

УДК 629.7.051.8

ДИНАМИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Игорь Сергеевич КИКИН, к. т. н.

*ФАУ «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем»
ГНЦ РФ, Москва, Россия
E-Mail: kikin@gosniias.ru*

Предложено решение задачи синтеза иерархической трехуровневой системы автоматического управления продольным движением беспилотного маневренного летательного аппарата, предназначенной для формирования квазиоптимальных процессов изменения траектории стационарного режима полета. Метод синтеза основан на иерархической декомпозиции задач управления. Функциональный алгоритм системы верхнего уровня (системы траекторного управления) реализует управление направлением движения с использованием метода сопрягаемых траекторий. Системы среднего и нижнего уровней — квазиоптимальные по быстрдействию контура управления углом тангажа и углом поворота руля высоты, в которых применены регуляторы энергии вращения. Для синтеза систем среднего и нижнего уровней использован модифицированный метод сопрягаемых траекторий.

Ключевые слова: *наведение, траекторное управление, управление направлением движения, маневренный летательный аппарат; линия заданного направления; метод сопрягаемых траекторий, условие сопряжения.*

DYNAMIC OPTIMIZATION OF AIRCRAFT CONTROL PROCESSES IN REAL TIME

Igor S. KIKIN, PhD in Engineering

*The Federal State Unitary Enterprise “State Research Institute of Aviation System”,
Moscow, Russia
E-Mail: kikin@gosniias.ru*

The solution to the problem of synthesis of hierarchical three-level automatic longitudinal motion control system for maneuverable unmanned air vehicle is proposed. The system is designed for generation of quasi-optimal processes of flight path changing during steady flight. Synthesis method is based on hierarchical decomposition of control tasks. Functional algorithm of the top level system (flight path control system) implements flight direction control using the mating trajectories method. Middle and low level systems are quasi-optimal in response of pitch angle and elevator control loop with implemented rotational energy regulators. The modified mating trajectories method is used for synthesis of middle and low level systems.

Keywords: *guidance, flight path control, flight direction control, maneuverable aircraft, desired track, mating trajectories method, matching condition.*

Основные сокращения

АПНД — алгоритм программирования направления движения,
ЗНД — заданное направление движения,
ЛА — летательный аппарат,
ЛЗН — линия заданного направления,
МД — машина Дубинса,
МСТ — метод сопрягаемых траекторий,
НМ — начало маневра,
НСК — невращающаяся система координат,
ОРВ — оптимизация процессов управления в реальном времени,
ОУ — объекта управления,
ПУ — процесс управления,
РКВ — регулятор кинематики вращения,
РП — рулевой привод,
РЭВ — регулятор энергии вращения,
САП — система автопилотирования,
САУ — система автоматического управления,
СН — система наведения,
СТ — сопрягаемая траектория,
СТУ — система траекторного управления,
ТАУ — теория автоматического управления,
ТН — точка назначения,
УНД — управления направлением движения,
ЦМ — центр масс.

1. Введение

Центральная проблема современной ТАУ — проблема создания теории оптимизации САУ в реальном времени (ОРВ) и, соответственно, создания САУ, осуществляющей синтез оптимальных управлений и собственно управление практически одновременно в процессе функционирования ОУ (*совмещенный синтез управления*) [1].

Основопологающим принципом построения САУ в рамках классической ТАУ следует признать концепцию возмущенного-невозмущенного движения А. М. Ляпунова. В соответствии с данной концепцией определено два этапа динамической оптимизации САУ [2]:

- программирование оптимальных траекторий;
- аналитическое конструирование оптимальных регуляторов.

На *первом этапе* синтезируется программная составляющая управления U^* , которая соответствует оптимальному невозмущенному движению объекта Z^* :

$$U^* = U^*\{Z^*(t_0), Z^*(t_f), t\}, \quad (1)$$

где t_0 и t_f — соответственно начальный и конечный моменты временного интервала оптимизации. Функция (1) — программа разомкнутого управления, так как при ее формировании отсутствует обратная связь по текущим параметрам движения.

Оптимальная программа изменения режимов управляемого процесса (задающих воздействий регуляторов) определяется с использованием методов, не относящихся к методам классической ТАУ.

На *втором этапе* синтезируется алгоритм формирования стабилизирующей составляющей управления ΔU . Она обеспечивает оптимальную отработку отклонения текущего вектора состояния Z от программного невозмущенного движения, реализуя обратную связь по указанному отклонению:

$$\Delta U = A_U\{\Delta Z\}, \quad (2)$$

где A_U — символ операторного преобразования вектора $\Delta Z = Z - Z^*$. Закон управления вида (2) — решение классической задачи управления, которое базируется на гипотезе о малых отклонениях фактического движения ОУ от расчетного невозмущенного. Он синтезируется на базе линеаризованной модели движения ОУ. Таким образом, классическая ТАУ предусматривает разложение движения объекта на невозмущенное и возмущенное, которые удовлетворяют соотношениям вида:

$$U = U^* + \Delta U, \quad Z = Z^* + \Delta Z.$$

Анализ стратегий управления, основанных на изложенной выше концепции, показал, что они оправданы лишь при малых и нерациональны при больших возмущениях номинальной траектории движения ОУ [3].

Подходы классической ТАУ для решения задач оптимизации САУ практически никогда не обеспечивали близости к подлинно оптимальному управлению, поскольку используемая на этапе проектирования априорная информация никогда не является достаточной для оптимальных решений во всех ситуациях, которые могут иметь место в процессе эксплуатации. Подлинная оптимизация управления возможна только в процессе функционирования системы в текущей обстановке и возникшей ситуации [1].

Принцип ОРВ основан на текущем программировании движения. Программы управления определяются непосредственно в режиме эксплуатации ОУ и формируются по принципу обратной связи (совмещены процессы синтеза и реализации оптимального движения). Алгоритм управления при реализации ОРВ может быть представлен в виде операторного преобразования B_U :

$$U = B_U\{Z, \Gamma[Z(t_f)]\}, \quad (3)$$

где $\Gamma[Z(t_f)]$ — функция, отражающая зависимость управления от целевого многообразия, определяющего заданное конечное состояние ОУ.

На рис. 1 представлены концептуальные схемы САУ.

Подходы к синтезу САУ, основанные на концепции ОРВ, расширяют возможности оптимизации использования ресурсов управления, по отношению к классической ТАУ. Выигрыш от реализации стратегий управления, основанных на ОРВ, возможно оценить с помощью различных практически значимых критериев, таких как:

- динамическая точность системы управления;
- диапазон условий применения;
- управляемость (диапазон начальных условий функционирования системы, для которого достижимы цели управления).

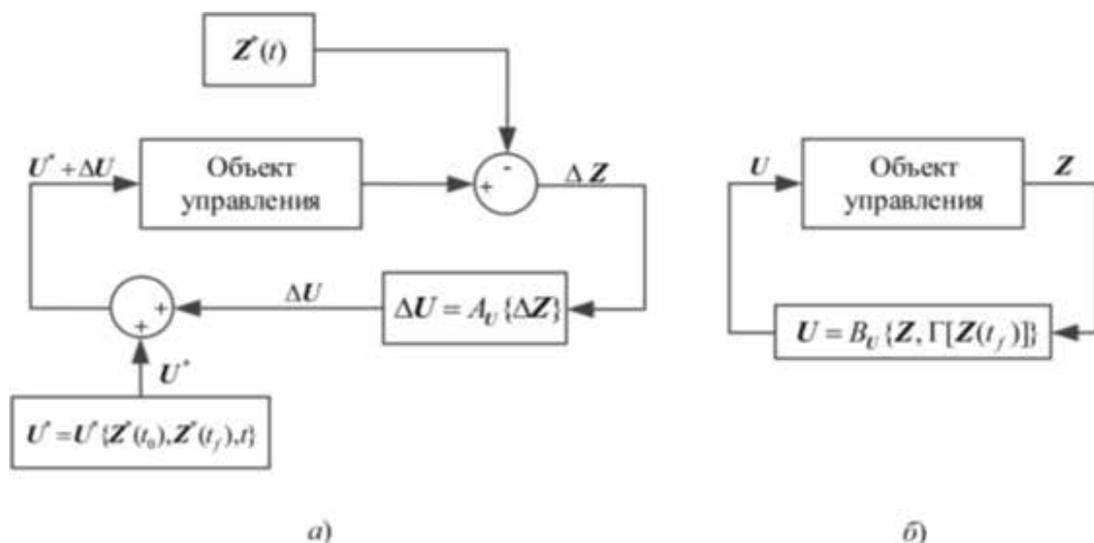


Рис. 1. Концептуальные схемы систем автоматического управления:
 а) — концепция классической ТАУ с разделением движения ОУ на невозмущенное и возмущенное;
 б) — концепция оптимизации процесса управления в реальном времени

Главная проблема ОРВ – синтез регулирующих связей, обеспечивающих оптимальные по заданному критерию процессы управления для любой ситуации, сложившейся в процессе функционирования САУЛА. Современные методы ТАУ не позволяют получить строгое решение задачи ОРВ процессов управления нелинейными объектами без существенных ограничений как на структуру модели, описывающей динамические свойства объекта управления, так и на структуру критерия, отражающего предъявляемые к управлению требования [4]. Поэтому на настоящем этапе развития ТАУ в постановках задач ОРВ речь идет о приближенно оптимальном либо квазиоптимальном решении. Под квазиоптимальным понимается решение, используемое в качестве оптимального в практических целях.

На основании анализа результатов многочисленных исследований в области ТАУ и теории оптимальных процессов может быть сформулирован следующий подход к решению задачи ОРВ процессов управления ЛА, который обеспечит максимальное приближение практического решения задачи синтеза САУЛА к оптимальному решению.

1) *Иерархическая декомпозиция задач управления* заключается в представлении рабочей модели САУЛА в виде многоуровневой иерархии функциональных систем, при которой на верхних уровнях формируют цели управления для нижних в форме заданных значений регулируемых параметров [5–7]. Для каждого уровня применяется модель движения объекта управления, в которой от выбранной для данного уровня управляющей переменной непосредственно зависит производная регулируемой переменной не выше второго порядка. В системах функционального регулирования используют модель движения объекта управления в форме дифференциального уравнения первого порядка [8]. Иными словами, задача оптимизации системы полной размерности преобразуется в комплекс задач оптимизации подсистем порядка не выше второго.

2) *Описание движения ЛА на основе физических законов.* Использование моделей обобщенного характера, описывающих движение объекта в пространстве состояний, не позволяет учитывать специфики объекта управления при решении задач ОРВ. Подходы, ограничивающие исследования областью математической теории управления, привели к кризису современной ТАУ. Необходима разработка ТАУ, опирающейся на законы физического пространства [3]. Применительно к управлению движением ЛА необходима интеграция методов ТАУ и теоретической механики [2].

Метод описания динамической системы для прикладных исследований в области ТАУ должен обеспечивать учет специфики решаемых задач управления, что невозможно без их физической интерпретации.

Динамический синтез САУЛА, реализующей ОРВ, должен проводиться с использованием модели движения ЛА, основанной на фундаментальных законах механики в приложении к задачам динамики полета. Один из главных принципов формирования математической модели движения ЛА — фундаментальный закон кинематики абсолютно твердого тела о разложении его движения на переносное поступательное и относительное вращательное. Указанный принцип — главный фактор, влияющий на структуру САУЛА и декомпозицию задач управления. Переносное движение однозначно определяют движением произвольно выбираемого центра (полюса) вращения, в качестве которого принимают, как правило, ЦМ ЛА. Динамику поступательного переносного движения ЛА описывают с помощью второго закона Ньютона и (или) его обобщения для движения тел переменной массы — формулы Мещерского [9]. Для описания относительного вращательного движения используют основной закон динамики вращения, согласно которому скорость изменения момента импульса ЛА по времени равна результирующему моменту внешних сил, действующих на него. Результирующие векторы внешних сил и их моментов содержат компоненты, определяемые координатами положения регулирующих органов, которые в совокупности составляют вектор управляющих переменных U . В структуре моделей, которые описывают движение ЛА в физическом пространстве, используются универсальные формы представления действующих на ЛА сил и моментов. Они позволяют применить универсальное множество параметров настройки САУ для ее адаптации к конкретному объекту управления и условиям его функционирования.

3) *Динамический синтез систем всех уровней иерархии.* Для каждого уровня иерархии проводится синтез квазиоптимального регулятора в предположении, что системы нижних уровней обеспечивают идеальное слежение за управляющим сигналом, формируемым системой рассматриваемого уровня иерархии. Базовая структура системы произвольного уровня иерархии представлена на рис. 1, где U_z — сигнал, обрабатываемый системой данного уровня.

Основной принцип синтеза квазиоптимального регулятора базируется на научной гипотезе, предполагающей, что для рассматриваемых математических моделей движения ЛА оптимальные процессы управления качественно соответствуют известным вариантам точных решений частных задач оптимизации процессов управления.

Подсистемы всех уровней иерархии, кроме, быть может, верхнего, синтезируются как системы максимального быстродействия. Минимальная длительность переходного процесса в нелинейных системах зависит от уровня входного сигнала.

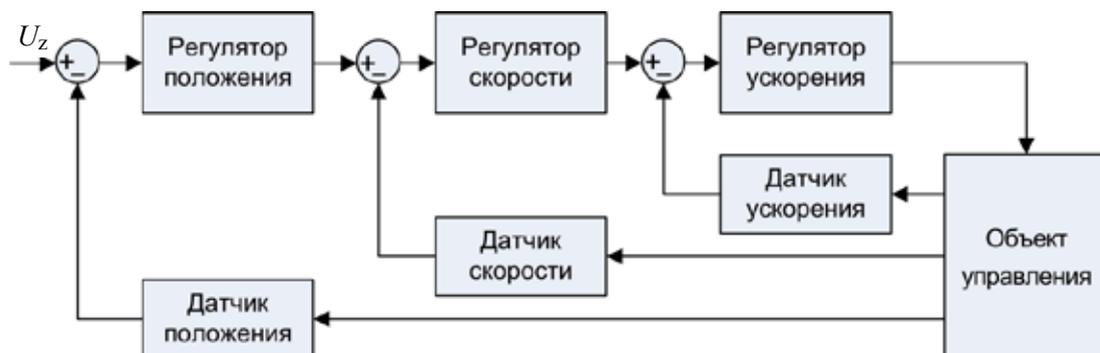


Рис. 2. Базовая структура подсистемы

Основной принцип синтеза квазиоптимального регулятора базируется на научной гипотезе, предполагающей, что для рассматриваемых математических моделей движения ЛА оптимальные процессы управления качественно соответствуют известным вариантам точных решений частных задач оптимизации процессов управления.

