

УДК 629.7.051: 681.5.073

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СТАБИЛИЗАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ВЫСОТЫ МАЛОВЫСОТНОГО ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НАД РЕЛЬЕФОМ МЕСТНОСТИ

*Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, д. т. н., профессор
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»*

E-mail: inbox@aomiea.ru,

Павел Анатольевич МОРОЗОВ

АО «КТ-Беспилотные Системы»

Рассмотрена задача определения точности стабилизации геометрической высоты полета летательного аппарата при облете рельефа местности, модель которого представляет собой композицию случайных разночастотных процессов изменения высот рельефа. Решение найдено аналитически с применением метода интегральной квадратичной оценки как сумма дисперсий ошибок управления по высоте от каждой независимой составляющей рельефа. Показано преимущество по точности применения маловысотного контура управления с упреждением в виде оценки темпа изменения углов склона по сравнению с известным законом управления с использованием радиовысотомера.

Ключевые слова: *геометрическая высота, рельеф местности, контур стабилизации, точность, интегральная квадратичная оценка.*

ANALYSIS OF GEOMETRIC LOW-LEVEL FLIGHT ALTITUDE STABILIZATION DURING FLIGHT OVER TERRAIN

*Vladimir E. KULIKOV, D. Sc. in Engineering, professor
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC*

E-mail: inbox@aomiea.ru,

Pavel A. MOROZOV

"KT - UAV Systems" JSC

The article considers the problem of determining the geometric flight altitude stabilization accuracy during flight over terrain. The model of that terrain is a composition of terrain heights changing random processes of different frequencies. The solution was found analytically with the use of integral quadratic estimation method. It consists in determining the dispersions of altitude control errors from each independent terrain part. The advantage of using low-level control loop with pre-emptive action in the form of angle of slope change assessment comparing to the use of well-known radio altimeter control law in terms of accuracy is shown.

Keywords: *geometric altitude, terrain, stabilization loop, accuracy, integral quadratic estimation.*

При решении задачи управления летательным аппаратом (ЛА) на малых высотах при следовании рельефу местности по сигналу геометрической высоты от радиовысотомера главным вопросом является обеспечение точности стабилизации высоты, гарантирующей облет ЛА наземных естественных препятствий. Точность стабилизации высоты при маловысотном полете (МВП) зависит от динамических характеристик ЛА и динамических характеристик подстилающего рельефа местности. Динамика движения собственно ЛА определяется характеристиками маневренности и устойчивости маловысотного контура управления совместно с летательным аппаратом. Переменный профиль изменения высоты рельефа при движении ЛА вдоль маловысотной трассы представляет собой постоянно действующие возмущения [1, стр. 20] на входе контура МВП. Тогда рельеф есть динамическая функция географической высоты от пройденного пути или от времени при маловысотном полете. В работе [2] показан случайный характер появления вершин для их облета ЛА и предложено описание модели рельефа как случайного двухкомпонентного процесса, описывающего появление адекватного реальным наблюдениям количества вершин на единицу пройденного пути. Таким образом, задача оценки точности стабилизации постоянно изменяющейся геометрической высоты полета может быть сведена к задаче определения дисперсии ошибки управления по высоте.

Покажем аналитическое решение задачи оценки точности в стохастической постановке вопроса прохождения через контур МВП случайного сигнала, вызывающего ошибку стабилизации высоты, что позволяет проводить статистическую обработку выходного сигнала.

Рассмотрим два контура управления маловысотным полетом по сигналу радиовысотомера о геометрической высоте полета ΔH_r . Известен [3, 4] контур управления геометрической высотой полета, структурная схема которого в форме изображений Лапласа может быть представлена в виде, приведенном на рис. 1.

