

УДК 621.373.826

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ КОЛЬЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА В ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА

*Алексей Владимирович МОЛЧАНОВ, к. т. н., доцент
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru*

В статье проводится анализ и оценка ряда погрешностей лазерного гироскопа зависящих от геометрических параметров кольцевого резонатора: геометрической формы, шероховатости зеркал, радиуса сферического зеркала. Рассмотрены различные геометрические формы кольцевого резонатора: от треугольника до шестиугольника, в условиях нормирования геометрической формы на радиус описанной окружности. В качестве основных погрешностей, в настоящей работе рассмотрены: предельная чувствительность к измеряемой угловой скорости, определяемая шумами от естественных флуктуационных процессов (спонтанным излучением); шумовая составляющая вызванная влиянием зоны захвата на выходной сигнал гироскопа, связанная с величиной обратного рассеяния и с распределением поля на поверхности зеркал. В результате оценки величин погрешностей формулируются рекомендации по выбору геометрических параметров кольцевого резонатора лазерного гироскопа высокой точности.

Ключевые слова: *лазерный гироскоп, геометрическая форма резонатора, шероховатость зеркала, радиус сферического зеркала, предельная чувствительность к измеряемой угловой скорости, зона захвата, шумовая составляющая дрейфа, обратное рассеяние, амплитудный коэффициент обратного рассеяния, спектральная плотность мощности, коэффициент аппроксимации, угол падения/обратного рассеяния, распределение поля в резонаторе.*

RING RESONATOR GEOMETRIC PARAMETERS IN LASER GYRO ERRORS ESTIMATION

*Alexey V. MOLCHANOV, PhD in Engineering, Ass. Professor
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru*

The article analyzes and estimates a number of laser gyro errors which depends on the following ring resonator geometric parameters: geometric shape, mirror roughness, spherical mirror radius. It considers various geometric shapes of ring resonator from triangle to hexagon with normalization of the geometric shape according to circumradius. The article considers the following errors as basic ones: the sensitive limit to the measured angular rate, determined by the noise from natural fluctuation process (spontaneous radiation); the noise component caused by lock-in influence on the gyro output signal. This component is related to the value of backscattering and field distribution on the mirror surface. The recommendations for selecting the ring resonator geometric parameters for high precision laser gyro are formulated on the basis of the error values estimation.

Keywords: *laser gyro, resonator geometric shape, mirror roughness, spherical mirror radius, sensitive limit to the measured angular rate, lock-in, noise component of drift, backscattering, amplitude coefficient of backscattering, power spectral density, approximation coefficient, angle of incidence/backscattering angle, field distribution in resonator.*

Введение

Кольцевой лазерный гироскоп является разновидностью оптического гироскопа, принцип действия которого основан на физическом эффекте Саньяка [1–3]. Для проявления эффекта Саньяка в виде разностного частотного сигнала при вращении необходим замкнутый контур в виде оптического резонатора в котором генерируется и распространяется встречно направленные оптические волны. Чем больше отношение площади к периметру лучевого контура внутри резонатора, тем выше разрешающая способность и точность измерения угла его поворота в инерциальном пространстве.

Основное уравнение, описывающее работу кольцевого лазерного гироскопа [1–2]:

$$\Delta f = \frac{4S}{L\lambda} \Omega,$$

связывает разность частот Δf встречных волн с измеряемой угловой скоростью Ω через масштабный коэффициент кольцевого резонатора с площадью и периметром лучевого контура S и L и длиной волны лазерного излучения λ . Следовательно, цена импульса выходной информации зависит от геометрической формы и размера кольцевого резонатора.

Погрешности лазерного гироскопа достаточно хорошо изучены и могут быть разделены по источнику их возникновения следующим образом:

- шум, определяемый естественными флуктуационными процессами [1–6];
- шум из-за устранения влияния синхронизации встречных волн посредством частотной подставки со случайным ошумлением [1–3, 5–6];
- шум, определяемый дискретностью съема информации [3, 5–7];
- ленгмюровский дрейф, вызываемый несимметричностью геометрии газоразрядных промежутков и токов разряда в плечах кольцевого лазера [1–3, 5];
- шум из-за изменения рассеивающих свойств зеркал [5, 7–10];
- нестабильность нулевого сигнала из-за нестационарности ионизационного баланса в плазме газового разряда [11–13].

Однако решение задачи создания перспективных бесплатформенных инерциальных систем (БИНС) на лазерных гироскопах с потенциальной точностью определения координат лучше 1,85 км за час полета и углов ориентации с погрешностью лучше 0,06 градусов требует анализа и уточнения всех зависимостей, в том числе хорошо известных и изученных.

В настоящей работе выполнен анализ и оценка ряда погрешностей лазерного гироскопа, зависящих от геометрических параметров кольцевого резонатора, таких как: геометрическая форма, шероховатость зеркал, радиус сферического зеркала. На основании результатов оценки величин погрешностей формулируются рекомендации по выбору геометрических параметров кольцевого резонатора лазерного гироскопа.

Постановка задачи

В основе любого лазерного гироскопа лежит кольцевой оптический резонатор, в котором обеспечены условия для существования двух лазерных генераторов, оптическое излучение которых распространяется внутри этого резонатора во встречных направлениях. При решении задачи повышения точности кольцевого лазерного гироскопа возникает необходимость количественной оценки составляющих погрешностей, зависящих в том числе и от геометрических параметров оптического резонатора.

Будем рассматривать кольцевой лазерный гироскоп с планарным резонатором с активной средой из газовой смеси изотопов Ne^3 : Ne^{20} : $\text{Ne}^{22} = 40:1:1$ при давлении 750...950 Па. Активная среда возбуждается и поддерживается симметричным двухплечевым газовым разрядом постоянного тока. Лазер генерирует встречные пучки оптического излучения с длиной волны 0,6328 мкм, обладающие эллиптическим поперечным сечением и линейной s -поляризацией (вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости резонатора). Корпус резонатора и подложки зеркал изготовлены из стеклокерамического материала и соединены через оптический контакт. Зеркала имеют плоскую и сферическую отражающую поверхность и расположены в вершинах многоугольника, образующего кольцевой оптический резонатор.

В качестве основных погрешностей в настоящей работе рассмотрены: предельная чувствительность к измеряемой угловой скорости, определяемая шумами от естественных флуктуационных процессов (спонтанным излучением); шумовая составляющая, вызванная влиянием зоны захвата на выходной сигнал гироскопа, связанная с величиной обратного рассеяния и с распределением поля на поверхности зеркал. Величины этих погрешностей оценены в зависимости от: геометрической формы резонатора, шероховатости подложек зеркал, радиуса кривизны отражающей поверхности сферического зеркала.

Предельная величина чувствительности

Предельная величина чувствительности кольцевого лазерного гироскопа определяется естественными флуктуационными процессами, которые связаны с присутствием в резонаторной моде спонтанного излучения [2–6]. Эти процессы приводят к нестабильности разностной частоты в кольцевом лазере [3, 5, 6]. Оценка предельной величины чувствительности от естественных флуктуационных процессов выполнена в работах [4–6], причем в работе [6] проводится не только оценка величины чувствительности, но и сравнение двух геометрических форм оптического резонатора: равносторонний треугольник и квадрат. Так как одной из основных задач данной работы является сравнение различных геометрических форм планарных оптических резонаторов, то оценку чувствительности будем проводить, используя соотношение, полученное в работе [6].

Соотношение для предельной величины чувствительности, выраженной в случайном уходе в фазе $W(^{\circ}/\sqrt{\text{ч}})$, получено исходя из выполнения условия равенства отношений оптических потерь в резонаторе к мощности оптического излучения:

$$\frac{P_0}{P_d} = \frac{\Gamma}{\Gamma},$$

где P_0 — мощность выводимая из резонатора;
 P_d — мощность рассеянная внутри резонатора;
 Γ — потери внутри резонатора
 Γ — потери на вывод оптического излучения из резонатора.

$$W = 1350 \frac{c\lambda}{H\pi^2 L^2} \sqrt{\frac{h\nu f \Gamma \Gamma}{P_0}}, \quad (1)$$

где c — скорость света (см/с);
 λ — длина волны излучения (см);
 H — безразмерный коэффициент геометрической формы, связывающий площадь S и периметр L резонатора $S = HL^2$;
 L — периметр резонатора (см);
 h — постоянная Планка (Дж·с);
 ν — частота света на длине волны λ (1/с);
 P_0 — выводимая из резонатора мощность (Вт);
 f — «вырождение» атомного перехода, в рассматриваемой ситуации
 $f = 2,5$.