Подсистемы всех уровней иерархии, кроме, быть может, верхнего, синтезируются как системы максимального быстродействия. Минимальная длительность переходного процесса в нелинейных системах зависит от уровня входного сигнала. Поэтому для корректной постановки задачи синтеза подсистемы произвольного уровня иерархии необходима предварительная оценка рабочего диапазона входного сигнала этой подсистемы. Предлагаемый подход к выбору критериев оптимизации основан на результатах аналитического исследования ошибок слежения в оптимальных по быстродействию САУ, которые представлены в [10], где показано соответствие структуры алгоритма управления идеальной следящей системы структуре алгоритма управления системы максимального быстродействия.

4) *Параметрическая оптимизация* с оценкой динамических характеристик агрегированной системы (при совместном функционировании подсистем всех уровней иерархии) методом имитационного моделирования [11].

В данной работе рассматривается задача синтеза трехуровневой системы автоматического управления продольным движением маневренного ЛА, предназначенной для формирования квазиоптимальных процессов изменения траектории стационарного режима полета.

Верхний уровень — СТУ, критерии совершенства которой определяют эффективность выполнения целевых функций ЛА. Она включает управление направлением движения и модулем вектора скорости. Направление движения задается регулируемыми параметрами контуров УНД, определяющими ориентацию вектора скорости [12, 13].

Средний уровень — САП, предназначенная для формирования задающих воздействий на контуры управления исполнительными механизмами рулей высоты в целях оптимальной обработки сигналов СТУ. В режиме УНД САП регулирует углы ориентации осей системы координат, связанной с корпусом ЛА, либо функционально зависящие от них параметры.

Нижний уровень — система управления исполнительными механизмами рулей высоты, предназначенная для оптимальной обработки задающих воздействий, формируемых на среднем уровне. Регулируются параметры, определяющие положение органов управления относительно корпуса ЛА.

2. Методы траекторного управления для реализации ОРВ

2.1. Метод управления траекторией вывода маневренного ЛА на ЛЗН

Рассмотрена задача ОРВ траектории движения ЛА в плоскости маневра при переходе с произвольной линии движения на ЛЗН. В качестве плоскости маневра рассмотрена вертикальная, в которой гравитационная сила оказывает максимальное влияние на траекторию движения ЦМ ЛА, ее радиус кривизны и скорость движения. Система уравнений движения ЛА в вертикальной плоскости:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{R \cos \alpha - X}{m} - g \sin \theta; & \frac{d\theta}{dt} &= \frac{R \sin \alpha + Y}{mV} - \frac{g}{V} \cos \theta; \\ \frac{dm}{dt} &= f_m(M, y, u_{\text{ДР}}); & R &= f_R(M, y, u_{\text{ДР}}); \\ \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta; & \frac{dy}{dt} &= V \sin \theta, \end{aligned} \quad (4)$$

где V , θ — соответственно модуль и угол наклона вектора скорости; R — сила тяги двигателя; α — угол атаки ЛА (управляющий параметр системы УНД); X — сила лобового сопротивления; m — масса ЛА; g — ускорение свободного падения; Y — подъемная сила; M — число Маха; x , y — продольная и вертикальная координаты ЦМ ЛА в НСК x_0 ; $u_{\text{ДР}}$ — положение дроссельной заслонки воздушно-реактивного двигателя. Сила лобового сопротивления X определяется по формуле:

$$X = 0,5(C_{x_0} + C_{x_f} \alpha^2) S \rho V^2,$$

где $C_{x_0} = C_{x_0}(M)$ — коэффициент лобового сопротивления при нулевом угле атаки; $C_{x_l} = C_{x_l}(M)$ — коэффициент индуктивного сопротивления; S — площадь миделевого сечения; ρ — плотность воздуха,

$$\rho = \rho_0 e^{-ky},$$

где ρ_0 — плотность воздуха на нулевой высоте; k — эмпирический коэффициент аппроксимации зависимости плотности воздуха от высоты для стандартной атмосферы, $k = 10^{-4}$ [8]. Число Маха определяется по формуле:

$$M = V/a,$$

где a — скорость звука. Аппроксимация зависимости скорости звука от координаты высоты y для стандартной атмосферы имеет вид: $a(y) = 340 - 0,004y$ [8]. Подъемная сила вычисляется из выражения:

$$Y = 0,5 \cdot C_Y^\alpha \alpha \cdot S \rho V^2,$$

где $C_Y^\alpha = \partial C_Y / \partial \alpha$, где $C_Y = C_Y(M, a)$ — коэффициент подъемной силы.

Требуется синтезировать алгоритм траекторного управления, обеспечивающий оптимальный переход ЦМ ЛА с произвольной линии движения на ЛЗН. В вертикальной плоскости ЛЗН задана точкой пересечения с осью $0y$ НСК, в которой определяется положение ЦМ ЛА, и углом ориентации Φ , определяющим направление движения по ЛЗН. Начало отсчета угла Φ — направление оси $0x$ НСК, а диапазон значений в пределах $\pm 2\pi$.

Критерий оптимальности траектории перехода — длина линии пути

$$S = \int_{t_0}^{t_f} V(\tau) d\tau.$$

Значение t_f не фиксировано и соответствует моменту сопряжения траектории ЦМ ЛА и ЛЗН, который определяется двумя условиями: ЦМ ЛА находится в пределах полосы заданной ширины, включающей ЛЗН; абсолютная величина разности углов θ и Φ не превышает установленного значения. Синтезируемый алгоритм управления переходом ЦМ ЛА на ЛЗН определяет задающее воздействие по углу тангажа $\mathfrak{G}_{\text{зАд}}$:

$$\mathfrak{G}_{\text{зАд}} = B_v(x, y, \theta, \Phi, Y_{\text{ЛЗН}}),$$

где $Y_{\text{ЛЗН}}$ — вертикальная координата точки пересечения ЛЗН с осью $0y$ НСК.

Алгоритм программирования направления движения

Методика синтеза алгоритма базируется на теории оптимизации траекторий перехода, разработанной для простейшей нелинейной модели маневренного объекта — *машины Дубинса (МД)*, которая описывается уравнениями движения материальной точки на плоскости с постоянным по модулю вектором скорости. Управляющий параметр обеспечивает маневр вектором скорости вправо или влево, соответствующий движению по окружности заданного минимального радиуса. Движение МД описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dV}{dt} = 0; \quad \frac{d\varphi}{dt} = u; \quad \frac{dx}{dt} = V \cos \varphi; \quad \frac{dy}{dt} = V \sin \varphi,$$

где u — управляющий параметр; φ — угол ориентации вектора скорости МД, определяющий направление движения.

В соответствии с теоремой Дубинса [14] кратчайший путь МД для любых начальной и конечной точек реализуется комбинацией не более чем трех сегментов траекторий, формируемых при постоянном значении u . Существует три типа сегментов: прямолинейное движение ($u = 0$), максимально интенсивные повороты налево ($u = V/r_m$) или направо ($u = -V/r_m$), где r_m — радиус кривизны траектории, соответствующий максимально интенсивному повороту. Оптимальный алгоритм управления МД должен определять количество, состав, порядок и протяженность элементарных сегментов оптимальной траектории. В общем случае имеет место большая вариантность решений, удовлетворяющих условиям перехода, что обусловило сложность проблемы синтеза оптимального алгоритма [15].

В приложении к задаче вывода МД на ЛЗН завершающий участок траектории — дуга окружности, которая заканчивается точкой касания с ЛЗН. Она названа *сопрягаемой траекторией (СТ)*, а метод управления, реализующий вывод МД на СТ по кратчайшему пути и движение по ней, *методом сопрягаемых траекторий (МСТ)*. Представлено решение задачи синтеза алгоритма вывода МД на ЛЗН с использованием МСТ. Оптимальное значение управляющего параметра определяется выражением

$$u = \frac{V}{r_m} \text{sign}(\varphi_{\text{зад}} - \varphi), \quad (5)$$

где $\varphi_{\text{зад}}$ — значение угла ориентации вектора скорости, которое определяет *заданное направление движения (ЗНД)*.

Движение МД рассмотрено в системе координат, в которой координата y соответствует уклонению от ЛЗН. В таком случае ЛЗН совпадает с осью абсцисс системы координат, в которой рассматривается движение МД, либо противоположна ей по направлению. В первом случае $\Phi = 0$, во втором $\Phi = \pm \pi$.

На рис. 2 показана геометрическая схема момента τ выхода МД на СТ, в который угол $\varphi = \varphi_{\text{зад}}$. Угол, определяющий направление касательной к окружности, сопрягаемой с ЛЗН, для текущего уклонения координаты y от ЛЗН соответствует ЗНД.

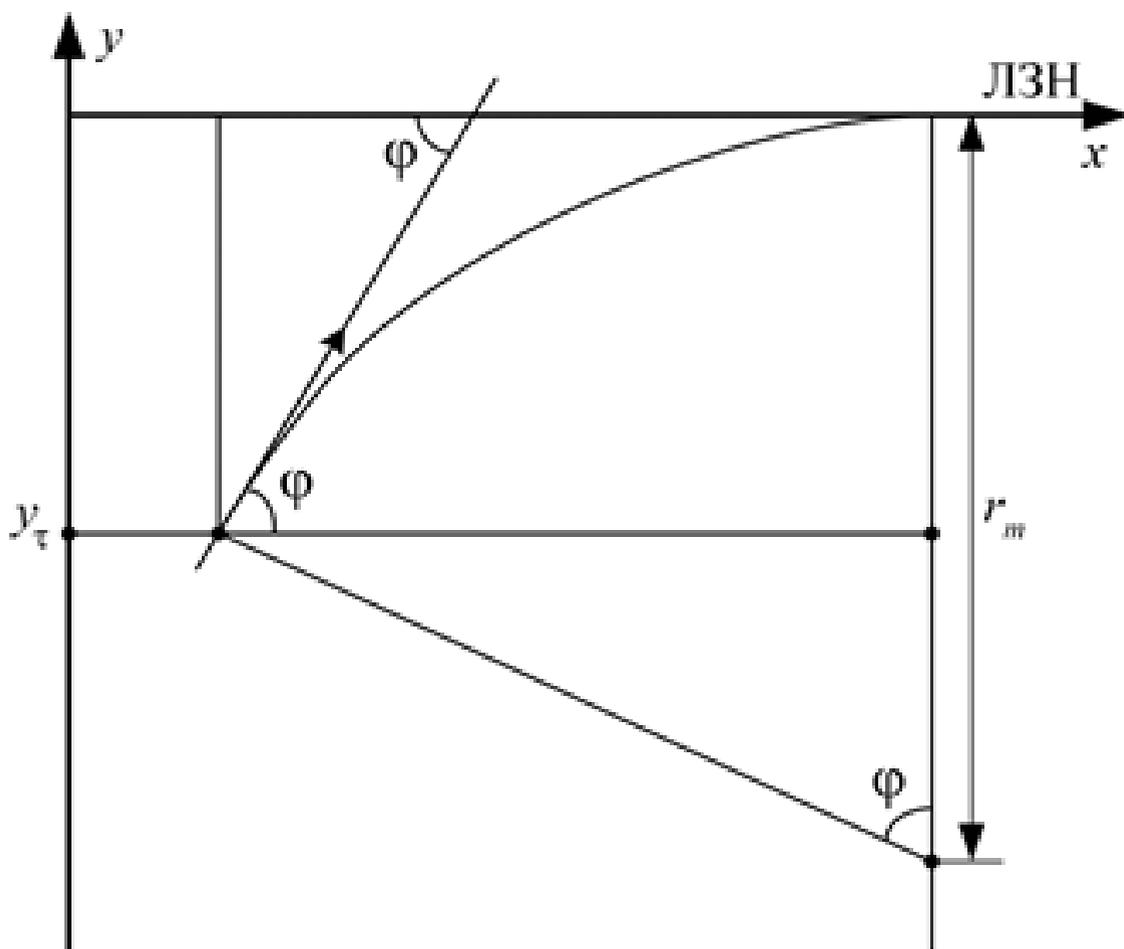


Рис. 2. Геометрическая схема момента выхода машины Дубинса на сопрягаемую траекторию

Если абсолютное значение координаты y превышает радиус СТ, равный r_m , то ЗНД должно соответствовать максимальной скорости приближения к ЛЗН, которая достигается при $\cos\varphi = 0$. С учетом изложенного выше, угол $\varphi_{\text{ЗАД}}$ для МД определяется следующим образом:

$$\varphi_{\text{ЗАД}} = -\arccos\left(1 - \frac{|\sigma|}{r_m}\right) \cdot \text{sign}(y), \quad (6)$$

где σ — координата по оси Oy , $\sigma = y_\tau$, если $|y_\tau| \leq r_m$, иначе $\sigma = r_m$, если $|y_\tau| > r_m$.

Представленные формулы описывают алгоритм траекторного управления, формирующий сигнал $\varphi_{\text{ЗАД}}$, который предлагается применить в качестве входного сигнала контура слежения за ЗНД. Алгоритм формирует нелинейную отрицательную обратную связь по отклонению от ЛЗН, не накладывая никаких ограничений на уровень указанных отклонений. При решении задач управления ЛА такие ограничения могут существовать в форме запретных для полетов зон, физических границ воздушной среды, динамического «потолка» ЛА и др. В малой окрестности ЛЗН система УНД, реализующая обработку $\varphi_{\text{ЗАД}}$ функционирует в режиме стабилизации движения по ЛЗН.

Модель МД применима для синтеза траекторного управления движением в горизонтальной плоскости ЛА с несущим крылом при реализации на участках маневра координированных разворотов ЛА. Расчетный скоростной режим координированного разворота — постоянная скорость, поддерживаемая системой регулирования тяги двигателя.