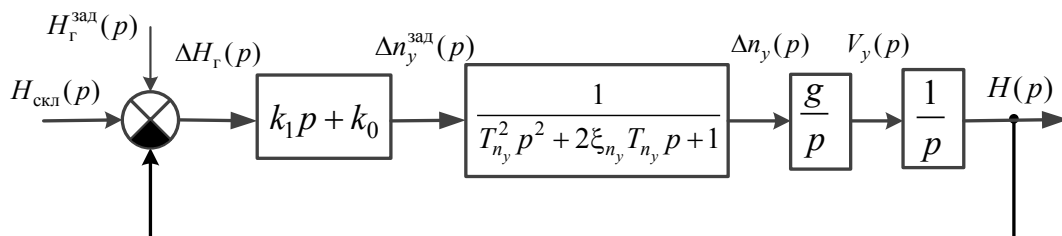


Рис. 1. Структурная схема контура стабилизации геометрической высоты полета

На схеме (рис. 1) обозначено: $H_{\text{скл}}$ — высота набегающего склона рельефа местности, $H_{\Gamma}^{\text{зад}}$ — заданная геометрическая высота полета, ΔH_{Γ} — ошибка стабилизации геометрической высоты полета, $\Delta n_y^{\text{зад}}$ — заданное приращение нормальной перегрузки, k_1, k_0 — коэффициенты ПД-регулятора стабилизации геометрической высоты, Δn_y — приращение нормальной перегрузки ЛА, g — ускорение силы тяжести, V_y — вертикальная скорость полета, H — высота полета ЛА.

Передаточная функция контура обработки перегрузки может быть представлена в виде:

$$W_{\Delta n_y}(p) = \frac{1}{T_{n_y}^2 p^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} p + 1}, \quad (1)$$

где T_{n_y} и ξ_{n_y} — постоянная времени и относительный коэффициент затухания контура обработки заданной перегрузки.

Система (рис. 1) структурно устойчива с двумя последовательными звеньями интеграла только при включении в контур производной сигнала радиовысотомера. В противном случае, согласно [5], система будет структурно неустойчивой. То есть классический вариант закона управления содержит минимально необходимую в этом смысле составляющую — производную геометрической высоты, в нашем случае с коэффициентом пропорциональности k_1 . Заметим, что в варианте стандартного контура стабилизации барометрической высоты полета роль демпфирующего сигнала играет сигнал вертикальной скорости или угла наклона траектории [6].

Согласно структурным преобразованиям, передаточная функция замкнутого контура стабилизации геометрической высоты полета без раскрытия вида передаточной функции (1) примет вид:

$$W_H^{H_{\text{скл}}}(p) = \frac{W_{\Delta n_y}(p)(gk_1 p + gk_0)}{p^2 + W_{\Delta n_y}(p)(gk_1 p + gk_0)}. \quad (2)$$

Если для упрощения в (2) предположить, что обработка перегрузки является безынерционной, то при $W_{\Delta n_y}(p) = 1$ получаем «идеальную» систему стабилизации геометрической высоты полета

$$W_H^{H_{\text{скл}}}(p) = \frac{gk_1 p + gk_0}{p^2 + gk_1 p + gk_0}, \quad (3)$$

которая является астатической системой второго порядка по отношению к задающему воздействию, так как передаточная функция ошибки управления

$$W_{\Delta H}^{H_{\text{скл}}}(p) = \frac{p^2}{p^2 + gk_1 p + gk_0} \quad (4)$$

делится на p^2 .

Передаточная функция (3) «идеальной» системы стабилизации геометрической высоты синтезируется как устойчивая система, которая может быть полностью сформирована по заданным динамическим характеристикам, например, в варианте совпадения полинома знаменателя с желаемым характеристическим полиномом:

$$p^2 + \frac{2\xi_{\text{ж}}}{T_{\text{ж}}} p + \frac{1}{T_{\text{ж}}^2} = p^2 + gk_1 p + gk_0, \quad (5)$$

где $T_{\text{ж}}$ и $\xi_{\text{ж}}$ — желаемые постоянная времени и относительный коэффициент затухания контура МВП. Из равенства (5) определяются коэффициенты закона управления

$$\Delta n_y^{\text{зад}}(p) = gk_1 p \Delta H_{\Gamma}(p) + gk_0 \Delta H_{\Gamma}(p), \quad k_0 = \frac{1}{gT_{\text{ж}}^2}, \quad k_1 = \frac{2\xi_{\text{ж}}}{gT_{\text{ж}}}. \quad (6)$$

Заметим, что контур «идеальной» системы стабилизации геометрической высоты является искусственно созданным, то есть полностью определяется выбором желаемых параметров (6), устанавливающих быстродействие и степень устойчивости замкнутой системы. Тогда как свободная система дважды интегрирует входную перегрузку и неустойчива.