Для кольцевых лазеров с одинаковыми: геометрической формой (квадрат); размером периметра (20 см); и примерно одинаковыми величинами потерь Γ , T и мощностей P_0 и P_d получены следующие оценки предельной чувствительности:

- $0,00032^\circ/\text{ч}$ для времени осреднения 600 с [4];
- $0,0002^\circ/\sqrt{\text{ч}}$ [5];
- $0,000247^\circ/\sqrt{\text{ч}}$ [6].

Перед сравнением численных оценок заметим, что практические применения нашли следующие формы оптических резонаторов: треугольная, в виде равностороннего и равнобедренного треугольников и четырехугольная, в виде квадрата.

Сравнение будем проводить для правильных равносторонних многоугольников, площадь и периметр которых приведены к величине описанной вокруг них окружности радиусом R_0 , что позволяет учитывать различия, вносимые только формой фигуры, а не размером. Фактически каждый из правильных многоугольников нормируется на площадь окружности с радиусом R_0 . Площадь, периметр и внутренний угол α правильного многоугольника, вписанного в окружность радиусом R_0 , определяется по формулам [14]:

$$S_n = \frac{n}{2} R_0^2 \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right),$$

$$L_n = n 2 R_0 \sin\left(\frac{180^\circ}{n}\right),$$

$$\alpha_n = \frac{(n-2)180^\circ}{n},$$

где n — число сторон многоугольника.

Задаваясь радиусом описанной окружности R_0 , определим следующие параметры правильных многоугольников: сторона l , периметр L , площадь S , внутренний угол α при вершинах и коэффициент формы резонатора H для следующих планарных геометрических резонаторов: треугольник, квадрат, пятиугольник, шестиугольник. На рис. 1 и в таблице 1 представлены формы и параметры правильных многоугольников.

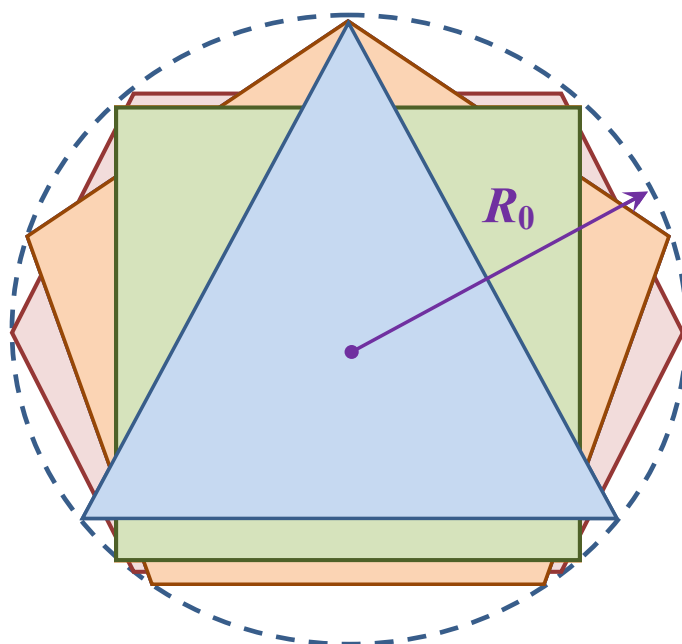


Рис. 1. Планарные геометрические резонаторы, вписанные в окружность радиуса R_0

Таблица 1.

Форма резонатора	Треугольник	Квадрат	Пятиугольник	Шестиугольник
Длина стороны, l	$\sqrt{3} R_0$	$\sqrt{2} R_0$	$(2 \sin 36) R_0$	R_0
Площадь, S	$(3\sqrt{3}/4) R_0^2$	$2 R_0^2$	$((5/2) \sin 72) R_0^2$	$(3\sqrt{3}/2) R_0^2$
Периметр, L	$(3\sqrt{3}) R_0$	$(4\sqrt{2}) R_0$	$(10 \sin 36) R_0$	$6 R_0$
Угол, α	60	90	108	120
Коэффициент формы резонатора, H	$\sqrt{3}/36$	1/16	$(5/2(\sin 72))/10(\sin 36)$	$3\sqrt{3}/72$

Оценку величины W проведем при следующих допущениях:

- вывод излучения из резонатора производится через одно полупрозрачное зеркало;
- за базовую величину суммарных потерь примем среднестатистическую величину, измеренную в четырехугольном резонаторе с периметром 28 см (резонатор лазерного гироскопа семейства систем БИНС-СП);

- при изменении геометрической формы резонатора уменьшение или увеличение величины суммарных потерь происходит пропорционально уменьшению или увеличению количества зеркал;
- за величину радиуса R_0 примем радиус окружности, описанной вокруг четырехугольного квадратного резонатора с периметром 28 см ($R_0 = 4,95$ см).

Исходные данные для оценки:

– физические величины и константы:

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с};$$

$$\lambda = 0,6328 \cdot 10^{-4} \text{ см};$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-27} \text{ Дж} \cdot \text{с};$$

$$\nu = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ 1/с};$$

$$f = 2,5;$$

– параметры кольцевого резонатора:

$$P_0 = 300 \text{ Дж/с (30 мкВт)};$$

$$\Gamma = 360 \cdot 10^{-6} \text{ (для четырехугольного резонатора)};$$

$$T = 60 \cdot 10^{-6}.$$

Результаты расчета геометрических параметров резонаторов и оценки предельной величины чувствительности представлены в таблице 2 и на рис. 2 и 3.

Таблица 2

Форма резонатора	H	Γ , ppm	L , см	$\circ / \sqrt{\chi} \cdot 10^{-4}$
Треугольник	0,048	270	25,72	5,3
Квадрат	0,0625	360	28	1,26
Пятиугольник	0,06882	450	29,095	1,185
Шестиугольник	0,0722	540	29,7	1,187

При ограничении площади и периметра планарных кольцевых резонаторов радиусом описанной окружности R_0 основными параметрами, влияющими на величину предельной чувствительности, становятся коэффициент формы H и количество зеркал резонатора соответственно. Коэффициент формы H характеризует эффективность использования единицы площади геометрической фигуры, и его величина максимальна у шестиугольного резонатора, а минимальна у треугольного.

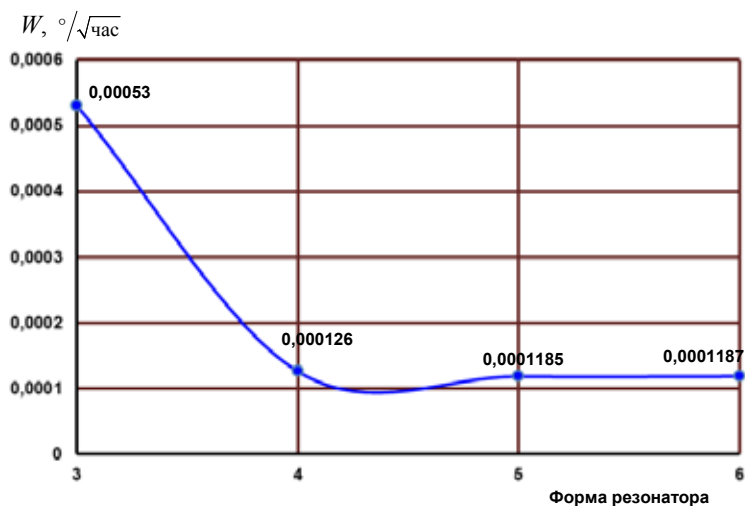


Рис. 2. Зависимость предельной величины чувствительности от геометрии резонатора

Увеличение количества углов в резонаторе ведет к росту коэффициента H (см. рис. 3).