Для ЛА, движение ЦМ которого описывается системой уравнений (4), максимально интенсивный разворот в вертикальной плоскости соответствует максимальному располагаемому углу атаки или максимальной располагаемой перегрузке, направленной по нормали к траектории (по оси подъемной силы). Кривизна траектории максимально интенсивного разворота зависит от гравитационной силы, которая увеличивает текущий радиус кривизны траектории r при $\theta < 0$ и уменьшает r при $\theta > 0$. Кроме того, тангенциальная составляющая гравитационной силы $G_T = -mg \sin \theta$ — дополнительное возмущение на контур стабилизации скорости движения ЛА. Точность поддержания заданной скорости ЛА при интенсивных маневрах в вертикальной плоскости зависит от тяговооруженности ЛА λ , определяемой выражением $\lambda = R/mg$.

Для решаемой задачи синтеза теорема Дубинса может рассматриваться только как результат качественной теории оптимальных

процессов управления подвижным объектом, использование которого дает квазиоптимальное решение. Общая структура выражения для формирования заданного угла наклона вектора скорости $\theta_{\text{ЗАД}}$, аналогична (6):

$$\theta_{\text{ЗАД}} = -\arccos\left(1 - \frac{|\sigma|}{\hat{r}}\right) \cdot \text{sign}(y), \quad (7)$$

где $\sigma = y$, если $|y| \leq \hat{r}$, иначе $\sigma = \hat{r}$, если $|y| > \hat{r}$; \hat{r} — средний радиус маневра максимальной интенсивности, $\hat{r} = \hat{r}(y, V, \theta)$.

Текущий радиус кривизны траектории максимально интенсивного разворота r_m определяют по формуле:

$$r_m = \frac{V}{\Omega_{zm}} = \frac{mV^2}{F_Y^\alpha \alpha_{\max} - G \cos \theta},$$

где Ω_{zm} — максимальное значение переменной $\Omega_z = d\theta/dt$; $F_Y^\alpha = R + 0,5 \cdot C_Y^\alpha \rho V^2$; α_{\max} — угол атаки, значение которого определяет максимальный сигнал системы траекторного управления; G — вес ЛА, $G = mg = F_Y^\alpha \alpha_{\text{БАЛ}}$, где $\alpha_{\text{БАЛ}}$ — балансировочный угол атаки, обеспечивающий горизонтальный полет ЛА. Таким образом, итоговая формула для определения радиуса r_m примет вид:

$$r_m = \frac{mV^2}{F_Y^\alpha (\alpha_{\max} - \alpha_{\text{БАЛ}} \cos \theta)}. \quad (8)$$

Задача определения ЗНД, соответствующего величине $\theta_{\text{ЗАД}}$, которая вычисляется по формуле (7), сводится к прогнозированию текущего значения \hat{r} и требует отдельного рассмотрения. На настоящем этапе исследований объект управления — маневренный беспилотный ЛА, для которого $\alpha_{\max} \gg \alpha_{\text{БАЛ}}$, и тяговооруженность $\lambda > 1$. В этом случае, как следует из анализа формулы (7), $\hat{r} \cong r_m \cong \text{const}$. Иными словами, задача оптимизации управления продольным движением ЛА в частном случае сведена к задаче оптимизации траектории перехода МД. Оценка эффективности предлагаемого метода программирования направления движения ЛА с использованием адекватных моделей продольного движения позволяет найти диапазон основных проектных параметров ЛА, определяющий область применимости метода, а также разработать алгоритм управления, реализующий МСТ, для более общего вида СТ с переменным радиусом кривизны.

Алгоритм управления направлением движения

Оптимальный алгоритм управления, определяемый формулами (5) и (6), получен применительно к модели МД. Для задачи управления объектом, движение которого описывается системой уравнений (4), значение управляющего параметра $\alpha_{\text{зАд}}$ определяется выражением:

$$\alpha_{\text{зАд}} = \alpha_{\text{max}} \text{sign}(\theta_{\text{зАд}} - \theta). \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что управляющий параметр СТУ определяется положением продольной оси ЛА относительно вектора скорости. Поэтому на этапе синтеза алгоритма траекторного управления проводится выбор способа взаимодействия СТУ и САП, который зависит от состава рабочей информации, определяющей текущее состояние объекта управления. Для информационного обеспечения управления ЛА широко применяются *инерциальные навигационные системы (ИНС)*, обеспечивающие счисление координат и их производных в НСК, а также определение углов ориентации строительных осей ЛА. В расчете на применение ИНС принят следующий состав рабочей информации: координаты x и y ЦМ ЛА в НСК; компоненты скорости ЦМ ЛА $V_x = V \cos \theta$ и $V_y = V \sin \theta$; угол тангажа $\vartheta = \theta + \alpha$. Тогда заданное значение угла тангажа $\vartheta_{\text{зАд}}$, соответствующее значению управляющего параметра, определяется по формуле: $\vartheta_{\text{зАд}} = \theta + \alpha_{\text{зАд}}$, где $\theta = \arctg(V_x/V_y)$.

Релейный закон управления (8) обеспечивает формирование квазиоптимальной траектории вывода ЛА, движение которого описывается системой уравнений (4), на ЛЗН. Траектория относится к классу монотонных кривых, не имеющих угловых точек. Синтезированный алгоритм траекторного управления основан на аппроксимации прогнозируемой траектории движения ЛА с использованием модели МД. Применяемый метод функциональной декомпозиции задач управления основан на допущении безинерционности контуров управления углами тангажа ϑ и поворота руля высоты, создающего управляющий момент в контуре угла ϑ . Из-за инерционности указанных контуров для релейного закона УНД при реализации движения по СТ и ЛЗН характерен режим автоколебаний, который приводит к неоправданным затратам энергетических ресурсов управления и двигателя. Поэтому на завершающем этапе синтеза алгоритма квазиоптимального управления движением ЛА в реальном времени для УНД используется алгоритм пропорционально-интегрально-дифференциального регулятора с функциональным ограничением интегральной составляющей сигнала управления [11]:

$$\alpha_{\text{зАд}} = \alpha_{\text{пД}} + \alpha_u,$$

где $\alpha_{ПД} = k_{\theta}(\theta_{3АД} - \theta) + k_{\Omega}(\Omega_{z3АД} - \Omega_z)$, где k_{θ} и k_{Ω} — коэффициенты усиления составляющих сигнала управления, пропорциональных рассогласованию по углу наклона траектории и его производной соответственно; $\Omega_{z3АД} = d\theta_{3АД}/dt$; где k_u — коэффициент усиления интегральной составляющей сигнала управления.

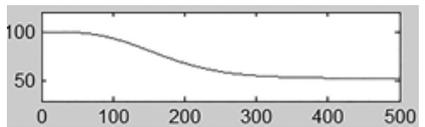
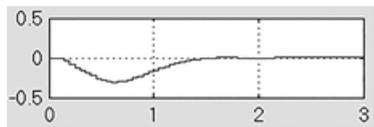
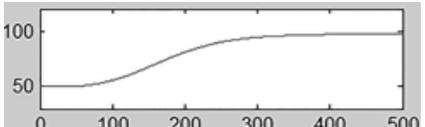
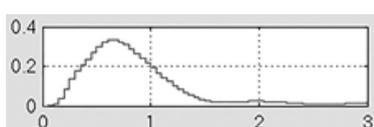
Приняты следующие ограничения: $|\alpha_{3АД}| \leq \alpha_{max}$; $|V\Omega_{z3АД}| \leq a_{zm}$, где a_{zm} — максимальная допустимая величина составляющей ускорения, ортогональной траектории ЦМ ЛА; $|\alpha_{ПД}| \leq \alpha_{max}$; $|\alpha_u| \leq \alpha_{max} - |\alpha_{ПД}|$. При выходе траектории на ограничение по ускорению a_{zm} величине α_{max} должно присваиваться текущее значение α .

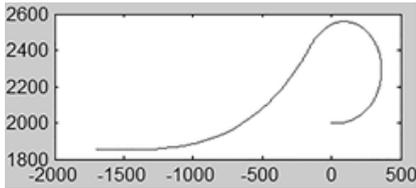
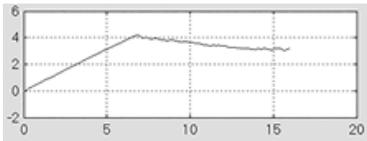
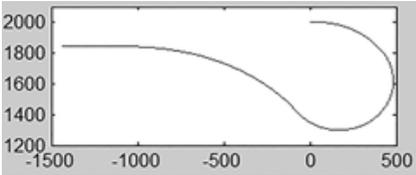
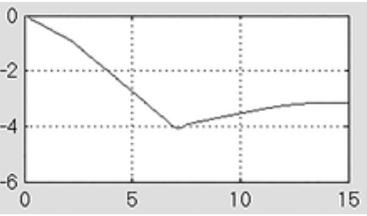
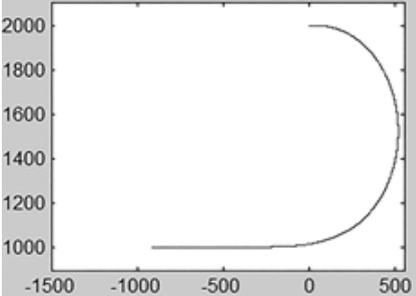
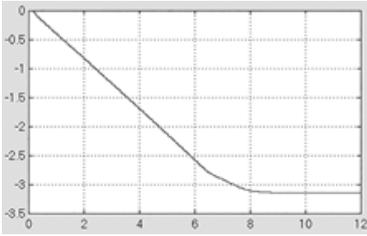
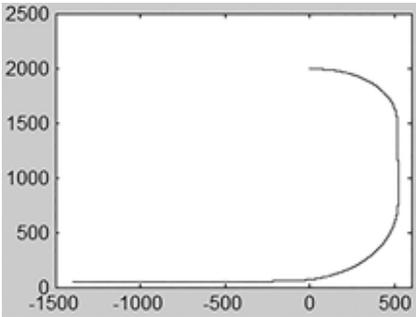
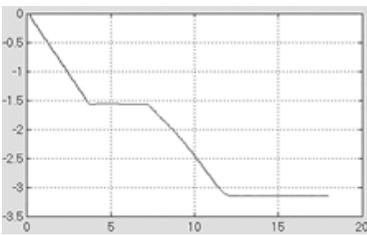
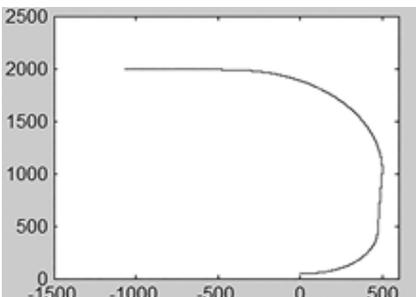
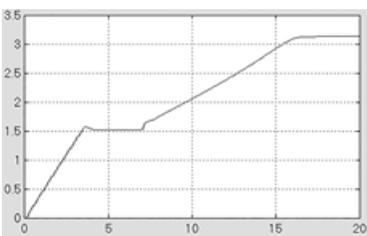
Результаты математического моделирования маневра ЛА в режиме изменения высоты полета

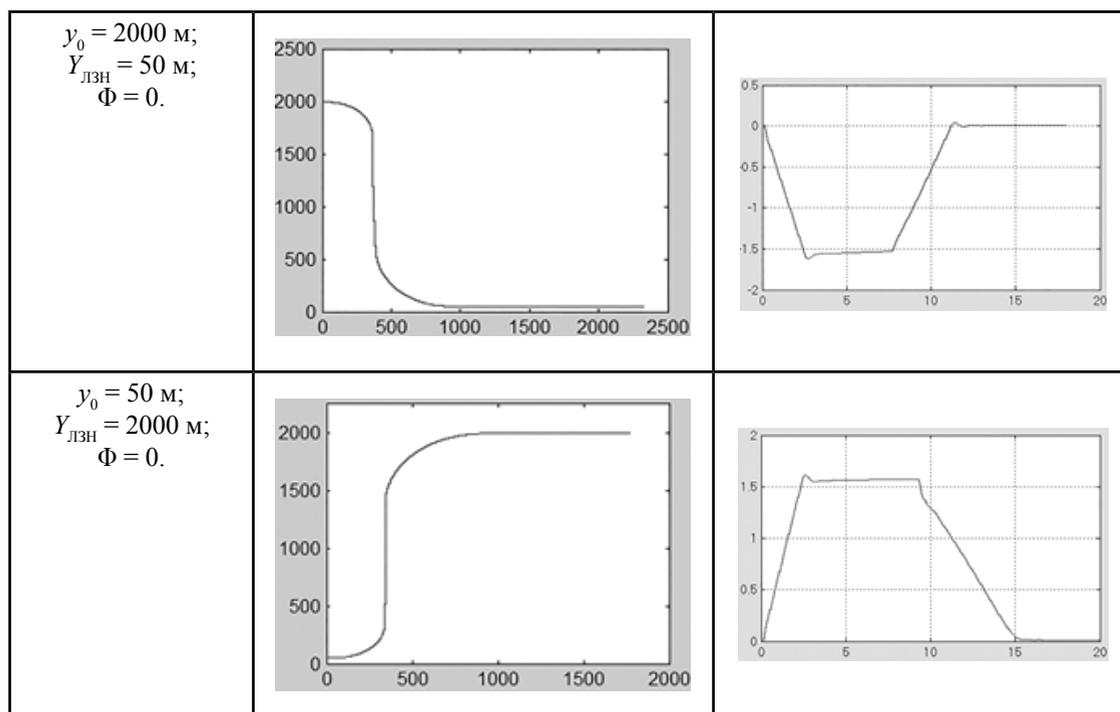
Для оценки функциональных возможностей предлагаемого метода траекторного управления при выводе маневренного беспилотного ЛА на ЛЗН разработана демонстрационная модель процессов управления маневром с использованием типовых характеристик ЛА, силовой установки, а также контуров автопилота и рулевого привода.