Рассмотрим коэффициенты разложения выходного сигнала системы (3) в ее установившемся движении при действии на вход сигнала в виде полинома времени k -й степени, представляющего собой [7] линейную сумму производных входного сигнала $H_{\text{скл}}(t)$:

$$H(t) = S_0 H_{\text{скл}}(t) + S_1 H_{\text{скл}}^{(1)}(t) + S_2 H_{\text{скл}}^{(2)}(t) + \dots + S_k H_{\text{скл}}^{(k)}(t)$$

или в преобразовании Лапласа

$$H(p) = \left[S_0 + S_1 p + S_2 p^2 + \dots + S_k p^k \right] H_{\text{скл}}(p). \quad (7)$$

где $S_0, S_1, S_2, \dots, S_k$ — коэффициенты разложения выходного сигнала.

Понятно, что для представлением профиля рельефа в виде последовательности чередующихся склонов с положительным и отрицательными углами минимально необходимо, чтобы в полиномиальной модели

присутствовала вторая производная высоты для получения эффекта изгиба склона при походе к вершине. В модели входного сигнала для модели (3) может быть применен и полином степени $k > 2$, но практический интерес для изучения статических ошибок представляют модели входного сигнала для $k \leq n$, где n — порядок динамической системы. Представим передаточную функцию стабилизации геометрической высоты полета, исходя из структуры системы (3) в полном структурно возможном варианте, когда порядок дифференциального оператора (полинома числителя) равен порядку характеристического полинома $k = n = 2$. При записи в общем виде получим

$$W(p) = \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \quad (8)$$

Система (8), как и система (3), это замкнутая система управления. Найдем для замкнутой системы (8) передаточную функцию по ошибке регулируемой координаты $W_{\Delta}(p)$, считая исходную систему следящей системой, охваченной единичной отрицательной обратной связью. В нашем варианте изображение ошибки будет иметь вид:

$$\Delta H(p) = H_{\text{скл}}(p) - W(p)H_{\text{скл}}(p). \quad (9)$$

Из (9) следует выражение для передаточной функции по ошибке

$$W_{\Delta}(p) = 1 - W(p). \quad (10)$$

Для передаточной функции вида (8) выражение (10) имеет вид

$$W_{\Delta}(p) = 1 - \frac{b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \quad (11)$$

Коэффициенты разложения S_i , $i = 0, 1, 2, \dots$ (7) выходного сигнала $H(p)$ связаны с коэффициентами установившихся ошибок c_i , $i = 0, 1, 2, \dots$, которые получаются разложением передаточной функции системы по ошибке (11) в ряд по возрастающим степеням комплексной переменной p :

$$\Delta H(p) = \left[c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + c_3 p^3 + \dots \right] H_{\text{скл}}(p). \quad (12)$$

Коэффициенты ошибок c_0, c_1, c_2, \dots в (12) определяются по правилу разложения функции в ряд Тейлора [8]:

$$c_0 = W_{\Delta}(p)\Big|_{p=0}, c_1 = \frac{dW_{\Delta}(p)}{dp}\Big|_{p=0}, c_2 = \frac{1}{2!} \frac{d^2W_{\Delta}(p)}{dp^2}\Big|_{p=0}, \dots \quad (13)$$

Вычисление коэффициентов ошибок по формулам (13), с учетом (11), дает следующие результаты

$$c_0 = 1 - \frac{b_0}{a_0}, c_1 = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{a_0^2}, c_2 = \frac{a_0 a_1 b_1 + a_0 a_2 b_0 - a_0^2 b_2 - a_1^2 b_0}{a_0^3}, \dots \quad (14)$$

По аналогичной методике можно получить коэффициенты разложения выходного сигнала (7) с передаточной функцией (8):

$$S_0 = W(p)\Big|_{p=0}, S_1 = \frac{dW(p)}{dp}\Big|_{p=0}, S_2 = \frac{1}{2!} \frac{d^2W(p)}{dp^2}.$$

Сравнение (8) и (11) показывает, что модули производных передаточных функций $W_{\Delta}(p)$ и $W(p)$ по переменной p , начиная от первой и выше, совпадают, тогда коэффициенты разложения выходного сигнала и коэффициенты ошибок связаны между собой соотношениями

$$S_0 = 1 - c_0, S_1 = -c_1, S_2 = -c_2, S_3 = -c_3, \dots \quad (15)$$

В работе [7, стр. 173] показаны рекуррентные формулы для коэффициентов разложения выходного сигнала системы второго порядка:

$$S_0 = \frac{b_0}{a_0}, S_1 = \frac{b_1 - a_1 S_0}{a_0}, S_2 = \frac{b_2 - a_1 S_1 - a_2 S_0}{a_0}. \quad (16)$$