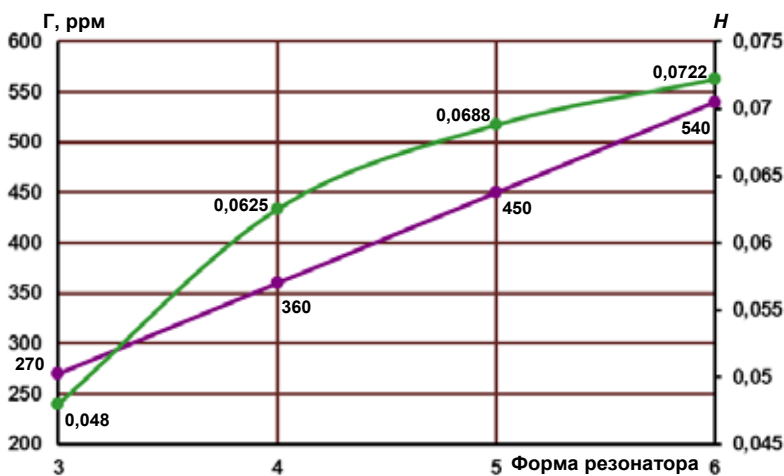


Рис. 3. Зависимость коэффициента H и потерь резонатора Γ от геометрии резонатора

Однако при достижении пятиугольной формы дальнейший процесс роста переходит в насыщение, в то время как рост потерь носит линейный характер.

Величина W снижается при увеличении коэффициента H и увеличивается с ростом потерь как внутри резонатора, так и на вывод оптического излучения из него. Наибольший эффект от изменения геометрической формы резонатора наблюдается при переходе от трех- к четырехугольному резонатору, что приводит к кратному уменьшению величины W более чем в 4 раза (таблица 2, рис. 2). Начиная с пятиугольного резонатора, существенного уменьшения W не происходит: по причине практически одинакового роста коэффициента формы H и потерь от увеличения количества зеркал, эти параметры компенсируют друг друга (см. рис. 3). Уменьшение величины W при переходе с четырех- на пятиугольный резонатор составляет всего 6%. Резерв в улучшении величины W при увеличении коэффициента формы H лежит в уменьшении потерь за счет улучшения качества зеркал.

При изменении геометрической формы резонатора происходит изменение внутреннего угла α при вершинах (см. таблицу 1). С ростом количества сторон многоугольника этот угол увеличивается, что приводит к росту угла падения (отражения) оптических волн в кольцевом резонаторе и к изменению условий их взаимодействия. Влияние угла α на взаимодействие оптических волн на поверхностях зеркал кольцевого резонатора будет рассмотрено в следующем разделе настоящей работы.

Шумовая составляющая, вызванная влиянием зоны захвата

Слабая связь встречных волн, генерируемых кольцевым лазером, приводит к методической погрешности в измерении угловой скорости, которая, в частности, проявляется в отсутствии чувствительности лазерного гироскопа к медленному вращению. Связь встречных волн из-за рассеяния лазерного излучения на шероховатостях отражающей поверхности зеркал в направлении встречно распространяющейся волны характеризуется величиной зоны захвата [1–3, 5–10].

Если мощности встречных волн одинаковы, то в первом приближении порог захвата Ω_L определяется соотношением [6–7, 9–10]:

$$\Omega_L = \frac{c\lambda}{4\pi S} \times \sqrt{|R_{CW}|^2 + |R_{CCW}|^2 + 2|R_{CW}||R_{CCW}|\cos\Delta\varphi} / c,$$

где: $\Delta\varphi$ — разность фаз лазерных пучков, вызванная обратным рассеянием излучения в резонаторе; R_{CW}, R_{CCW} — амплитудные коэффициенты связи для оптических волн, распространяющихся соответственно по и против часовой стрелки [7, 10], то есть:

$$R_{CW, CCW} = \sum_n R_n e^{\pm i2kl_{1,n}}, \quad \Delta\varphi = \arg R_{CW} + \arg R_{CCW}, \quad (2)$$

$k = 2\pi/\lambda$, R_n — комплексный коэффициент обратного рассеяния лазерного излучения n -м элементом резонатора (элементами, рассеивающими оптическое излучение, будем считать только зеркала), $l_{1,n}$ — расстояние от рассеивающего элемента до базового зеркала, отсчитанное вдоль оптической оси.

Величина порога захвата Ω_L изменяется в процессе работы лазерного гироскопа, что объясняется физической природой взаимодействия встречно распространяющихся электромагнитных волн, и при определенных условиях может меняться на порядок [15] из-за мгновенных вариаций фазовых соотношений (параметры R_n и $\Delta\varphi$). Причиной такой вариативности могут быть перемещения зеркал [16, 17], как кратные длине волны, так и медленно меняющиеся во время регулировки периметра, а также формирование полей обратного рассеяния в кольцевом резонаторе (спекл-структуры полей обратного рассеяния) [15]. Помимо этого, свое влияние в изменение величины Ω_L вносит усиление активной среды и другие факторы, исследованные в работах [18, 19].

Учитывая, что Ω_L является обобщающим параметром суммарного рассеяния в резонаторе и определяется коэффициентами обратного рассеяния $R_{CW, CCW}$ (2), оценку влияния шероховатости подложек и конфигурации резонатора на шумовую составляющую дрейфа будем осуществлять по изменению величины модуля этих коэффициентов.

Влияние шероховатости подстилающего рельефа

Количественно рассеяние характеризуется комплексным амплитудным коэффициентом, аргумент которого определяется разностью фаз рассеянного излучения и лазерного пучка, а модуль — следующим соотношением [10]:

$$|R| = \sqrt{\frac{P_s}{P}} = \sqrt{I(\theta_0, \theta, \varphi) \Delta\Omega},$$

где: P_s — мощность излучения, рассеянного в направлении встречного пучка; P — мощность падающего излучения; $\Delta\Omega = \pi v^2$, $v \sim 10^{-3}$ рад — расходимость лазерного излучения; $I(\theta_0, \theta, \varphi)$ — индикатриса рассеяния: отношение мощности, рассеянной в единичный телесный угол, к мощности падающего излучения; θ_0 — угол падения; θ, φ — углы, определяющие направление рассеяния.

Направления падающего и рассеянного излучения, а также относительные углы и условия поляризации представлены на рис. 4 (стр. 48).

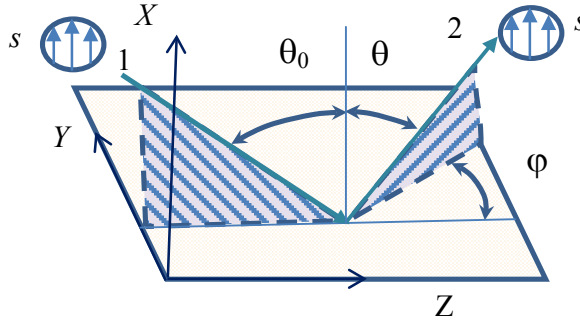


Рис. 4. Направления падающего луча и излучения, рассеянного шероховатой поверхностью зеркала:
1 — луч, падающий под углом θ_0 к нормали поверхности;
2 — излучение, рассеянное под углами θ и φ

Отражающая поверхность зеркала представляет собой многослойное интерференционное покрытие, нанесенное на подложку, изготовленную из стеклокерамического материала (ситалла или зеродура). Существенный вклад в обратное рассеяние вносит рельеф подстилающей поверхности интерференционного зеркального покрытия. Этот рельеф формируется при изготовлении подложки зеркала и характеризуется величиной шероховатости поверхности. В работах [20–23] установлено, что шероховатость интерференционного зеркального покрытия в значительной степени определяется качеством обработки подложки: отклонения статистических свойств нанесенного зеркального покрытия и подложки зарегистрированы лишь для пространственных частот, превышающих 5 мкм^{-1} , а область пространственных частот, характерных для рассматриваемых конфигураций резонаторов, находится в диапазоне: от $1,58 \text{ мкм}^{-1}$ (для треугольного резонатора) до $2,74 \text{ мкм}^{-1}$ (для шестиугольного резонатора).

Если предположить, что интерференционное покрытие сформировано идеально: без примесей по химическому составу слоев, без посторонних включений, с отсутствием межслойных переходов и с обеспечением требуемой толщины каждого из слоев; то для проводимой оценки будем учитывать только вклад от шероховатости подстилающей поверхности подложки.

Согласно [24], спектральная плотность мощности хаотического рельефа описывается следующим соотношением:

$$S(F) = A \left(1 + \frac{F^2}{F_0^2} \right)^{-\frac{3}{2}} + B, \quad (3)$$

где: A, B — коэффициенты аппроксимации;
 F, F_0 — пространственная и критическая частоты.