В таблице 1 представлены результаты имитационного моделирования. Показаны траектории $y(x)$ ЛА, а также соответствующие им графики изменения угла тангажа ϑ от времени t для режимов набора высоты и снижения (для различных перепадов высот) с выходом на параллельные и антипараллельные ЛЗН. Для всех вариантов моделируемых процессов в начальный момент времени ЛА совершает горизонтальный полет при $\theta = 0$, со скоростью 200 м/с. Маневр начинается в точке вертикальной плоскости, горизонтальная координата которой $x_0 = 0$. В первом столбце табл. 1 представлено начальное значение вертикальной координаты y_0 и параметры ЛЗН ($Y_{ЛЗН}$ и Φ).

Таблица 1. Результаты имитационного моделирования

Исходные данные моделирования	Траектория $y(x)$, отсчеты координат в метрах	Зависимость $\vartheta(t)$, отсчеты угла ϑ в радианах, времени t в секундах
$y_0 = 100$ м; $Y_{ЛЗН} = 50$ м; $\Phi = 0$.		
$y_0 = 50$ м; $Y_{ЛЗН} = 100$ м; $\Phi = 0$.		

$y_0 = 2000 \text{ м};$ $Y_{\text{ЛЗН}} = 1850 \text{ м};$ $\Phi = \pi.$		
$y_0 = 2000 \text{ м};$ $Y_{\text{ЛЗН}} = 1850 \text{ м};$ $\Phi = -\pi.$		
$y_0 = 2000 \text{ м};$ $Y_{\text{ЛЗН}} = 1000 \text{ м};$ $\Phi = -\pi.$		
$y_0 = 2000 \text{ м};$ $Y_{\text{ЛЗН}} = 50 \text{ м};$ $\Phi = -\pi.$		
$y_0 = 2000 \text{ м};$ $Y_{\text{ЛЗН}} = 50 \text{ м};$ $\Phi = \pi.$		



Из представленных результатов видно, что траектория маневра содержит не более трех сегментов, на каждом из которых скорость изменения направления движения практически постоянна. Вариации интенсивности маневра связаны с различием диапазона высот и скоростей. Кроме того, предложенный алгоритм траекторного управления реализует режимы плавного перехода на стабилизацию движения по прямолинейным участкам траектории. В целом параметры траекторий соответствуют их оптимальным значениям для МД. Алгоритм траекторного управления реализует текущее программирование траектории маневра и составляет основу решения задачи ОРВ траекторий перехода ЛА на ЛЗН.

2.2. Метод управления траекторией вывода ЛА в заданную точку с заданным траекторным углом

Наведение с заданным углом подхода к ТН – одна из наиболее актуальных прикладных задач управления ЛА [16]. Можно предположить, что эта задача многократно решена при проведении практических разработок автоматически управляемых ЛА. Особый интерес представляет исследование этой задачи в рамках концепции ОРВ. В данной работе предложен метод решения задачи для стационарной точки назначения.

Один из практически осуществимых вариантов решения рассматриваемой задачи — вывод летательного аппарата на линию заданного направления (ЛЗН). В этой интерпретации задача излагается в учебной литературе [17].

Решение задачи наведения с заданным углом подхода к ТН в строгой постановке должно учитывать факт наличия множества оптимальных траекторий, на которых заданный траекторный угол достигается в ТН. Иными словами, существует множество оптимальных траекторий центра масс (ЦМ) ЛА, для которых точка сопряжения с ЛЗН совпадает с ТН. Сущность решения — вывод ЛА на завершающую ветвь траектории максимально интенсивного маневра, которая удовлетворяет заданным терминальным условиям.

В теории и методике управления авиацией для вывода ЛА в заданное относительно цели положение по направлению и дальности разработан метод наведения «Маневр» [18]. В данной работе предложена реализация метода «Маневр» в САУ ЛА применительно к конкретной частной задаче наведения.

Модель движения ОУ и критерий оптимальности СТУ соответствуют представленным в разделе 2.1. Синтезируемый алгоритм управления переходом ЦМ ЛА в ТН, координаты которой $x_F = D$, $y_F = 0$, с заданным траекторным углом θ_F определяет задающее воздействие по углу тангажа $v_{\text{зад}} = A_v(x, y, \theta, \theta_F, D)$, где A_v — операторное преобразование, реализуемое алгоритмом управления.

Анализ существующих методов наведения

Существуют классы систем наведения ЛА, которые принципиально не могут решать стоящие перед ними задачи с использованием фиксированных программных траекторий. К таковым относятся, например, СН перехватчиков, применяемых для поражения подвижных целей.

Проектанты таких систем вынуждены решать задачу ОРВ процессов управления траекторией полета ЛА. Как правило, решение заключается в выборе **метода наведения**.

Проведем анализ метода наведения, , и оценим его соответствие методам наведения, применяемым для перехвата подвижных целей. Поскольку рассматривается ЛА, совершающий автономный полет, соответствовать рассматриваемой задаче могут только двухточечные методы, применяемые для самонаведения, такие как: метод погони, наведение с постоянным углом упреждения, методы параллельного и пропорционального сближения.

Траектории сближения, соответствующие методу наведения, обеспечивающему заданный угол подхода к неподвижной ТН, это окружности, касающиеся в ТН прямой линии, образующей с осью OX угол, равный θ_F , а также сама указанная прямая как принадлежащая множеству траекторий сближения окружность с бесконечным радиусом. Предполагаем, что траектория сближения формируется при постоянном значении модуля вектора скорости V_{TC} . При этом движение по окружности характеризуется постоянной величиной производной $\frac{d\theta}{dt} = \Omega_{TC}$. Выразим координаты ТН через параметры траектории сближения:

$$D = x + \frac{V_{TC}}{\Omega_{TC}} \int_{\theta}^{\theta_F} \cos \theta d\theta = x + R_{TC} \text{sign}(\theta_F - \theta)(\sin \theta_F - \sin \theta), \quad (10)$$

$$y_F = y + \frac{V_{TC}}{\Omega_{TC}} \int_{\theta}^{\theta_F} \sin \theta d\theta = y - R_{TC} \text{sign}(\theta_F - \theta)(\cos \theta_F - \cos \theta), \quad (11)$$

где R_{TC} — радиус траектории сближения. $R_{TC} = \frac{V_{TC}}{|\Omega_{TC}|}$.

Из соотношений (10) и (11) получим выражение для угла визирования ТН:

$$\varphi = \text{arctg} \frac{y_F - y}{D - x} = -\text{arctg} \frac{\cos \theta_F - \cos \theta}{\sin \theta_F - \sin \theta} = \text{arctg} \left(\text{tg} \frac{\theta_F + \theta}{2} \right) = 0,5(\theta_F + \theta),$$

откуда текущий угол наклона траектории, соответствующий методу наведения, определяется по формуле:

$$\theta = 2\varphi - \theta_F. \quad (12)$$

Дифференцируя правую и левую части уравнения (12) получим уравнение метода наведения в виде: $\frac{d\theta}{dt} = 2 \frac{d\varphi}{dt}$, которое соответствует методу пропорционального сближения: угловая скорость поворота вектора скорости перехватчика пропорциональна угловой скорости вращения линии визирования. В нашей задаче коэффициент пропорциональности (навигационная постоянная) равен 2. Для наведения на подвижные цели применяется коэффициент диапазона 4–6. Метод наведения в вертикальной плоскости с заданным углом подхода к стационарной ТН может быть интерпретирован также как метод погони за мнимой целью, движущейся по вертикали, проходящей через ТН, либо по прямой, пересекающей ось OX в ТН под углом θ_F . Текущая высота мнимой цели, движущейся по вертикали, определяется по формуле:

$$H_{\text{мц}} = y + (D - x) \sin(2\varphi - \theta_F).$$

Метод наведения дает описание множества траекторий, обеспечивающих попадание ЦМ ЛА в ТН с заданным углом подхода. Данное множество включает в себя подмножество завершающих участков оптимальных траекторий наведения.

Общий подход к решению задачи

При оптимизации маневра приведения ЛА в заданную точку с заданным углом наклона траектории имеет место жесткая привязка правого конца завершающего сегмента траектории. Поэтому завершающий сегмент оптимальной траектории маневра в виде окружности, проходящей через ТН под заданным углом, определен. При реализации траектории оптимального маневра варьируется точка сопряжения предпоследнего сегмента траектории маневра с сегментом траектории конечного участка маневра. Положение указанной точки сопряжения зависит от точки НМ. Очевидно, что точка НМ должна зависеть от режима подлета ЛА к зоне маневра.

Задача решается для варианта подлета к зоне маневра в режиме установившегося горизонтального прямолинейного полета.

На рис. 3 представлена геометрическая схема вариантов оптимального маневра ЛА при различных соотношения высоты траектории подлета y_{Π} и высоты вершины траектории конечного участка маневра y_B . Линия, проходящая через ТН, направление которой соответствует заданному направлению вектора скорости в ТН, обозначена ЛЗН_F. Горизонтальная линия, проходящая через вершину траектории конечного участка маневра, направление которой соответствует направлению координатной оси Ox , обозначена ЛЗН_B. Все маневры ЛА, осуществляемые с целью его наведения с заданным углом подхода к ТН, сводятся к выводу ЛА на указанные ЛЗН. Фиксация точек сопряжения траекторий маневра с ЛЗН достигается наложением связи на условия начала маневра.

Если $y_{\Pi} \geq y_B$, то маневр начинается в момент выполнения условия сопряжения с ЛЗН_F. Иными словами траектория подлета непосредственно переходит в сопрягаемую траекторию (СТ). Таким образом, если $y_{\Pi} \geq y_B$, то траектория наведения содержит один сегмент окружности, сопрягаемый с ЛЗН_F и прямолинейный участок движения вдоль ЛЗН_F, длина которого оценивается величиной $(y_{\Pi} - y_B) \cos \theta_F$. Если $y_{\Pi} = y_B$, то сопряжение происходит в ТН.

Если $y_{\Pi} < y_B$, то для выполнения заданных терминальных условий необходимо формирование восходящей ветви траектории маневра. С этой целью реализуется предварительный маневр вывода ЛА в точку B , в результате которого ЛА при любой высоте подлета $y_{\Pi} < y_B$ выводится на траекторию, сопрягаемую с ЛЗН_F в ТН.

Иными словами, указанный отрезок состоит из двух равных частей, каждая из которых является хордой, стягивающей сегмент окружности. Оба сегмента образуют траекторию перехода ЦМ ЛА с линии подлета в точку B . Эта траектория начинается и заканчивается при нулевом угле наклона траектории. Один из сегментов принадлежит восходящей ветви окружности, образующей завершающий участок траектории маневра, а также геометрическое место точек перегиба траекторий предварительного маневра. Другой сегмент, идентичный первому, образует траекторию перехода с линии подлета в точку сопряжения с первым сегментом. Геометрические характеристики траектории предварительного маневра используются для формирования разовой команды наведения, определяющей момент начала маневра.

Алгоритм программирования направления движения

Для реализации принципа наведения ЛА, изложенного в предыдущем разделе, могут быть использованы два подхода к синтезу алгоритма программирования направления движения (АПНД):

1) АПНД, формирующий отрицательную обратную связь по отклонению от ЛЗН с использованием аналитической зависимости угла наклона сопрягаемой траектории и отклонения ЦМ ЛА от ЛЗН. В этом варианте структура алгоритма полностью соответствует структуре АПНД, представленного в разделе 2.1.

2) АПНД, формирующий отрицательную обратную связь по прогнозируемой ошибке наведения, равной прогнозируемому отклонению от ЛЗН после максимально интенсивного поворота вектора скорости от текущего значения θ до заданного конечного значения θ_F .

Проведем аналитическое исследование указанных подходов к синтезу АПНД.

Подход 1. Если высота траектории подлета к зоне маневра $y_{\Pi} \geq y_B$, минимальная протяженность траектории вывода ЛА в ТН достигается при движении по траектории, сопрягаемой с ЛЗН_F, и дальнейшем движении до ТН вдоль ЛЗН_F.

Заданный угол наклона траектории определяется алгоритмом:

$$\theta_{\text{зАд}} = \phi - \theta_F \text{sign} \theta_F, \quad (13)$$

где $\phi = -\arccos\left(1 - \frac{|\sigma|}{r_m}\right) \text{sign}(\eta)$, $\sigma = \eta$, если $|\eta| \leq r_m$, но $\sigma = r_m$, если $\eta > r_m$,

$r_m = \frac{V}{|\Omega_{\text{MAX}}|}$, Ω_{MAX} — максимальное по абсолютной величине значение производной $\frac{d\theta}{dt}$, которое может быть реализовано в процессе маневра; η — отклонение ЦМ ЛА от ЛЗН_F.

$$\eta = -(D - x) \sin \theta_F \text{sign} \theta_F + y \cos \theta_F. \quad (14)$$

Если $y_{\text{П}} < y_{\text{В}}$, то производится предварительный маневр вывода ЛА в точку B с нулевым углом θ . Точка B имеет координаты:

$$x_B = D - r_m \text{sign} \theta_F \sin \theta_F, \quad y_B = r_m \text{sign} \theta_F (\cos \theta_F - 1). \quad (15)$$

Задача решается как задача вывода ЛА на ЛЗН_В. Заданный угол наклона траектории определяется формулой (12), где $\theta_F = 0$, $\eta = y - y_{\text{В}}$, что соответствует отклонению ЦМ ЛА от ЛЗН_В.

Минимальная протяженность траектории предварительного маневра достигается при сопряжении траектории ЦМ ЛА с ЛЗН_В в точке B . Такое сопряжение обеспечивается разовой командой наведения, которая формируется в момент выполнения соответствующего функционального условия начала маневра.