Нетрудно, с учетом (15), убедиться в совпадении модулей производных (14) и (16). Так, например, для получения астатической системы третьего порядка по входному сигналу необходимо выполнение следующих равенств:

$$S_0 = 1, S_1 = 0, S_2 = 0 \quad \text{или} \quad c_0 = 0, c_1 = 0, c_2 = 0. \quad (17)$$

Анализ условий (16), (17) позволяет сформулировать структурно-параметрический признак астатизма по виду передаточной функции: система обладает астатизмом k -го порядка к входному сигналу тогда и только тогда, когда равны коэффициенты при соответствующих степенях полиномов числителя и знаменателя передаточной функции замкнутой системы

$$b_{k-1} = a_{k-1}, k = 1, 2, 3, \dots \quad (18)$$

Равенства (18) предполагают обязательность выполнения условий астатизма низших порядков по сравнению с максимальным порядком астатизма системы.

Порядок астатизма, которого можно добиться, связан с порядком системы следующим образом

$$k \leq n + 1, \quad (19)$$

а максимальный порядок астатизма $k_{\text{макс}} = n + 1$. Выражение (19) определяет возможные условия получения порядка астатизма, принципиально не превышающего порядок системы.

Поэтому равенство коэффициентов числителя и знаменателя при одинаковых степенях переменной Лапласа p этих полиномов представляет собой еще один признак определения порядка астатизма исследуемой системы по входному воздействию.

После рассмотрения аналитических характеристик астатических систем определим для замкнутой системы второго порядка (11) возможность улучшения ее точности. При $S_0 = 1, S_1 = 0$ коэффициент при второй производной входного сигнала (16) будет равен

$$S_2 = \frac{b_2 - a_2}{a_0}. \quad (20)$$

Это означает, что для $a_2 > b_2 > 0$ коэффициент ошибки $c_2 < \frac{a_2}{a_0}$, где соотношение $\frac{a_2}{a_0}$ есть коэффициент ошибки по второй производной, когда $b_2 = 0$, то есть при структуре системы (3).

Введем в прямую цепь сигнал второй производной по ошибке стабилизации, как показано на рис. 2.

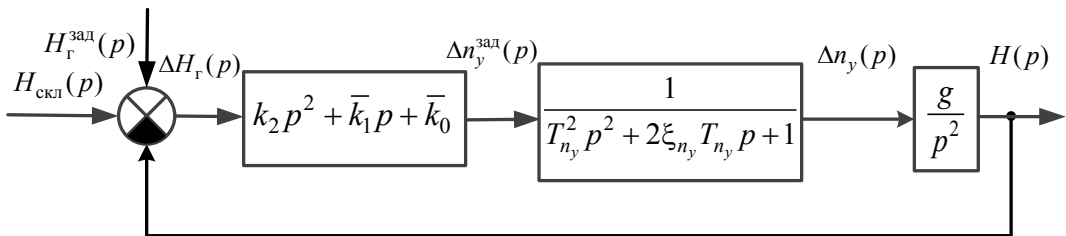


Рис. 2. Структурная схема уточненного контура стабилизации геометрической высоты

Для упрощенного варианта структуры (рис. 2) с безынерционной обработкой перегрузки передаточная функция примет следующий вид:

$$W_H^{H_{\text{скл}}}(p) = \frac{gk_2 p^2 + g\bar{k}_1 p + g\bar{k}_0}{(1 + gk_2)p^2 + g\bar{k}_1 p + g\bar{k}_0}, \quad (21)$$

$$\bar{k}_0 = (1 + gk_2)k_0, \bar{k}_1 = (1 + gk_2)k_1.$$

Здесь коэффициенты \bar{k}_0 и \bar{k}_1 уточнены таким образом, чтобы сохранить корни идеальной системы (6), а именно

$$W_H^{H_{\text{скл}}}(p) = \frac{gk_2 p^2 + (1 + gk_2)(gk_1 p + gk_0)}{(1 + gk_2)(p^2 + gk_1 p + gk_0)}. \quad (22)$$

Система (22) согласно (18) сохраняет свойства астатической системы второго порядка.