Связь между величиной и спектральной плотностью мощности (СПМ) шероховатости подстилающей поверхности подложки зеркала и рассеянным в падающий луч излучением выражается через: индикатрису рассеяния, интегральное рассеяние в полусферу и амплитудный коэффициент обратного рассеяния. При выполнении условия равенства коэффициентов $R_{CW} = R_{CCW}$ для оптических волн, распространяющихся соответственно по и против часовой стрелки, эти параметры определяются следующими соотношениями [10, 25, 26]:

$$TIS(\varphi) = \frac{16\pi^2 (\varepsilon - 1)^2}{\lambda^4} \iint_{\theta, \varphi} S(F)(F_{ss} + F_{ps}) \sin \theta d\theta d\varphi 10^{-12},$$

$$F = \frac{1}{\lambda} \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\sin^2 \theta - 2 \sin \theta_0 \sin \theta \cos \varphi + \sin^2 \theta_0},$$

$$ARS = \frac{16\pi^2 (\varepsilon - 1)^2}{\lambda^4} S(F)(F_{ss} + F_{ps}) 10^{-12},$$

$$|R(\varphi)| = \sqrt{\frac{16\pi^2 (\varepsilon - 1)^2}{\lambda^4} 10^{-12} S(F)(F_{ss}) \pi 10^{-6}},$$

$$F_{ss} = \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}{\left[\cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2} \right]^2 \left[\cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2} \right]^2},$$

$$F_{ps} = \frac{\cos \theta_0 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)}{\left[\cos \theta_0 + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2} \right]^2 \left[\varepsilon \cos \theta + (\varepsilon - \sin^2 \theta_0)^{1/2} \right]^2},$$

где: TIS — интегральное рассеяние,

ARS — индикатриса рассеяния,

F_x, F_y — пространственные частоты, зависящие от углов падения θ и рассеяния θ_0, φ ,

$S(F)$ — спектральная плотность мощности (СПМ) шероховатого рельефа,

F_{ss}, F_{ps} — угловые функции (первый и второй нижний индексы обозначают поляризацию рассеянного и падающего излучения),

ε — коэффициент диэлектрической проницаемости.

Расчет амплитудного коэффициента обратного рассеяния по формуле (4) учитывает только s -поляризацию рассеянного излучения, так как синхронизация возможна только для волн с одинаковыми состояниями поляризации. Условия рассеяния от зеркальной поверхности диэлектрической поверхности зеркала проиллюстрированы на рис. 4 и 5.

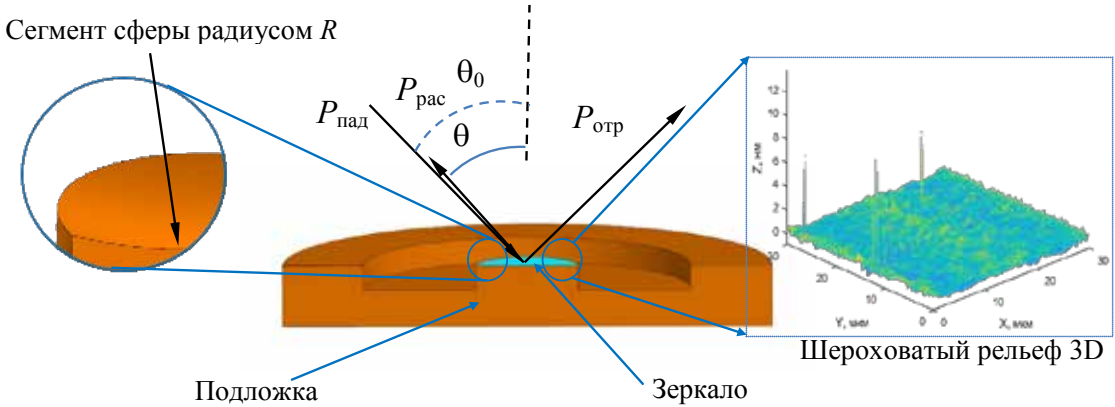


Рис. 5. Геометрия сферического зеркала кольцевого лазерного гироскопа

Оценка параметров $|R|$, $S(F)$, F_{ss} , F_{ps} проводится для случая рассеяния в падающий луч, тогда справедливы следующие допущения и исходные данные:

$$\theta = \theta_0; \quad \varphi = 0; \quad \varepsilon = 10000.$$

Влияние качества полировки поверхности будем учитывать, изменяя величину коэффициента аппроксимации A (нм^4) для функции $S(F)$ в области низких пространственных частот (мкм^{-1}). Величина A выбирается по данным измерений шероховатого рельефа для большой выборки подложек и зеркал лазерного гироскопа (больше 300 штук) на атомно-силовом микроскопе по методике, описанной в [27–29]. Выбраны величины, характерные для поверхностей:

- очень высокого качества полировки $A = 100$;
- высокого качества полировки $A = 200$ ($A = 500$ — верхняя граница);
- хорошего качества полировки $A = 1000$;
- неудовлетворительного качества полировки $A = 2000$.

Приведенная градация качества полировки поверхностей применима для лазерных гироскопов, предназначенных для использования в автономных БИНС авиационного применения [7, 30].

На рис. 6 приведена иллюстрация влияния различной геометрической формы резонатора от треугольника до шестиугольника, приводящей к изменению угла падения (отражения, рассеяния) на СПМ шероховатого рельефа $S(F)$ (в качестве примера выбрана среднестатистическая зависимость). Она характерна для подложки с качеством полировки поверхности, приближающимся к высокому. Среднее значение СКО рельефа составляет величину 0,14 нм (1,4 Ангстрем). Учет дефектов, связанных с наличием царапин на поверхности, увеличивает значение СКО до 0,16 нм (1,6 Ангстрем).

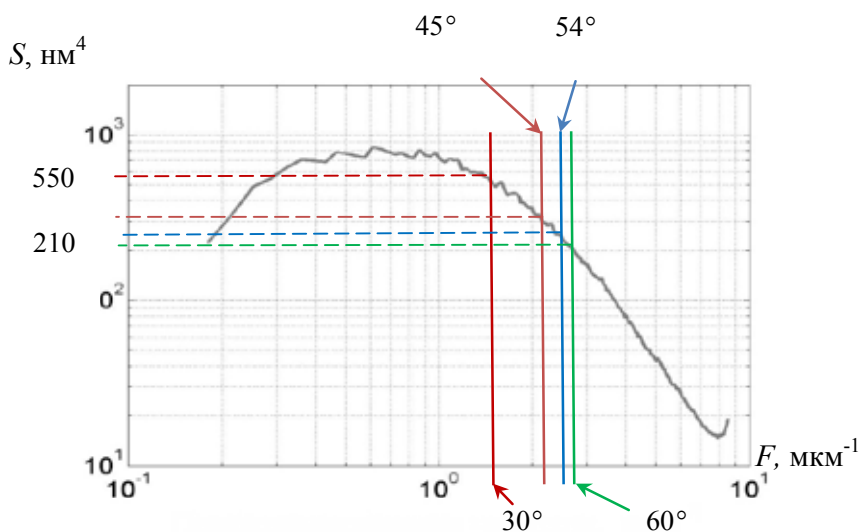


Рис. 6 Зависимость СПМ шероховатого рельефа от угла θ_0

Одна и та же отражающая поверхность с шероховатым рельефом, пример которого в виде 3D изображения представлен на рис. 5, в условиях изменения углов падения приводит к разным значениям СПМ рельефа (рис. 6), от которой зависит величина $|R|$. Причиной этого является вид характеристики $S(F)$, которая спадает с ростом пространственной частоты F , а она растет с увеличением угла θ_0 . Результаты расчета СПМ шероховатого рельефа $S(F)$ (3) и соответствующей ей величины $|R|$ (4) при различных углах θ_0 , определяемых геометрической формой кольцевого резонатора, приведены в таблице 3 и на рис. 7.

Увеличение угла падения от 30° до 60° на отражающую поверхность зеркала с одинаковой шероховатостью рельефа приводит к уменьшению модуля амплитудного коэффициента обратного рассеяния $|R|$ в среднем в 3 раза. Рост шероховатости поверхности до 2000 нм^4 увеличивает это соотношение до 3,5, а снижение до 100 нм^4 уменьшает до 2,5 раз.