Подход 2. Прогнозируемое отклонение ЦМ ЛА от ЛЗН_F на момент окончания условного разворота максимальной интенсивности, при котором угол наклона траектории изменится от текущего значения θ до заданного конечного значения θ_F , определяется в соответствии с (14) следующим образом:

$$\eta_K = -(D - x_K) \sin \theta_F \text{sign} \theta_F + y_K \cos \theta_F, \quad (16)$$

где $x_K = x + r_m \text{sign}(\theta_F - \theta)(\sin \theta_F - \sin \theta)$,

$$y_K = y - r_m \text{sign}(\theta_F - \theta)(\cos \theta_F - \cos \theta). \quad (17)$$

После подстановки выражений (17) в (16) с учетом (14) получим:

$$\eta_K = \eta - r_m [1 - \cos(\theta - \theta_F)] \text{sign}(\theta_F - \theta). \quad (18)$$

При реализации обратной связи по прогнозируемому отклонению от ЛЗН_F заданный угол наклона траектории формируется в виде суммы текущего угла и управляющей компоненты: $\theta_{\text{зАд}} = \theta + \Delta\theta_{\text{УПР}}$, где $\Delta\theta_{\text{УПР}} = A_{\theta} \{ \eta_K \}$, A_{θ} — операторное преобразование, определяющее структуру регулятора.

Исходя из желаемого значения прогнозируемой ошибки $\eta_K = 0$, получим уравнение относительно $\theta_{\text{зАд}}$ для реализации неявного управления по прогнозируемой ошибке наведения:

$$\eta - r_m \left[1 - \cos(\theta_{\text{зАд}} - \theta_F) \right] \text{sign}(\theta_F - \theta) = 0.$$

Решение этого уравнения в области отрицательных значений η , при которых совершается маневр, имеет вид:

$$\theta_{\text{зАд}} = \theta_F + \arccos\left(1 - \frac{|\eta|}{r_m}\right). \quad (19)$$

Следует обратить внимание на то, что при формировании $\theta_{\text{зАд}}$ в режиме вывода ЦМ ЛА на ЛЗН величине отклонения ЦМ ЛА от ЛЗН, превышающей r_m , присваивается значение r_m . Это ограничение обеспечивает движение ЛА по прямой, ортогональной ЛЗН при больших отклонениях от нее. При решении задачи наведения с заданным углом подхода к ТН такое ограничение не позволяет выполнять маневры по траекториям, имеющим участки, на которых вектор скорости ЛА направлен к ЛЗН под углом меньшим $\pi/2$.

Можно показать, что программирование направления движения в соответствии с формулой (18) позволяет при $y_{\text{п}} < y_{\text{в}}$ не использовать промежуточного маневра вывода ЦМ ЛА на ЛЗН_в и выполнить весь маневр с использованием единого АПНД.

Следует также обратить внимание на то, что АПНД, применяемые для вывода ЦМ ЛА на ЛЗН реализуют неявное управление с обратной связью по прогнозируемой ошибке наведения.

Алгоритм формирования команды начала маневра

Важнейшими компонентами алгоритмического обеспечения задач наведения ЛА являются алгоритмы формирования разовых команд наведения, которые используются для качественного изменения режимов полета ЛА, связанного с изменением структуры регулятора и/или объекта управления. Для решения рассматриваемой задачи используются две разовые команды наведения:

- команда начала маневра, определяющая момент начала режима наведения в ТН с заданным углом подхода и, соответственно, момент завершения режима подлета;

- команда смены ЛЗН, на которую осуществляется выведение ЦМ ЛА, связанная с необходимостью формирования восходящей ветви траектории наведения при высоте подлета меньшей высоты, с которой физически может быть осуществлен процесс вывода ЦМ ЛА в точку назначения с заданным углом подхода.

Условия формирования второй из названных команд сводятся к контролю попадания координат и угла наклона вектора скорости в диапазоны значений, при которых факт выведения в точку вершины завершающего участка траектории ЦМ ЛА можно считать состоявшимся.

Более подробно рассмотрим алгоритм формирования **команды начала маневра**, условие выработки которой должно базироваться на оценке оставшейся дальности полета до ТН, обеспечивающей реализацию маневра для решения рассматриваемой задачи наведения.

Данный алгоритм должен обеспечивать формирование команды на начало маневра вывода ЛА в ТН с заданным углом подхода θ_F для двух диапазонов высот подлета к зоне маневрирования.

Если высота подлета $y_{\Pi} \geq y_B$, то команда на начало маневра формируется в момент выполнения условия сопряжения траектории ЦМ ЛА с ЛЗН $_F$, определяемого по формуле (12). Горизонтальная координата точки НМ $x_{\text{НМ}} = x_B + (y_{\Pi} - y_B) \operatorname{tg} \theta_F$, где x_B и y_B определяются формулами (13). В этом случае команду на начало маневра целесообразно формировать в момент выполнения условия сопряжения в режиме подлета: $K_{\text{ФМ}} = 0,5 \left[1 + \operatorname{sign}(\theta - \theta) \operatorname{sign} \theta_F \right]$. Если $K_{\text{НМ}} = 1$, то команда сформирована. При этом в момент формирования команды условие $x = x_{\text{НМ}}$ выполнится в силу функциональной связи между углом наклона траектории и координатами ЦМ ЛА в точке сопряжения.

Для диапазона высот подлета $y_{\Pi} < y_B$ горизонтальная координата начала маневра $x_{\text{НМ}}$ должна определяться с учетом наличия предварительного маневра перехода с траектории подлета в точку В. Функциональную зависимость, определяющую $x_{\text{НМ}}$, получим, используя обозначения геометрических параметров и координат характерных точек траектории маневра, которые введены на рис. 3 (стр. 52).

Протяженность траектории предварительного маневра по координате зависит от перепада высот траектории предварительного маневра, абсцисса точки начала маневра определяется формулой:

$$x_{\text{НМ}} = x_B - \Delta y_M \operatorname{ctg} \beta, \quad (20)$$

где $\Delta y_M = y_B - y_{\Pi}$, а координаты x_B и y_B определяются по формулам (15),

$\sin \beta = \frac{\Delta y_M}{2l}$, где $l = 2r_m \sin \beta$. Тогда $\operatorname{ctg} \beta = \sqrt{\frac{4r_m}{\Delta y_M} - 1}$ и зависимость протяженности траектории предварительного маневра $\Delta x_M = x_B - x_{\text{НМ}}$ от перепада высот Δy_M принимает вид: $\Delta x_M = \sqrt{\Delta y_M (4r_m - \Delta y_M)}$. График данной зависимости при $r_m = 500$ м представлен на рис. 4.

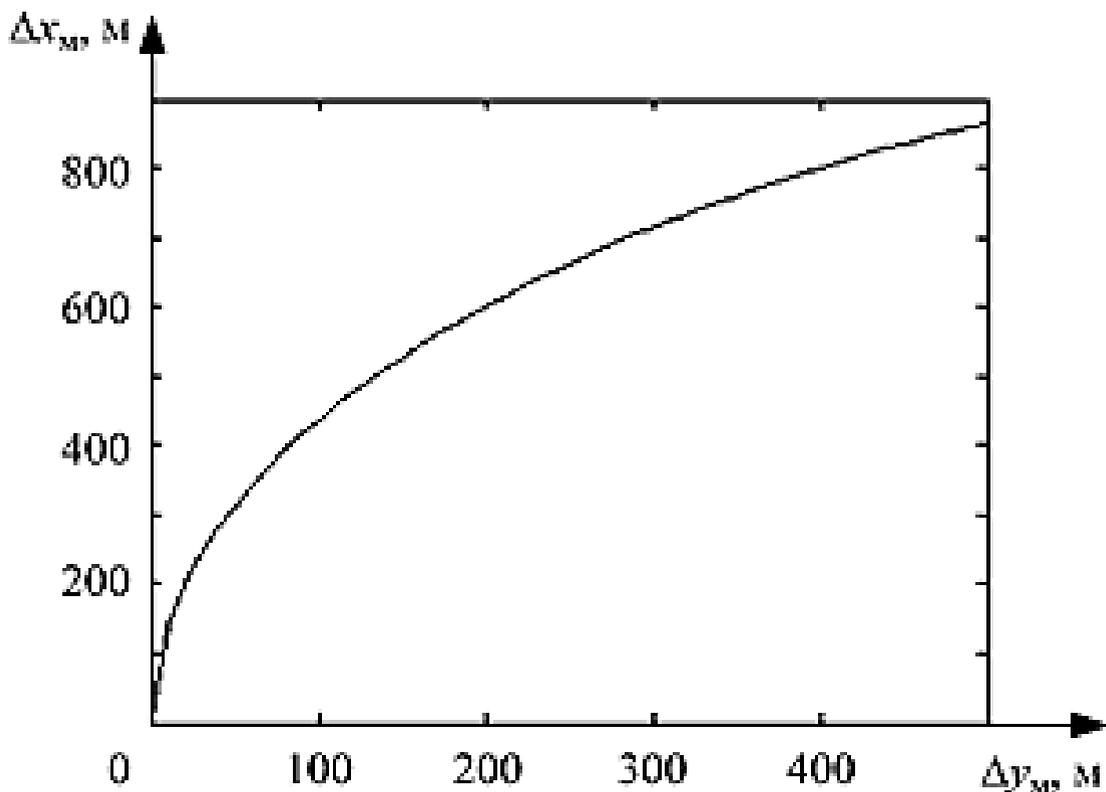


Рис. 4. Характер зависимости протяженности траектории предварительного маневра от перепада высот маневра

Из рисунка 4 видно, что при малых перепадах высот маневра протяженность траектории предварительного маневра многократно превышает значение перепада высот, что обусловлено ограничением радиуса разворота.

Формула (20) преобразуется к виду:

$$x_{\text{HM}} = x_{\text{B}} - \sqrt{(y_{\text{B}} - y_{\text{П}})(4r_m + y_{\text{П}} - y_{\text{B}})}. \quad (21)$$

Формулы (21) и (19) образуют функциональную зависимость вида $x_{\text{HM}} = f(y_{\text{П}}, r_m, D, \theta_F)$, используемую для формирования разовой команды начала маневра: $K_{\text{HM}} = 0,5[1 + \text{sign}(x - x_{\text{HM}})]$.

На практике алгоритмы формирования разовых команд, определяющих интервал режима управления, учитывают необходимость запаса по протяженности указанного интервала, связанную с наличием случайных составляющих характеристик и условий функционирования САУ.

3. Синтез регуляторов пилотажного комплекса для реализации ОРВ

Для синтеза систем максимального быстродействия уровней автопилотирования и управления движением исполнительных механизмов применим модификацию МСТ. При этом аналогом ЛЗН является линия, параллельная оси времени и смещенная по оси ординат на величину, соответствующую обрабатываемому постоянному входному сигналу — заданному углу поворота ЛА или его рулевой поверхности. Аналогом прямолинейного участка оптимальной траектории, ортогонального ЛЗН, является режим вращения с максимальной располагаемой угловой скоростью в сторону, соответствующую уменьшению рассогласования по углу. Выполнение условия сопряжения соответствует значению угловой скорости вращения, при которой последующее торможение вращения ЛА максимальной интенсивности обеспечивает одновременное достижение нулевой скорости вращения и заданного угла поворота. Условие сопряжения при управлении вращательным движением ЛА может быть выражено также равенством текущего значения кинетической энергии вращения и работы результирующего момента сил, действующего на ЛА в процессе его поворота на конечный угол, равный разности заданного и текущего углов поворота.

Учитывая ограниченные возможности аналитического проектирования регуляторов для ЛА, а также неизбежно возникающую необходимость рассмотрения вариантов законов управления, специалист, решающий задачу динамического синтеза САУ ЛА, должен иметь возможность оценивания в процессе синтеза частных критериев технической эффективности САУ с использованием имитационных моделей процессов управления, адекватно отражающих совокупность существенных внутренних нелинейных связей объекта управления.

На данном этапе синтеза САУ, реализующей ОРВ, модель движения ОУ должна быть дополнена системой уравнений, описывающих относительное вращательное движения и вращение руля высоты ЛА.

Вращательное движение ЛА в продольном движении описывается системой уравнений:

$$J_z \varepsilon_z = M_z; \quad \frac{d\omega_z}{dt} = \varepsilon_z; \quad \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z; \quad (22)$$

где J_z — главный центральный момент инерции ЛА относительно поперечной оси связанной системы координат; ε_z , ω_z — угловое ускорение и угловая скорость вращения ЛА по тангажу; ϑ — угол тангажа ЛА; M_z — суммарный момент тангажа, обусловленный аэродинамическими силами, действующими на ЛА.

Предполагается, что вектор силы тяги двигателей не создает момента, влияющего на вращение ЛА по углу тангажа.

Для сопряжения модели вращательного движения ЛА и модели привода руля высоты целесообразно выделить управляемую компоненту M_Z :

$M_Z = M_{Z_0} + M_{\text{УПР}}$, где M_{Z_0} — суммарный момент тангажа, создаваемый аэродинамическими силами, действующими на крыло, фюзеляж и горизонтальное оперение при нейтральном положении руля высоты.

$M_{Z_0} = m_{Z_0} q S b_A$, где m_{Z_0} — коэффициент момента тангажа при нейтральном положении руля высоты, q — скоростной напор, S — площадь крыла, b_A — средняя аэродинамическая хорда крыла.

$m_{Z_0} = m_Z^\alpha \alpha + m_Z^\omega \omega_Z$, где $m_Z^\alpha = \frac{\partial m_Z}{\partial \alpha}$, α — угол атаки корпуса ЛА,

$$m_Z^\omega = \frac{\partial m_Z}{\partial \omega_Z}.$$

Указанные частные производные коэффициента момента зависят от числа Маха, определяемого высотно-скоростным режимом полета. $M_{\text{УПР}}$ — момент, который возникает при отклонении руля высоты ЛА нормальной схемы на горизонтальном оперении.

