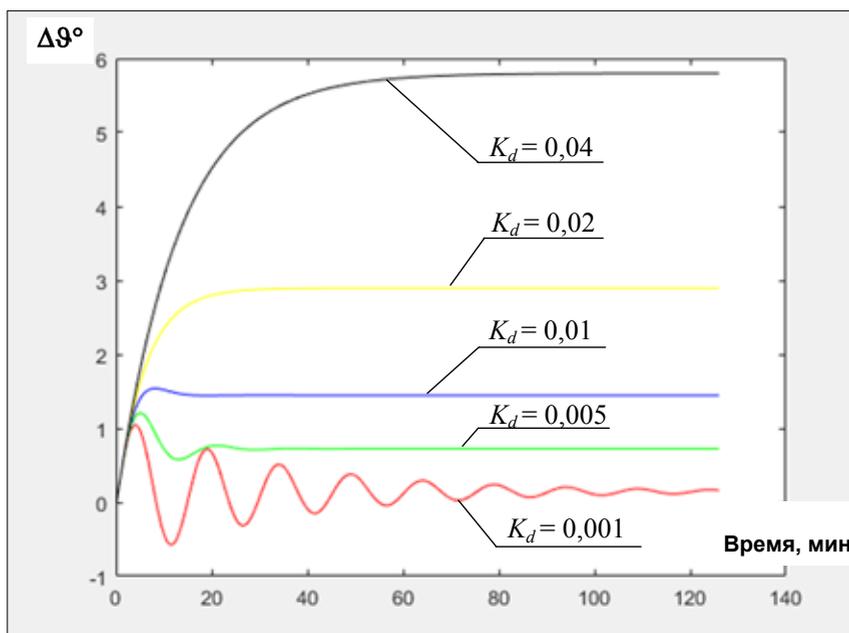


Рис 6. Графики изменения погрешностей тангажа во времени при постоянном статическом коэффициенте усиления  $K_d [1/c] = 32/R = 32/6,4 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^{(-6)} [1/м]$  и ряде значений коэффициента динамического усиления  $K_d [1/c]$

Как следует из приведенных графиков, с увеличением коэффициента демпфирования  $K_d$  динамическая погрешность тангажа уменьшается, а статическая погрешность растет. Используя такие графики, можно найти оптимальное значение коэффициентов усиления [3].

## Выводы

1. Исследования показали, что в гировертикали с радиальной коррекцией переходные процессы носят аperiodический характер. Обеспечение заданной точности измерений достигается подбором коэффициента статического усиления.

2. В автономной гировертикали с интегральной коррекцией необходимо введение демпфирования, так как только в этом случае возможно достижение заданной точности измерений в автономном режиме работы.

3. Исследования показали, что радиальная коррекция обеспечивает более высокую точность в статических режимах работы, а интегральная — в динамических режимах работы.

4. Выбор коррекции в автономной микромеханической гировертикали во многом зависит от типа и условий эксплуатации летательных аппаратов: для маломаневренных тяжелых летательных аппаратов предпочтительнее гировертикаль с радиальной коррекцией, для высокоманевренных — гировертикаль с интегральной коррекцией.

### Литература

1. Инерциальная навигация, под редакцией К. Ф. О'Донолла, перевод с английского, изд. «Наука», 1969. 592 с.
2. *Галкин В. И., Кузин Е. В., Воробьев Д. Н.* Способ управления цифровой платформой в бесплатформенной гировертикали и устройство для его реализации. // Патент РФ № 2667320, Бюллетень изобретений № 26, 2018 г.
3. *Кузнецов А. Г., Галкин В. И., Кузин Е. В.* Оптимизация параметров обратной связи в автономной микромеханической гировертикали с интегральной коррекцией. // Навигация и управление летательными аппаратами. № 36, 2022. — С. 2–10.