Таблица 3

θ_0 , град	F , МКМ^{-1}	F_{ss} $\cdot 10^{-8}$	$ R , \cdot 10^{-6}$ (при изменении величины A , нм^4)				
			100	200	500	1000	2000
30	1,58	0,628	0,421	0,507	0,705	0,947	1,3
45	2,235	0,344	0,28	0,322	0,423	0,552	0,746
54	2,56	0,198	0,205	0,23	0,294	0,378	0,504
60	2,74	0,123	0,158	0,176	0,221	0,281	0,373

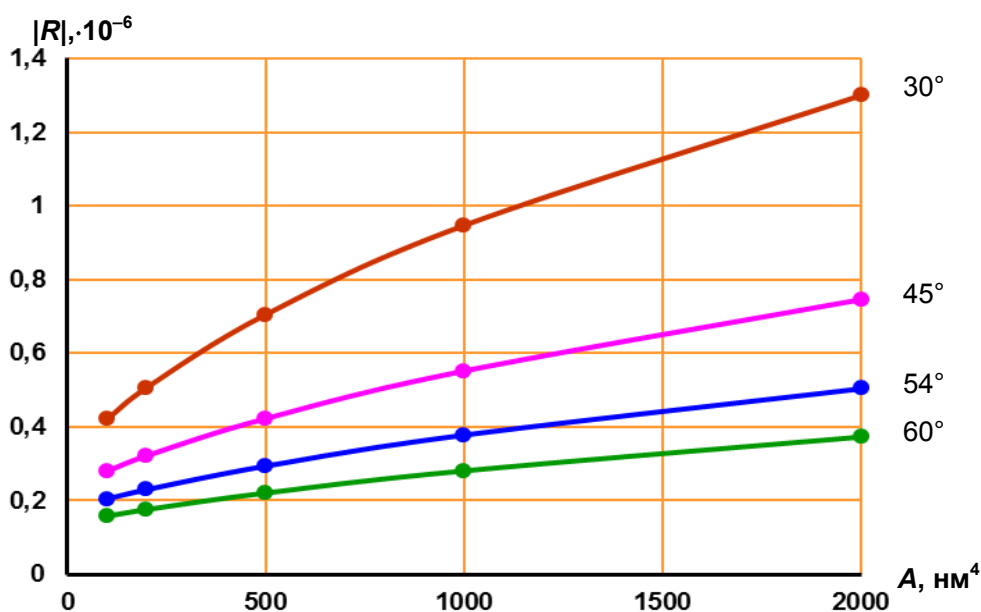


Рис. 7. Зависимости амплитудного коэффициента обратного рассеяния $|R|$ от шероховатости отражающей поверхности для разных углов падения/обратного рассеяния

Уменьшение величины $|R|$ с увеличением угла падения оптической волны на отражающую поверхность зеркала частично компенсируется количеством зеркал. Если принять, что каждое зеркало резонатора вносит одинаковый вклад в суммарный амплитудный коэффициент, определяемый по формуле (2), а также не учитывать фазовые соотношения при взаимодействии оптических волн, то можно получить оценку сверху для $R_{CW, CCW}$ в резонаторах разной геометрической формы. Эта оценка с учетом влияния качества полировки оптической поверхности представлена на рис. 8.

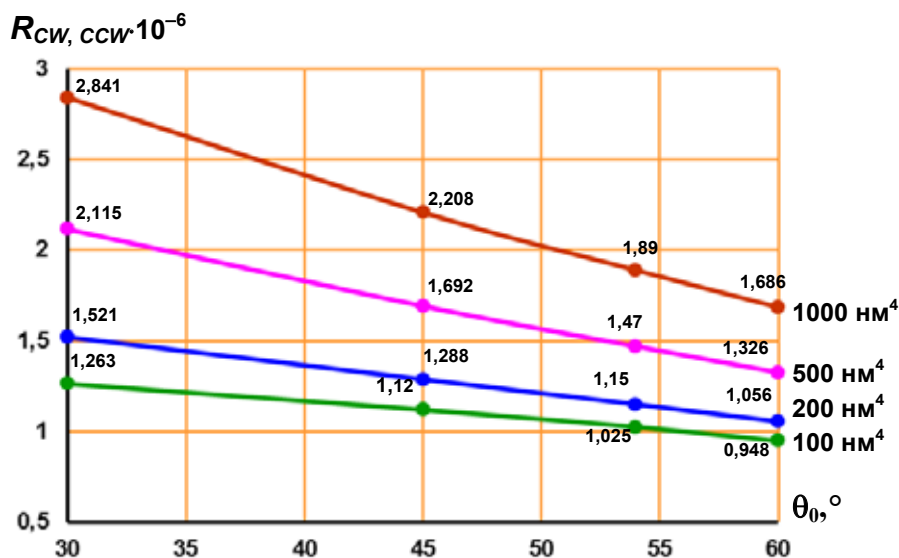


Рис. 8. Изменение $R_{CW, CCW}$ для различной геометрической формы и качества отражающей зеркальной поверхности

Полученные результаты оценки иллюстрируют наличие двух тенденций: одна на уменьшение величины $R_{CW, CCW}$ при росте угла падения, другая на снижение влияния геометрической формы резонатора на величину $R_{CW, CCW}$ при уменьшении шероховатости рассеивающей зеркальной поверхности. Наиболее существенно изменение $R_{CW, CCW}$ от геометрической формы резонатора в случае использования зеркал с качеством полировки на уровне коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа — 1000 нм⁴ и более. Уменьшение величины $R_{CW, CCW}$ составляет:

- 28,7% при переходе от треугольной к четырехугольной форме;
- 16,8% при переходе от четырехугольной к пятиугольной форме;
- 12,1% при переходе от пятиугольной к шестиугольной форме.

Улучшение качества рассеивающей поверхности зеркал снижает влияние геометрии резонатора на величину $R_{CW, CCW}$. Для поверхностей с коэффициентом аппроксимации СПМ шероховатого рельефа — 200 нм⁴, уменьшение величины $R_{CW, CCW}$ составляет:

- 18,1% при переходе от треугольной к четырехугольной форме;
- 12% при переходе от четырехугольной к пятиугольной форме;
- 8,9% при переходе от пятиугольной к шестиугольной форме;

При величине коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа рассеивающей поверхности в 100 нм⁴ влияние геометрической формы на $R_{CW, CCW}$ минимально и не превышает 13%.

Сравнение двух наиболее распространенных геометрических форм резонаторов треугольной и четырехугольной показывает: близкие результаты по величине $R_{сш, ссш}$ достигаются в случае применения в треугольном резонаторе зеркал более высокого качества. Величина коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа рассеивающей поверхности зеркала должна быть в 2 раза меньше величины, которая обеспечивает такой же результат в четырехугольном резонаторе. Аналогичная тенденция сохраняется и при переходе от четырех- к пяти- и шестиугольной формам. Относительное уменьшение величины $R_{сш, ссш}$ при переходах составляет: 8–12% и 8,1–8,9% соответственно.

Сопоставимые величины $R_{сш, ссш}$ в кольцевом резонаторе в случаях форм с большим количеством углов достигаются при применении зеркал с относительно худшей шероховатостью поверхности. Например, величина $R_{сш, ссш} < 1,3 \cdot 10^{-6}$ получается для:

- треугольной формы при величине коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа 100 нм⁴;
- четырехугольной формы при величине коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа 200 нм⁴;
- пятиугольной формы при величине коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа более 200 нм⁴;
- шестиугольной формы при величине коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа 500 нм⁴.

Полученные оценки $R_{сш, ссш}$ позволяют сделать вывод, что для высокоточного лазерного гироскопа актуальными являются четырехугольная и пятиугольная формы резонаторов. Качество полировки зеркал в таких резонаторах должно обеспечивать величину коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа 100–500 нм⁴.

Влияние кривизны отражающей поверхности сферического зеркала

Помимо шероховатости зеркальной поверхности, некоторое влияние на величину зоны захвата имеет распределение поля в кольцевом резонаторе, в частности, на его зеркалах. Так, в источнике [9] получено соотношение, показывающее слабую параметрическую связь между величиной порога захвата и диаметром лазерного луча на зеркале:

$$\Omega_L = \frac{c\lambda^2 \sqrt{TIS}}{32\pi S d_{xy}}; \quad (5)$$

где: \sqrt{TIS} – коэффициент интегрального рассеяния из одного луча в другой;

S — площадь фигуры, ограниченной лазерными лучами;
 d_{xy} — диаметр лазерного пучка на зеркале.

На рис. 9 представлено формирование лазерного пучка на зеркале на примере 4-х зеркального резонатора квадратной формы с периметром 28 см.