$M_{\text{УПР}} = F_{\text{УПР}} L_{\text{ГО}}$, $F_{\text{УПР}} = C_{Y_{\text{ГО}}}^\delta \delta S_{\text{ГО}} k_{\text{ГО}} n q$, где $L_{\text{ГО}}$ — плечо горизонтального оперения, равное длине проекции на продольную ось ЛА отрезка, соединяющего центр масс ЛА и центр давления горизонтального оперения.

$$C_{Y_{\text{ГО}}}^\delta = \frac{\partial C_{Y_{\text{ГО}}}}{\partial \delta} — \text{частная производная коэффициента подъемной силы}$$

горизонтального оперения по углу отклонения руля высоты; δ — отклонение руля высоты от нейтрального положения;

$$|\delta| \leq B_\delta, \quad (23)$$

где B_δ — положительное число, определяющее максимальный уровень угла отклонения руля, обусловленного механическим ограничением; $S_{\text{ГО}}$ — площадь горизонтального оперения; $k_{\text{ГО}}$ — коэффициент торможения потока в области горизонтального оперения;

$$n = \sqrt{\frac{S_\delta}{S_{\text{ГО}}}}, \text{ где } S_\delta — \text{площадь руля высоты.}$$

Уравнение движения руля высоты представим в виде, аналогичном (22):

$$J_\delta \varepsilon_\delta = M_{\text{ПР}} + M_{\text{ТР}} + M_{\text{Ш}}, \quad \frac{d\omega_\delta}{dt} = \varepsilon_\delta, \quad \frac{d\delta}{dt} = \omega_\delta, \quad (24)$$

где ε_δ , ω_δ — угловое ускорение и угловая скорость вращения руля высоты; J_δ — момент инерции руля высоты и всех подвижных частей привода руля (включая элементы системы механической передачи),

приведенный к оси вращения руля; $M_{\text{ПР}}$ — момент вращающей руль силы, создаваемой приводом руля; $M_{\text{ТР}}$ — момент всех сил трения, приведенный к оси вращения руля; $M_{\text{Ш}}$ — аэродинамический шарнирный момент.

$M_{\text{Ш}} = M_{\text{Ш}}^{\alpha}\alpha + M_{\text{Ш}}^{\delta}\delta + M_{\text{Ш}}^{\omega_{\delta}}\omega_{\delta}$, где $M_{\text{Ш}}^{\alpha}$, $M_{\text{Ш}}^{\delta}$ и $M_{\text{Ш}}^{\omega_{\delta}}$ — частные производные шарнирного момента по углу атаки, углу отклонения руля и угловой скорости поворота руля, соответственно. Они зависят от высоты и скорости полета ЛА, геометрических характеристик руля, а также от взаимного влияния аэродинамических сил, действующих на рулевой орган и ЛА. Первые две компоненты $M_{\text{Ш}}$ возникают вследствие несовпадения центра давления аэродинамических сил, действующих на руль высоты, и его оси вращения. Как и все аэродинамические силы и моменты, действующие на ЛА, шарнирный момент пропорционален скоростному напору q .

Принимая $M_{\text{ТР}}$ пропорциональным скорости вращения руля ω_{δ} и объединяя его с аэродинамическим демпфирующим моментом, действующим на руль высоты, представим уравнение движения руля в виде:

$$J_{\delta} \frac{d^2\delta}{dt^2} - M_{\text{Ш}}^{\omega_{\delta}} \frac{d\delta}{dt} - M_{\text{Ш}}^{\delta}\delta = M_{\text{ПР}} + M_{\text{Ш}}^{\alpha}\alpha. \quad (25)$$

В модели вращения ЛА по углу ϑ ограничение управляющего момента, полного момента тангажа и угловой скорости вращения присутствуют неявно. Они обусловлены ограничением α , введенным на уровне траекторного управления, механическим ограничением угла поворота руля, а также условием физического ограничения скорости при равенстве момента аэродинамических сил, обусловленного статическими параметрами, демпфирующему моменту. В модели движения руля высоты существующие физические ограничения момента привода и скорости вращения задаются в явном виде:

$$|M_{\text{ПР}}| \leq B_M, \quad |\omega_{\delta}| \leq B_{\omega}, \quad (26)$$

где B_M и B_{ω} — положительные числа, определяющие уровни ограничений соответствующих параметров.

На этапе синтеза САУЛА с использованием представленных выше моделей движения ставятся следующие задачи:

1) Синтез регуляторов угла тангажа ЛА ϑ и угла поворота руля высоты δ , обеспечивающих квазиоптимальные по быстродействию процессы отработки заданного угла тангажа $\vartheta_{\text{зад}}$ для уровней задающих воздействий, определяемых соотношениями:

$$|\delta_{\text{ЗАД}}| \leq B_{\delta}, \text{ где } B_{\delta} \text{ соответствует выражению (23);}$$

$$|\vartheta_{\text{ЗАД}}| \leq B_{\vartheta}.$$

Значения B_{δ} и B_{ϑ} определены на этапе имитационного моделирования процессов маневра, реализуемых системой траекторного управления для широкого диапазона начальных и заданных конечных условий маневрирования: $B_{\delta} = 0,26$, $B_{\vartheta} = 4$. Значения уровней ограничений указаны в радианах. В состав рабочей информации для синтезируемых регуляторов входят измерения углов δ и ϑ , а также измерения производных указанных углов. Таким образом, обратные связи по ускорениям, представленные на обобщенной базовой структуре системы (см. рис. 2, стр. 42), отсутствуют.

2) Минимизация параметров B_M и B_{δ} , входящих в выражения (26) и определяющих уровни ограничения движущего момента привода и скорости перекладки руля высоты, при сохранении показателей быстродействия отработки $\vartheta_{\text{ЗАД}}$ на практически оптимальном уровне, соответствующем отсутствию ограничений вида (26).

Решение второй из рассматриваемых задач соответствует минимизации массогабаритных характеристик привода руля высоты.

В данном разделе излагается принцип синтеза квазиоптимальных по критерию быстродействия регуляторов угла тангажа и угла отклонения руля высоты, который основан на формировании регулирующей связи, обеспечивающей выполнение условия сопряжения процесса изменения регулируемой величины с линией ее заданного значения.

Определим заданное значение угловой скорости тангажа ω_Z^* , из условия сопряжения зависимости $\vartheta(t)$ с аналогом ЛЗН, определяемым равенством $\vartheta = \vartheta_{\text{ЗАД}}$:

$$\omega_Z^* = \text{sign}(\vartheta_{\text{ЗАД}} - \vartheta) \sqrt{2\varepsilon_Z^{\max} (\vartheta_{\text{ЗАД}} - \vartheta) \text{sign}(\vartheta_{\text{ЗАД}} - \vartheta)}, \quad (27)$$

где ε_Z^{\max} — максимальное значение углового ускорения.

К аналогичному результату приводит решение уравнения, выражающее условие сопряжения в форме равенства кинетической энергии вращательного движения ЛА и работы постоянного максимального по абсолютной величине момента тангажа:

$$0,5 J_Z (\omega_Z^*)^2 = M_Z^{\max} (\vartheta_{\text{ЗАД}} - \vartheta), \quad (28)$$

где M_Z^{\max} — максимальное значение момента тангажа.

Разделив правую и левую части уравнения (28) на J_Z , учитывая, что $\varepsilon_Z^{\max} = M_Z^{\max} / J_Z$, и разрешив уравнение относительно ω_Z^* , получим выражение (27).

На основе энергетического условия сопряжения (27) сформируем регулятор энергии вращения для управления углом тангажа ЛА. Заданное значение угловой скорости тангажа ω_Z^* для управления энергией вращения ЛА представим в виде:

$$\omega_Z^* = k_{E_9} (E_{\vartheta_{3AD}} - E_9), \quad (29)$$

где k_{E_9} — коэффициент усиления регулятора энергии, $E_{\vartheta_{3AD}}$, E_9 — заданное и текущее значение энергии вращения по тангажу соответственно.

$E_{\vartheta_{3AD}} = \int_9^{\vartheta_{3AD}} M_Z^{\max} d\vartheta = \tilde{M}_Z^{\max} (\vartheta_{3AD} - 9)$, где M_Z^{\max} , \tilde{M}_Z^{\max} — текущее и среднее значение максимального момента тангажа на участке сопряжения;

$$E_9 = 0,5 \text{sign}(\vartheta_{3AD} - 9) J_Z \omega_Z^2.$$

Регулятор, в котором сигнал управления скоростью вращения ω_Z^* формируется в соответствии с формулой (27), будем называть регулятором кинематики вращения (РКВ). Регулятор, в котором указанный сигнал формируется в соответствии с формулой (29), будем называть регулятором энергии вращения (РЭВ).

Для указанных вариантов формирования ω_Z^* применена единая структура регулятора скорости вращения:

$$\delta_{3AD} = k_{\omega_Z} \frac{B_q}{q} (\omega_Z^* - \omega_Z), \quad |\delta_{3AD}| \leq B_\delta, \quad (30)$$

где δ_{3AD} — заданное значение угла поворота руля высоты; k_{ω_Z} , B_q — коэффициент усиления регулятора и значение скоростного напора для базового режима полета, соответственно; q — текущий скоростной напор.

Аналогичные варианты структур регулятора рассмотрены для контура автоматического управления рулем высоты, реализующего обработку сигнала δ_{3AD} . Для РКВ руля высоты $\omega_\delta^* = \text{sign}(\delta_{3AD} - \delta) \sqrt{2\varepsilon_\delta^{\max} (\delta_{3AD} - \delta) \text{sign}(\delta_{3AD} - \delta)}$, где ω_δ^* — заданное значение угловой скорости поворота руля высоты, $\varepsilon_\delta^{\max}$ — максимальное угловое ускорение вращения руля высоты.

Для РЭВ руля высоты $\omega_\delta^* = k_{E_\delta} (E_{\delta_{з\text{АД}}} - E_\delta)$, где k_{E_δ} — коэффициент усиления регулятора энергии, $E_{\delta_{з\text{АД}}}$, E_δ — заданное и текущее значение энергии вращения руля высоты и всех подвижных частей привода.

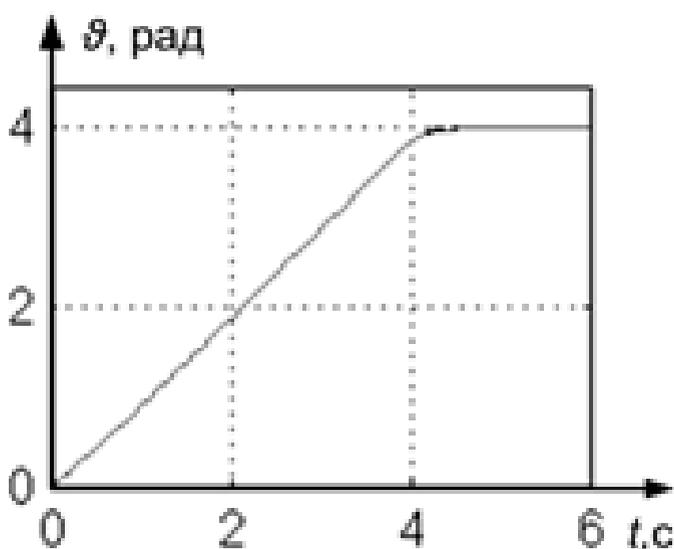
$E_{\delta_{з\text{АД}}} = \int_{\delta}^{\delta_{з\text{АД}}} M_\delta^{\text{max}} d\vartheta = \tilde{M}_\delta^{\text{max}} (\delta_{з\text{АД}} - \delta)$, где M_δ^{max} , $\tilde{M}_\delta^{\text{max}}$ — текущее и среднее значение максимального момента, действующего на руль высоты по оси его вращения на участке сопряжения; $E_\delta = 0,5 \text{ sign}(\delta_{з\text{АД}} - \delta) J_\delta \omega_\delta^2$.

Сигнал управления приводом руля высоты определяется выражением, аналогичным (30): $U_\delta = k_{\omega_\delta} \frac{B_q}{q} (\omega_\delta^* - \omega_\delta)$, где k_{ω_δ} — коэффициент усиления регулятора.

Значение сигнала U_δ определяет значение управляющего момента, развиваемого приводом руля высоты.

Для выбора структуры регуляторов проведена сравнительная оценка РКВ и РЭВ методом имитационного моделирования.

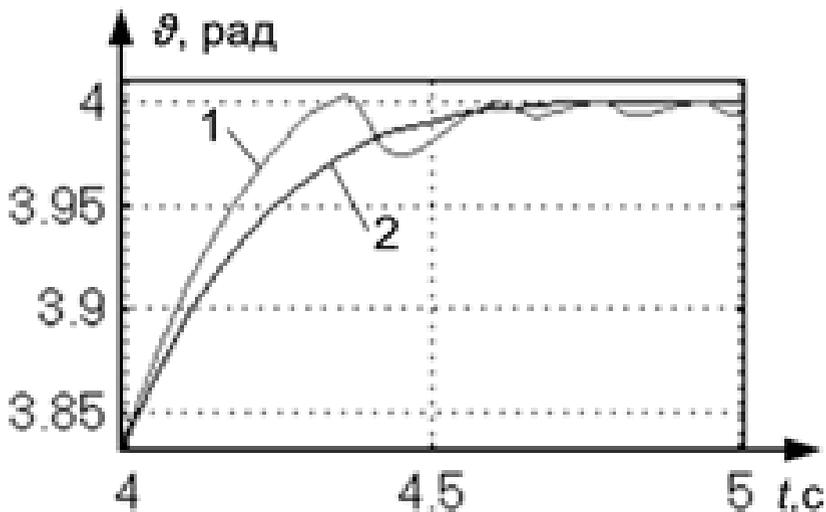
Первоначально проведена сравнительная оценка вариантов регулятора ϑ , в условиях идеальной отработки $\delta_{з\text{АД}}$, результаты которой представлены на рис. 5.



а)

Рис. 5 Сравнительная оценка вариантов регулятора ϑ без учета динамики контура δ : 1 — РКВ, 2 — РЭВ

а), б) — графики переходных процессов отработки $\vartheta_{з\text{АД}} = 4$ (б — участок графика а в увеличенном масштабе), в) — графики переходных процессов отработки $\vartheta_{з\text{АД}} = 0,2$. Эта информация содержится в значениях величин, указанных на осях координат.