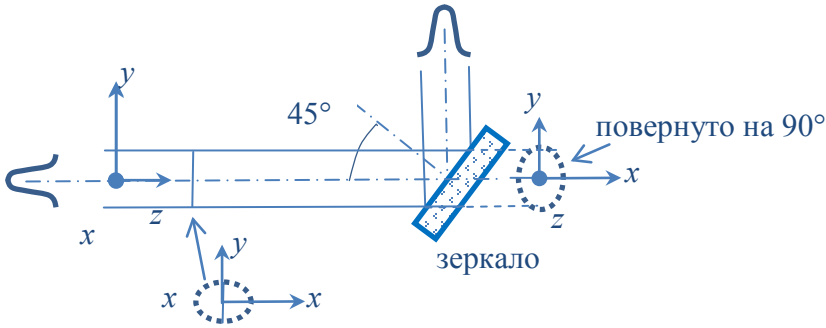


Рис. 9. Лазерный пучок на зеркале при угле падения 45°

Зеркала кольцевого резонатора формируют замкнутый оптический контур и по геометрической форме отражающей поверхности разделяются на плоские и сферические. Пример конструкции сферического зеркала представлен на рис. 5. Наклонное падение лазерного луча на зеркало приводит к формированию в кольцевом резонаторе эллиптического гауссова пучка [31]. Рассмотрим распределение поля в резонаторе [8]:

$$w = \sqrt{w_{0,x(y)}^2 + \left(\frac{\lambda \Delta z}{\pi w_{0,x(y)}} \right)^2}; \quad (6)$$

$$w_{0,x} = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \cdot 4 \sqrt{\frac{l(4\sqrt{2}R^2 - 7Rl + 1,5\sqrt{2}l^2)}{2\sqrt{2}(\sqrt{2}R - 3l)}}; \quad (7)$$

$$w_{0,y} = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \cdot 4 \sqrt{\frac{l(2\sqrt{2}R^2 - 7Rl + 3\sqrt{2}l^2)}{4(R - 3\sqrt{2}l)}}; \quad (8)$$

где: w — размер пучка между перетяжкой поля и зеркалами на расстоянии Δz ;

$w_{0,x}, w_{0,y}$ — размер перетяжки поля в точке с координатой $z = 0$;

l — длина стороны резонатора;

R — радиус кривизны сферического зеркала.

На рис. 10 представлены результаты расчета размеров лазерного пучка в кольцевом резонаторе в плоскостях xz (w_x) и yz (w_y), в зависимости от координаты Δz , которая отсчитывается вдоль оси резонатора.

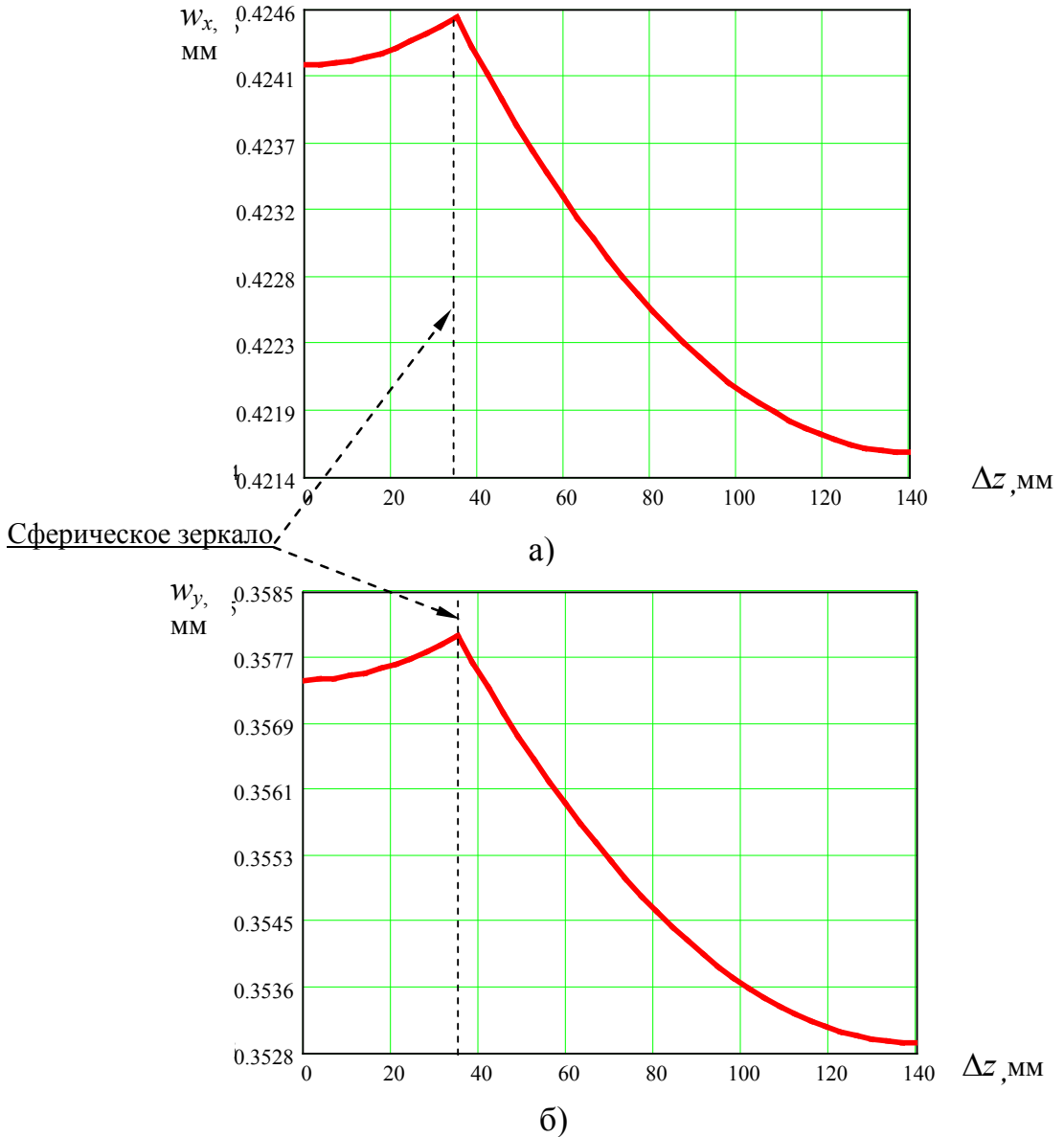


Рис. 10. Распределение поля в резонаторе: а) плоскость xz ; б) плоскость yz

Расчет размеров лазерного пучка выполнен на базе $\Delta z = 0 \dots 140$ мм, что соответствует половине периметра резонатора и дает представление обо всех характеристических точках. К таким точкам относятся сферические зеркала ($\Delta z = 35$ мм) и перетяжки поля, расположенные: первая — между сферическими зеркалами ($\Delta z = 0$), вторая — между плоскими зеркалами ($\Delta z = 140$ мм). Форма поля носит ярко выраженный эллиптический характер с соотношением осей a в плоскости xz и b в плоскости yz : $a/b = 1,18 \dots 1,19$ и имеет максимальный размер на сферических зеркалах.

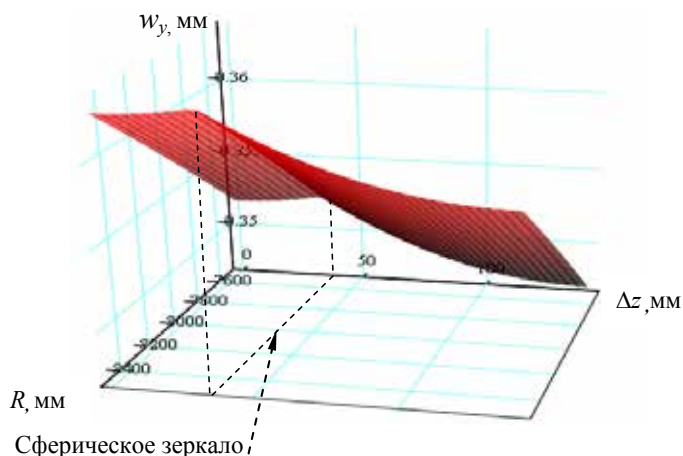
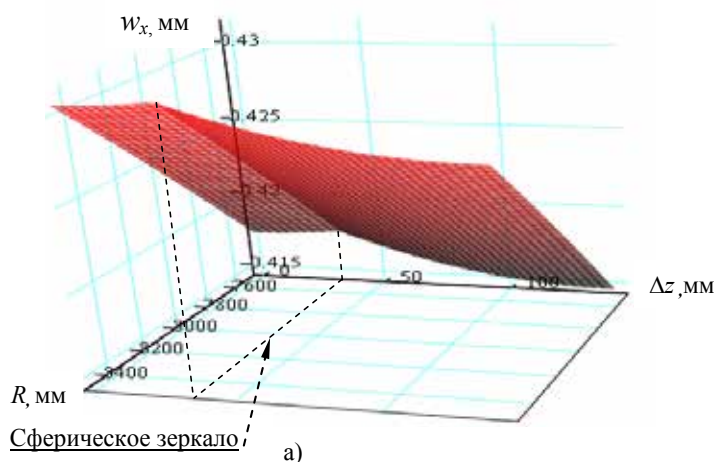


Рис. 11. Распределение поля в резонаторе в зависимости от радиуса сферических зеркал: а) плоскость xz ; б) плоскость yz

Анализ соотношений (7–8) показывает, что размер лазерного пучка в резонаторе определяется радиусом кривизны сферических зеркал R . Результаты расчета размеров лазерного пучка, падающего на сферическое зеркало, в зависимости от радиуса кривизны сферических зеркал представлены в таблице 4. На рис. 11 показано распределение поля в резонаторе при радиусе сферического зеркала 8000 ± 500 мм. Изменение радиуса сферического зеркала задано в пределах от 4000 до 8000 мм, что является наиболее характерными значениями радиусов для зеркал, производимых различными производителями и применяемых в кольцевых резонаторах.

Падение лазерного пучка с эллиптическим сечением на зеркало под углом 45° приводит к изменению размера сечения по оси y : $b_y = b/\cos 45^\circ = \sqrt{2} b$. Тогда d_{xy} из соотношения (5) может быть выражен как диаметр круга, эквивалентный эллиптическому сечению лазерного пучка на зеркале: $d_{xy} = 2\sqrt{a_x b_y}$. Результаты расчета геометрических размеров сечения лазерного пучка на сферическом зеркале при изменении его радиуса R представлены в таблице 4, а на рис. 12 показано относительное изменение диаметра d_{xy} и площади S_{xy} пучка.

Таблица 4

R , мм	4000	5000	6000	7000	8000
a_x , мм	0,360	0,380	0,396	0,412	0,425
b , мм	0,305	0,322	0,336	0,348	0,358
$S_{xy} = b_y = \sqrt{2}b$, мм	0,431	0,455	0,475	0,492	0,506
$S_{xy} = a_x b_y \pi$, мм ²	0,488	0,543	0,591	0,637	0,676
$d_{xy} = 2\sqrt{a_x b_y}$, мм	0,788	0,832	0,867	0,90	0,928

Согласно (5), величина Ω_L уменьшается прямо пропорционально увеличению диаметра d_{xy} , который умеренно растет при увеличении величины радиуса сферического зеркала. Рост величины R в два раза от 4000 до 8000 мм обеспечивает увеличение величины d_{xy} и снижение величины порога захвата Ω_L на 18%, что составляет довольно значимую величину. При выборе радиуса сферического зеркала в резонаторе необходимо учитывать также факторы: технологии полировки сферической поверхности — больший радиус кривизны выполнить сложнее; и юстировки резонатора — она осуществляется проще на относительно меньших величинах R . Однако фактор снижения величины Ω_L для кольцевых резонаторов лазерных гироскопов высокой точности является приоритетным.

Учитывая технологические возможности формообразования сферической поверхности целесообразно величину радиуса кривизны выбрать в диапазоне от 7000 мм и более.

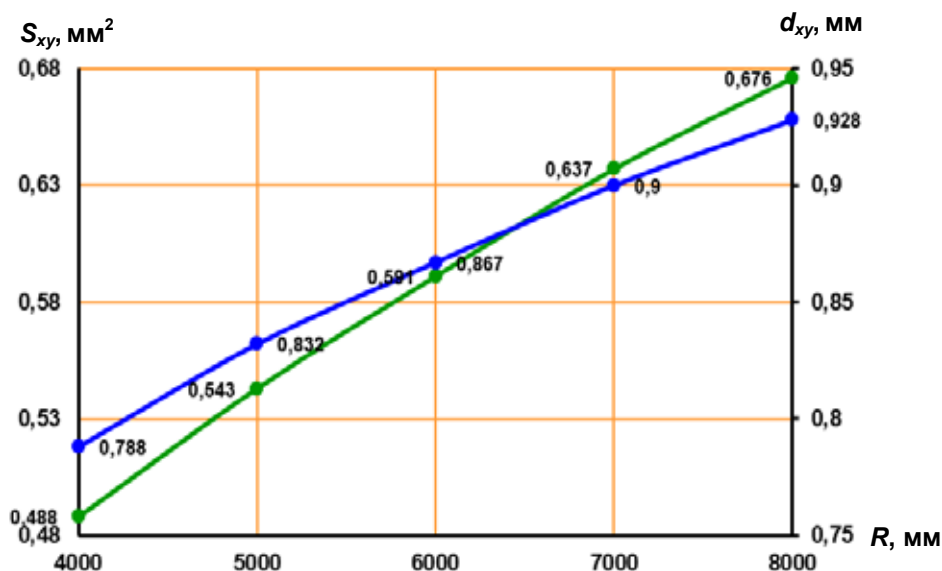


Рис. 12. Изменение диаметра и площади сечения лазерного пучка на сферическом зеркале при изменении его радиуса

Изменение площади пучка S_{xy} происходит более интенсивно и составляет 41,7% в аналогичных условиях. Если на зеркальной поверхности присутствуют центры рассеяния в виде выступов и впадин, размеры которых более чем на порядок превышают характеристики шероховатого рельефа, этот фактор может оказаться весьма значимым, но требует надлежащей оценки распределения интенсивности лазерного пучка на зеркале.

Заключение

Проанализированы зависимости шумовых характеристик лазерного гироскопа от геометрических параметров кольцевого резонатора, таких как: геометрическая форма резонатора, шероховатость отражающей поверхности зеркал и радиус сферического зеркала.

Определена предельная чувствительность лазерного гироскопа W для различных геометрических форм кольцевого резонатора: от треугольника до шестиугольника, в условиях нормирования геометрической формы на площадь.

Показано, что наиболее предпочтительной формой является четырехугольная, а пятиугольная сравнима с четырехугольной и может стать более выигрышной по величине W в случае снижения потерь в резонаторе за счет улучшения качества зеркал.

Показано, что одна и та же отражающая поверхность с шероховатым рельефом в условиях изменения углов падения приводит к разным значениям СПМ рельефа, от которой зависит амплитудный коэффициент обратного рассеяния. Увеличение угла падения оптической волны от 30° до 60° на отражающую поверхность зеркала с одинаковой шероховатостью рельефа приводит к уменьшению модуля амплитудного коэффициента обратного рассеяния $|R|$ в среднем в 3 раза. Рост шероховатости поверхности до 2000 нм^4 увеличивает это соотношение до 3,5, а снижение до 100 нм^4 уменьшает до 2,5 раз.

Проведена оценка коэффициентов обратного рассеяния $R_{CW, CCW}$ при разных углах падения лазерного пучка на зеркала, которые определяются различными геометрическими формами кольцевого резонатора, для зеркальных поверхностей с разным качеством полировки. Показано наличие двух тенденций: одна на уменьшение величины $R_{CW, CCW}$ при росте угла падения, другая на снижение влияния геометрической формы резонатора на величину $R_{CW, CCW}$ при уменьшении шероховатости рассеивающей зеркальной поверхности.

Сравнение двух наиболее распространенных геометрических форм резонаторов, треугольной и четырехугольной показывает: близкие результаты по величине $R_{CW, CCW}$ достигаются в случае применения в треугольном резонаторе зеркал более высокого качества. Величина коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа рассеивающей поверхности зеркала должна быть в 2 раза меньше величины, обеспечивающей такой же результат в четырехугольном резонаторе.

Оценки сверху, полученные в диапазоне величин для $R_{CW, CCW} = 1,1 - 1,5 \cdot 10^{-6}$, позволяют сделать вывод, что для высокоточного лазерного гироскопа актуальными являются четырехугольная и пятиугольная формы резонаторов. Качество полировки зеркал в таких резонаторах должно обеспечивать величину коэффициента аппроксимации СПМ шероховатого рельефа не хуже $100 - 500 \text{ нм}^4$.