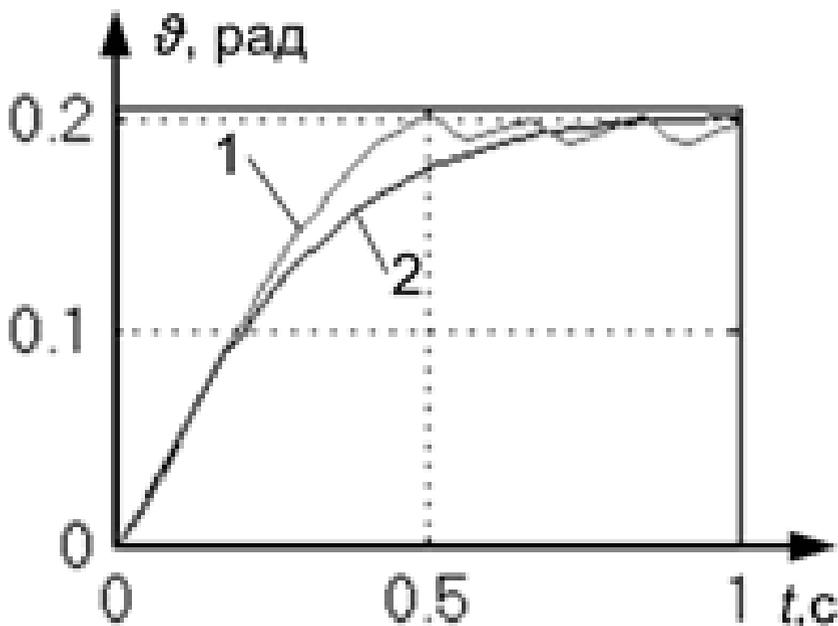


б)

Рис. 5 (продолжение). Сравнительная оценка вариантов регулятора ϑ без учета динамики контура δ : 1 – РКВ, 2 – РЭВ

а), б) – графики переходных процессов обработки $\vartheta_{зад} = 4$
(б – участок графика а в увеличенном масштабе)

Эта информация содержится в значениях величин, указанных на осях координат.



в)

Рис. 5 (продолжение). Сравнительная оценка вариантов регулятора ϑ без учета динамики контура δ : 1 – РКВ, 2 – РЭВ

в) – график переходных процессов обработки $\vartheta_{зад} = 0,2$.

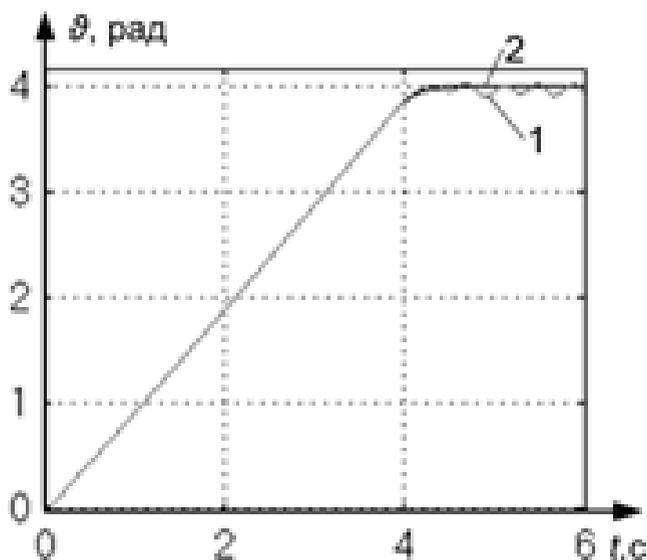
Эта информация содержится в значениях величин, указанных на осях координат.

По времени отработки как максимального задающего воздействия по углу тангажа ($\vartheta_{\text{зад}} = 4$), так и задающего воздействия низкого уровня ($\vartheta_{\text{зад}} = 0,2$), при условии $\delta = \delta_{\text{зад}}$ рассматриваемые варианты практически равноценны. В варианте применения РКВ в установившемся режиме наблюдаются автоколебания с амплитудой $\sim 0,3^\circ$ и частотой ~ 3 Гц.

На следующем этапе проведена сравнительная оценка РКВ и РЭВ угла тангажа с учетом динамических свойств контура управления δ . Результаты моделирования переходных процессов для вариантов регулятора ϑ с использованием РЭВ руля высоты представлены на рис. 6. На данном этапе в модели регулятора контура δ не учитывались ограничения вида (26).

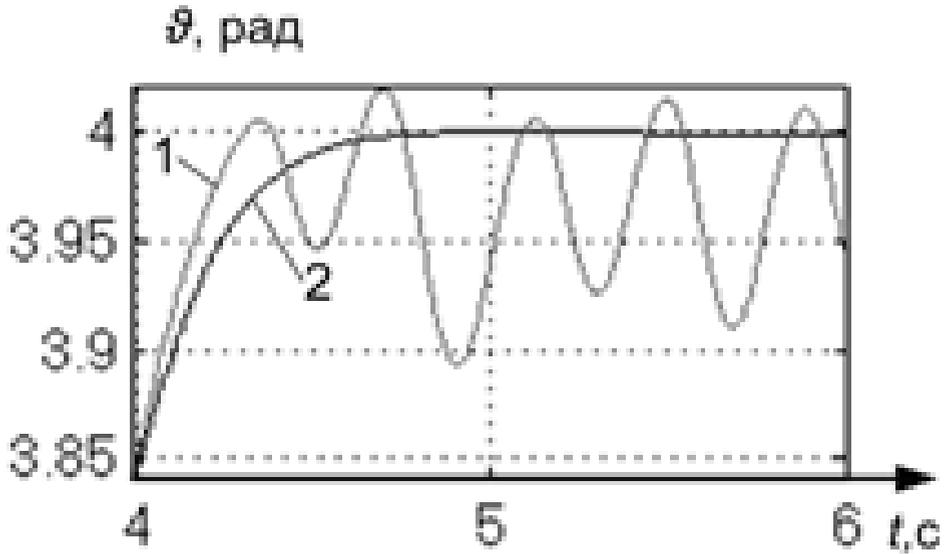
Результаты моделирования показывают, что с учетом динамики привода амплитуда установившихся колебаний в контуре управления углом тангажа при применении РКВ достигает недопустимых для установившегося полета значений ($\sim 3^\circ$). Поэтому в качестве регуляторов пилотажного комплекса ЛА приняты регуляторы энергии вращения.

На следующем этапе синтеза проводится оптимизация проектных параметров привода руля высоты, определяющих ограничения момента и скорости перекадки руля в соответствии с соотношениями (26).



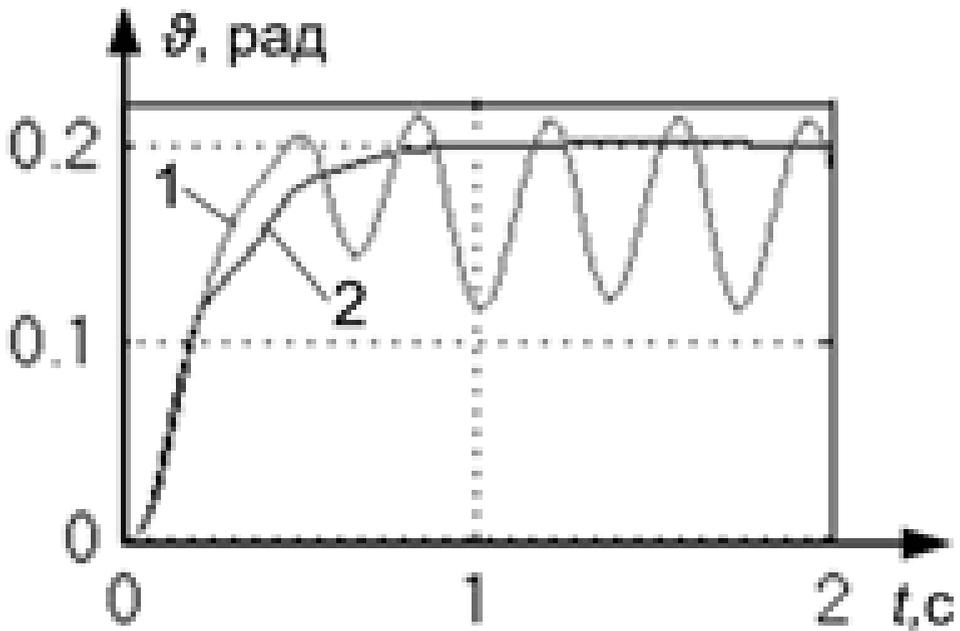
a)

Рис. 6. Сравнительная оценка вариантов регулятора с учетом динамики контура δ (РЭВ без ограничений максимального момента и скорости перекадки руля)
1 – РКВ, 2 – РЭВ.



б)

Рис. 6 (продолжение). Сравнительная оценка вариантов регулятора с учетом динамики контура δ (РЭВ без ограничений максимального момента и скорости перекадки руля)
1 – РКВ, 2 – РЭВ.



в)

Рис. 6 (продолжение). Сравнительная оценка вариантов регулятора с учетом динамики контура δ (РЭВ без ограничений максимального момента и скорости перекадки руля)
1 – РКВ, 2 – РЭВ.

На следующем этапе синтеза проводится оптимизация проектных параметров привода руля высоты, определяющих ограничения момента и скорости перекладки руля в соответствии с соотношениями (26). Проблема параметрической оптимизации нелинейных регуляторов для нелинейных объектов управления может быть решена методами, основанными на применении имитационных моделей процессов управления. С целью решения рассматриваемой задачи разработан комплекс имитационного моделирования (КИМ), обеспечивающий построение семейства переходных процессов $\vartheta(t)$ для следующей последовательности задающих воздействий:

$$\{\vartheta_{\text{ЗАД}}^{(1)}; \vartheta_{\text{ЗАД}}^{(2)}; \dots; \vartheta_{\text{ЗАД}}^{(n)}\} = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,14; 4,0\}, \quad (31)$$

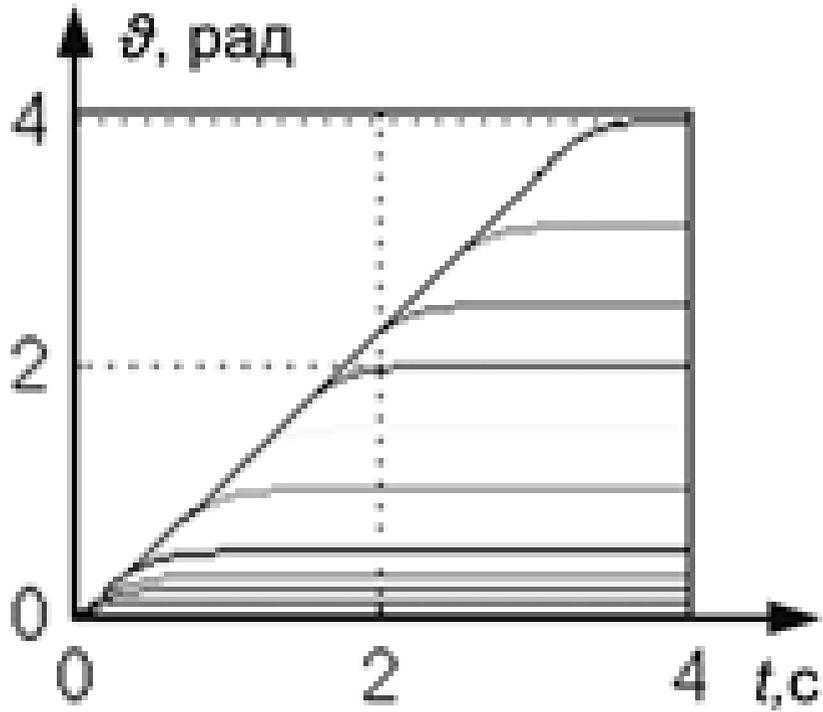
где $n = 10$, а значения $\vartheta_{\text{ЗАД}}^{(n)}$ указаны в радианах.

С применением КИМ определены критические значения ограничений B_M^{KP} и B_ω^{KP} , при которых контур тангажа теряет техническую устойчивость: не обеспечивается постоянного установившегося значения ϑ хотя бы для одного из значений $\vartheta_{\text{ЗАД}}^{(n)}$ последовательности (31). При этом критическое значение по каждому ограничению определяется при условии отсутствия другого ограничения: если $B_M = B_M^{\text{KP}}$, то $B_\omega = \infty$, и если $B_\omega = B_\omega^{\text{KP}}$, то $B_M = \infty$, где отсутствие ограничения выражено равенством его значения бесконечности.

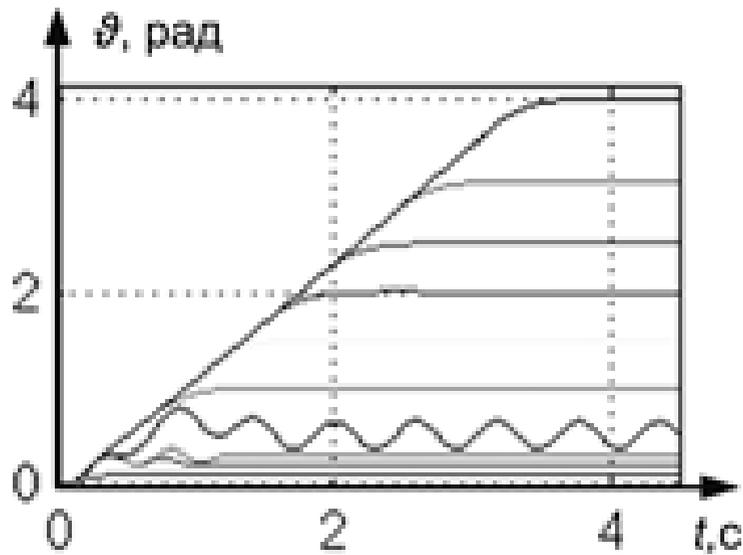
Далее определено минимальное значение $B_\omega = B_\omega^{\text{CT}}$, обеспечивающее при значении $B_M = B_M^{\text{KP}}$ техническую устойчивость контура тангажа и перерегулирование не превышает 30% величины $\vartheta_{\text{ЗАД}}$. Результат данного этапа синтеза иллюстрирует наличие диапазона ограничений скорости перекладки руля, в котором это ограничение является стабилизирующим фактором. На рис. 7 (стр. 68–70) представлены семейства переходных процессов контура ϑ , иллюстрирующие методику оптимизации параметров привода руля высоты.

Значение $B_M \cong 0,85B_M^{\text{KP}}$ практически соответствует нижней границе значений B_M , при которых может быть обеспечена техническая устойчивость контура тангажа.

На заключительном этапе исследования по оптимизации параметров привода руля высоты найдена пара ограничений: $B_M \cong 0,85B_M^{\text{KP}}$, $B_\omega \cong 1,17B_\omega^{\text{CT}}$, которая обеспечивает качество переходных процессов аналогичное паре ограничений: $B_M = B_M^{\text{KP}}$, $B_\omega = B_\omega^{\text{CT}}$.