Для установления количественной связи между размером сечения лазерного пучка на зеркале и величиной зоны захвата проанализировано распределение поля в кольцевом планарном резонаторе на примере резонатора четырехугольной формы. Проведена оценка диаметра и площади сечения лазерного пучка на сферическом зеркале в зависимости от величины его радиуса кривизны.

Изменение величины радиуса сферического зеркала R в два раза от 4000 до 8000 мм обеспечивает увеличение величины диаметра лазерного пучка на зеркале d_{xy} и снижение величины зоны захвата Ω_L на 18%. При конструировании кольцевых резонаторов для лазерных гироскопов высокой точности целесообразно сместить выбор величины радиуса кривизны сферического зеркала, с учетом технологии формообразования сферической поверхности, в область более 7000 мм.

Литература

1. *M. Faucheux, D. Fayoux, J. J. Roland.* The ring laser gyro. // *J. Optics* (Paris), 1988, vol. 19, n. 3. – p.p. 101–115.
2. Волновые и флуктационные процессы в лазерах. Под редакцией Ю. Л. Климантовича. – Москва: Наука, 1974.
3. *Ю. В. Филатов.* Оптические гироскопы. // – Санкт-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2005. – 139 с.
4. *Ю. Д. Голяев, Ю. Ю. Колбас.* Использование кольцевых лазеров для определения направлений на полюсы вращения Земли. // *Квантовая электроника*, т. 45, №10 (2012). – С. 949–952.
5. *Д. П. Лукьянов, В. Я. Распопов, Ю. В. Филатов.* Прикладная теория гироскопов. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. – 316 с.
6. *F. Aronowitz.* Fundamentals of the ring laser gyro / in “Optical gyros and their application. – RTO-AG-339, 1999. – p.p. 3.1–3.45.
7. *A. G. Kuznetsov, A. V. Molchanov, M. V. Chirkin, E. A. Izmailov.* Precise laser gyroscope for autonomous inertial navigation. // *Quantum electronics*, 45(1), 2015. – p.p. 78–88, doi: 10.1070/QEL2015v045n01ABEH015420.
8. *А. В. Молчанов, В. М. Суминов, М. В. Чиркин.* Формирование доминирующей погрешности лазерного гироскопа. // *Авиакосмическое приборостроение*, №9, 2004. – С. 12–19.

9. Ф. Ароновиц. Лазерные гироскопы. В кн. «Применения лазеров», пер. с английского под ред. В. П. Тычинского. – М.: Мир, 1974. – С. 182–270.
10. Молчанов А. В., Степанов А. Ю, Чиркин М. В. Статистические характеристики подложек зеркал и случайная погрешность лазерного гироскопа. // Авиакосмическое приборостроение. №3, 2008. – С. 9–16.
11. A. V. Molchanov, M. V. Chirkin, V. V. Klimakov, A. E. Serebryakov, X. N. Dao, V. Yu. Mishin. The effect of slow fluctuation processes in the ring laser gyroscope on its bias instability. // XXV ICINS 2018 – Proceeding, SPb May 2018. – pp. 302–305.
12. Х. Н. Дао, Климаков В. В., Серебряков А. Е., Мишин В. Ю., Молчанов А. В., Чиркин М. В. Нестационарный ионизационный баланс в двух плечевом разряде и нестабильность дрейфа лазерного гироскопа. // – Рязань: Вестник РГРТУ, №66 часть 2, 2018. – С. 82–89, doi: 10.21667/1995-4565-2018-66-4-2-82-89.
13. Х. Н. Дао, Климаков В. В., Молчанов А. В., Чиркин М. В. Динамика газа в активной среде и нестабильность дрейфа сигнала лазерного гироскопа. // – Рязань: Вестник РГРТУ, №59, 2017. – С. 136–144, doi: 10.21667/1995-4565-2017-59-1-136-144.
14. Элементарная Математика. Под ред. В. В. Рыжкова, – М.: Наука, 1976.
15. A. S. Bessonov, A. P. Makeev, V. A. Petrukhin. Measurements of complex coupling coefficients in a ring resonator of laser gyroscope. // Quantum electronics 47(7) 675–682 (2017), doi: 10.1070/QEL16291.
16. I. A. Vasin, A. V. Molchanov, D. A. Morozov, M. V. Chirkin. Technical fluctuations in a ring cavity and error analysis of a laser gyro. // XV ICINS 2008. – Proceeding, SPb May 2008. – pp. 64–66.
17. A. V. Molchanov, D. A. Morozov, A. Yu. Stepanov, M. V. Chirkin. Estimation of random error for laser gyro with adjustable beam path geometry. // XIV ICINS 2007. – Proceeding, SPb May 2007. – pp. 44–46.

18. *Е. А. Бондаренко*. Расчет параметров зоны синхронизации частот встречных волн лазерного гироскопа. // Квантовая электроника, т. 41, №9 (2011). – С. 824–828.
19. *Е. А. Бондаренко*. Лазерный гироскоп с четырехзеркальным квадратным резонатором: количественная оценка зависимости параметров зоны синхронизации частот встречных волн от усиления активной среды. // Квантовая электроника, т. 42, №5 (2012). – С. 465–470.
20. *Kozhevnikov I. V., Asadchikov V. E., Duparré A. et al.* Comparative study of the roughness of optical surfaces and thin films using atomic force microscopy, x-ray and light scattering methods. // Proc. SPIE, v. 3739, 1999.
21. *Занавескин М. Л., Рошин Е. С., Грищенко Ю. В., Азарова В. В., Асадчиков В. Л., Толстихина А. Л.* Связь шероховатости подложки с потерями света на интерференционных зеркальных покрытиях. // Кристаллография, Том 53, №4, 2008. – С. 740–746.
22. *Grichenko Y. V., Zanaveskin M. L., Marchenkov A. N.* Calculating correlation Factor for substrate and film coating profiles according to data of atomic force microscopy. // Technical physics letters, vol. 38, №9, 2012. – p.p. 777–779.
23. *А. В. Молчанов, А. Е. Серебряков, М. В. Чиркин*. Анизотропия рассеивающих свойств сверхгладких подложек зеркал для прецизионных лазерных гироскопов. // Вестник РГРТУ, 2012, №4 (выпуск 42), часть 2. – С. 92–97.
24. *N. Choi, J. E. Harvey, A. Krywonos.* New capabilities for prediction image degradation from optical surface metrology data. // Proceedings of SPIE, vol. 7801, 2016, doi 10.1117/12.859758.
25. *В. В. Азарова, В. Г. Дмитриев, Ю. Н. Лохов, К. Н. Малицкий*. Теория дифференциального и интегрального рассеяния лазерного излучения на поверхности диэлектрика с учетом наличия дефектного слоя. // Квантовая электроника, т. 31, №8 (2001). – С. 740–744.

26. *А. Е. Серебряков*. Анализ трехмерных изображений нанорельефа оптических поверхностей. // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Рязань, 2015.
27. *M. V. Chirkin, A. V. Molchanov, A. E. Serebryakov*. Monitoring of Superpolished Surfaces in Laser Mirror Technology. // Proceedings of the 5th International Conference OPTIMESS2012. – Antwerp, Belgium 04-05 April 2012, Shaker Publishing BV. – p.p. 93–102.
28. *M. V. Chirkin, A. E. Serebryakov, A. V. Molchanov, M. A. Zakharov*. Technological aspects of precision ring laser production: monitoring mirror surfaces of optical resonators. // XX ICINS 2013. – Proceeding, SPb May 2013. – pp. 66–68.
29. *А. В. Молчанов, А. Е. Серебряков, М. В. Чиркин*. Диагностика поверхности сверхгладких диэлектрических подложек, сформированных различными методами финишного полирования. // Материалы Всероссийской научно-технической конференции. НМТ-2012. – М.: МАТИ, 2012. – С. 221–222.
30. *А. В. Молчанов*. Лазерные гироскопы инерциального класса точности для БИНС авиационного применения. // 4-я ВНТК тезисы докладов «Навигация, наведение и управление ЛА». – Москва-Раменское, 2019. – С. 83–85.
31. *В. П. Быков, О. О. Силичев*. Лазерные резонаторы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 319 с.