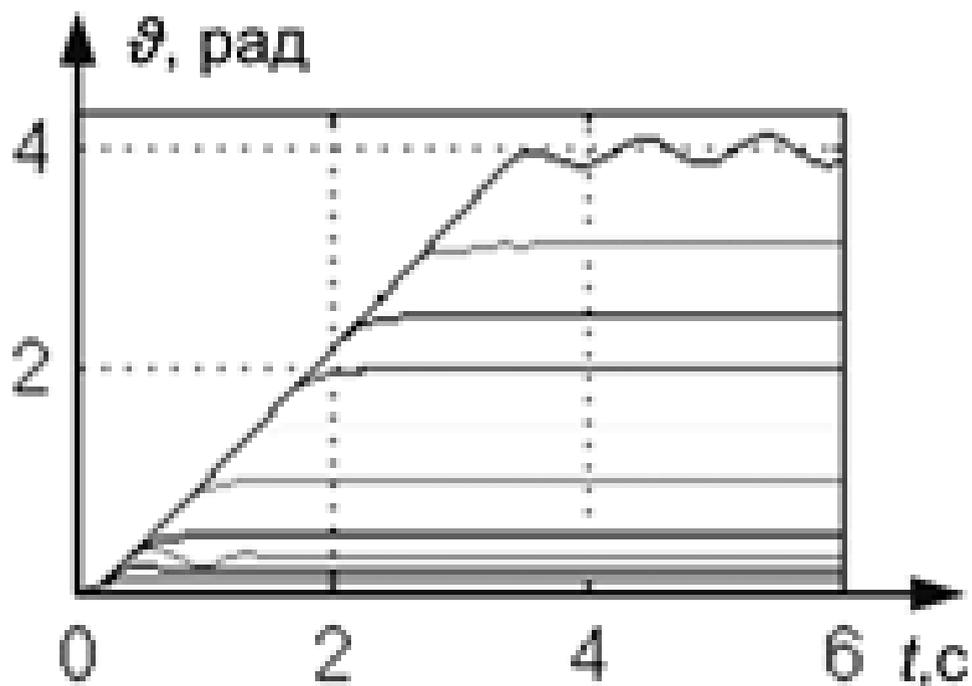


$$B_M = \infty, \quad B_\omega = \infty$$

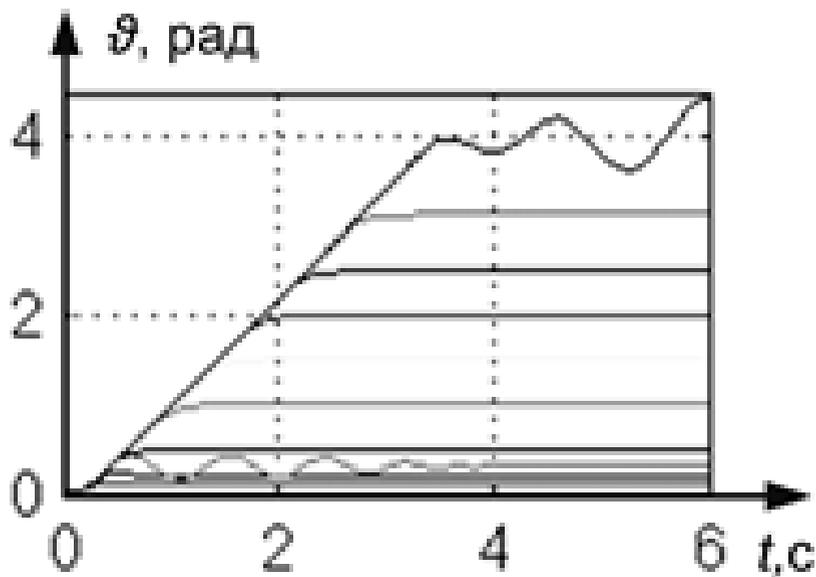


$$B_M = B_M^{кр}, \quad B_\omega = \infty$$

Рис. 7. Переходные процессы контура ϑ для всего диапазона $\vartheta_{зад}$

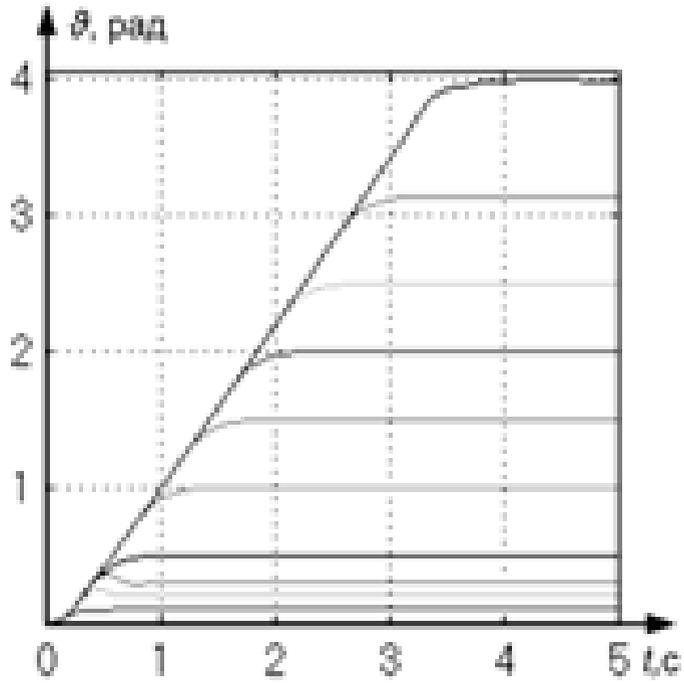


$$B_M = \infty, \quad B_\omega = B_\omega^{\text{KP}}$$

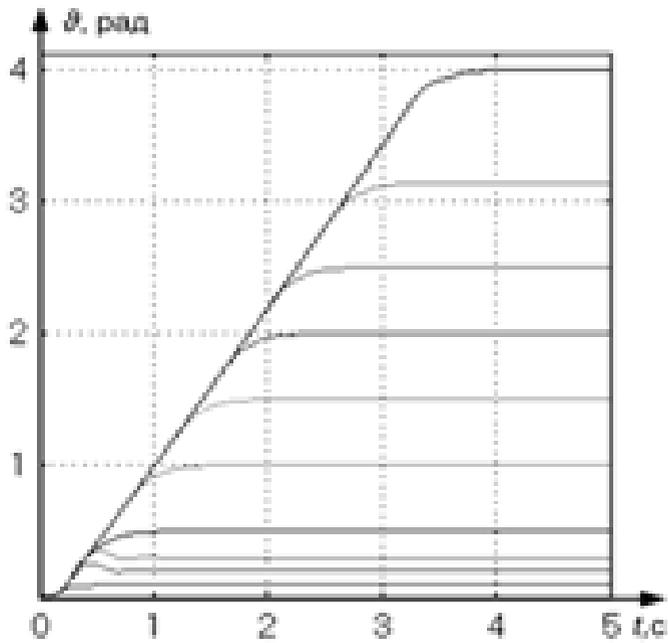


$$B_M = B_M^{\text{KP}}, \quad B_\omega = B_\omega^{\text{KP}}$$

Рис. 7 (продолжение). Переходные процессы контура ϑ для всего диапазона $\vartheta_{\text{зад}}$



$$B_M = B_M^{KP}, \quad B_\omega = B_\omega^{CT}$$



$$B_M \cong 0,85 B_M^{KP}, \quad B_\omega \cong 1,17 B_\omega^{CT}$$

Рис. 7 (продолжение). Переходные процессы контура ϑ для всего диапазона $\vartheta_{ЗД}$

4. Оценка технической эффективности оптимизации процесса изменения стационарного режима полета ЛА

Оценка технической эффективности оптимизации процесса изменения стационарного режима полета ЛА проведена методом имитационного моделирования маневра перехода ЛА с высоты 2000 м на предельно малую высоту полета (45–50 м). При реализации указанного маневра не допускается перерегулирование по высоте. Процесс управления, реализуемый с использованием МСТ, сравнивается с процессом, реализуемым пропорционально дифференциальным (ПД) регулятором высоты полета, для которого выбраны параметры, обеспечивающие изменение высоты полета без перерегулирования. Результаты сравнения представлены на рис. 5 (стр. 63–64).

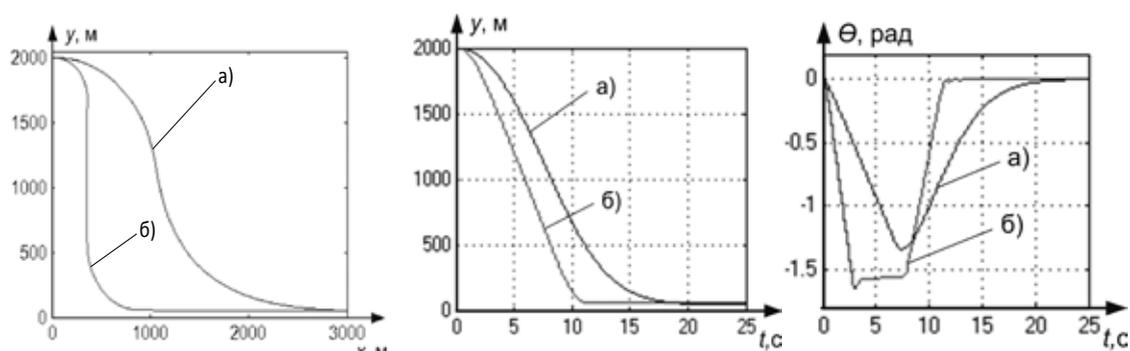


Рис. 8. Сравнительная оценка процессов вывода ЛА на предельно малую высоту:
 а) ПД-регулятор высоты, б) маневр с применением МСТ

Представленные результаты показывают, что регулятор, сформированный с использованием МСТ, позволяет сократить время снижения практически в 2 раза, а дистанцию снижения в 3 раза по отношению к указанным характеристикам, полученным с использованием ПД регулятора высоты полета.

Заключение

На базе принципов построения систем автоматического управления ЛА, обеспечивающих оптимизацию процессов управления в реальном масштабе времени, синтезирована иерархическая трехуровневая система управления маневренным летательным аппаратом, предназначенная для формирования квазиоптимальных процессов изменения траектории стационарного полета. Синтезирован алгоритм траекторного управления, реализующий текущее программирование направления

движения ЛА и формирование траектории, которая соответствует известному результату качественной теории оптимальных процессов, обеспечивающих кратчайший путь перехода подвижного объекта для любых начальной и конечной точек плоскости маневра.

Синтезированы регуляторы пилотажного комплекса для управления продольным движением маневренного ЛА, которые обеспечивают квазиоптимальные по быстродействию процессы отработки сигналов системы траекторного управления. Обосновано применение в контурах управления углом тангажа ЛА и рулем высоты регуляторов энергии вращения, для синтеза которых применен модифицированный метод сопрягаемых траекторий.

Литература

1. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 712 с.
2. *Летов А. М.* Динамика полета и управление. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. – 360 с.
3. Развитие концепции гибких траекторий в задачах терминального управления подвижными объектами / Е. Д. Теряев и др. // Проблемы управления и моделирования в сложных системах (ПУМСС – 2011): сб. тр. XIII Междунар. конф. Самара, Россия, 15–17 июня 2011 г. Самарский научный центр РАН. 2011. – С. 18–23.
4. *Буков В. Н.* Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 320 с.
5. *Мотиенко Т. А.* Синергетический синтез систем иерархического управления легким самолетом // Изв. ЮФУ. Технические науки. 2011г. № 6 (119). – С. 140–152.
6. *Мушенко А. С.* Алгоритм иерархической декомпозиции процедуры синтеза систем управления летательными аппаратами // Изв. ЮФУ. Технические науки. 2013. № 5(142). – С. 199–204.
7. *Мотиенко Т. А.* Иерархия регуляторов в задачах управления пространственным движением летательных аппаратов // Cloud of Science. 2014. Т, 1. № 2. – С. 223–229.
8. *Кикин И. С.* Алгоритм терминального управления дальностью полета аэробаллистического летательного аппарата // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2017. № 5. – С. 13–22. DOI: 10.14489/vkit.2017.05. pp 013 022.
9. *Мещерский И. В.* Работы по механике тел переменной массы. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 277 с.

10. Методы классической и современной теории автоматического управления: учебник в 5 т. Т. 4. Теория оптимизации систем автоматического управления / под. ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 744 с.
11. *Кикин И. С.* Синтез системы управления движением маневренного летательного аппарата // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 1. – С. 3–13.
doi: 10.14489/vkit.2018.01.pp.003-013.
12. *Кикин И. С.* Метод управления траекторией вывода маневренного летательного аппарата на линию заданного направления // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2017. № 4. – С. 8–17. doi: 10.14489/vkit.2017.04.pp.008-017.
13. *Кикин И. С.* Алгоритм управления траекторией вывода летательного аппарата в заданную точку с заданным траекторным углом // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2017. № 12. – С. 3–11. doi: 10.14489/vkit.2017.12.pp.003-011.
14. *Dubins L. E.* On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents. // American Journal of Mathematics., 1957. Vol. 79, № 3. – P. 497–516.
15. *Рогачев Г. Н.* Использование генетического алгоритма с отсечением по времени в задаче синтеза программного регулятора для машины Дубинса // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер.: Технические науки. 2011. № 3 (31). – С. 27–32.
16. Формирование структуры траекторного управления летательного аппарата и многокритериальной оптимизации ее параметров / Е. М. Воронов и др. // Вестник Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Сер.: Приборостроение. 2014. № 5. – С. 16–39.
17. *Беляев А. В.* Пять доступных лекций по наведению ракет. М.: Либроком, 2011. – 80 с.
18. *Паньков С. Я., Забураев Ю. Е., Матвеев А. М.* Теория и методика управления авиацией: учеб. пособие. В 2-х ч. Ч. 1 / под общ. ред. В. А. Мещерякова. Ульяновск: Изд-во Ульяновского высш. авиац. училища ГА, 2006. – 209 с.