По формуле (20) найдем коэффициент ошибки, вызванной изменением второй производной высоты склона, пропорциональной производной угла склона:

$$S_2 = \frac{-1}{(1 + gk_2)gk_0}. \quad (23)$$

Для структуры (3) без сигнала по второй производной ΔH_T соответствующий коэффициент ошибки разложения выходного сигнала составит $-1/gk_0$. Таким образом, несмотря на то, что система (22) не стала системой с астатизмом третьего порядка, составляющая ошибки (23), возникающая из-за наличия второй производной во входном сигнале, может быть уменьшена в $1/(1 + gk_2)$ раз по сравнению с соответствующей ошибкой системы (3). Чем больше коэффициент k_2 , тем меньше установившаяся ошибка отработки входного сигнала.

Так как система в установившемся состоянии не имеет ошибок слежения за линейно изменяющимся по времени входным сигналом, основной ошибкой управления является ошибка от второй производной входного сигнала. Тогда, например, при величине $gk_2 = 0,5$ ошибка управления уменьшается в 1,5 раза, а при величине $gk_2 = 1,0$, эта же ошибка по второй производной высоты рельефа уменьшается в два раза. Отсюда возникает эффект «упреждения» управления при мгновенном измерении второй производной геометрической высоты полета.

При облете реального рельефа местности с упреждающими измерениями первых двух производных сигнала геометрической высоты изучение свойства точности маловысотного контура в детерминированной постановке задачи, показанной выше, является недостаточным.

Входной сигнал изменения высоты рельефа представляет собой переменный по времени сигнал заданной высоты в контур МВП.

В рассматриваемом случае эта функция есть собственно цепь горных возвышенностей вдоль трассы, аргументом является линейная протяженность маршрута вдоль трассы, а значением функции — высота рельефа.

Для модельного представления рельефа с определением точности выдерживания малой высоты при облете достаточно применение композиционной модели рельефа [9], воспроизводящей поток вершин с заданной интенсивностью их появления. Модель содержит два формирующих фильтра генерации гауссовских стационарных дважды дифференцируемых в среднеквадратическом случайных процессов изменения высот. Эти фильтры воспроизводят низкочастотную и высокочастотную составляющие рельефа, которые содержатся в географическом разрезе местности вдоль трассы полета. Выходом модели рельефа является суммарный случайный процесс изменения высоты препятствий $H(l)$ в функции текущей длины трассы l :

$$H(l) = H_1(l) + H_2(l) + H_0, \quad (24)$$

где $H_1(l)$ и $H_2(l)$ — центрированные случайные процессы изменения высот низкочастотной и высокочастотной составляющих рельефа, H_0 — средняя высота трассы маловысотного полета. Понятно, что точность маловысотного контура определяет сумма двух случайных процессов $\bar{H}(l) = H_1(l) + H_2(l)$ изменения высоты на входе системы стабилизации геометрической высоты полета.

Передаточные функции формирующих фильтров $W_{\Phi_1}(p)$ и $W_{\Phi_2}(p)$ для составных частей рельефа возбуждаются белым шумом ζ_l с единичной интенсивностью и имеют следующий вид [9]:

$$W_{\Phi_{1,2}}(p) = \frac{4}{\sqrt{3}} \alpha_{1,2}^{\frac{5}{2}} \sigma_{1,2} \frac{1}{(p + \alpha_{1,2})^3}, \quad \alpha_{1,2} = \frac{8}{3\rho_{1,2}},$$

$$\rho_{1,2} = \left[\int_0^{\infty} r_{1,2}(l) dl \right] / r_{1,2}(0), \quad (25)$$

$$r_{1,2}(l) = \left[1 + \alpha_{1,2}|l| + \frac{1}{3}(\alpha_{1,2}l)^2 \right] e^{-\alpha_{1,2}|l|},$$

где $\sigma_{1,2}$ — среднеквадратическое отклонение (СКО) высоты каждой составляющей рельефа, $\alpha_{1,2}$ — параметр нормированных корреляционных функций выходных сигналов формирующих фильтров, $\rho_{1,2}$ — радиус корреляции, $r_{1,2}(l)$ — однопараметрическая нормированная четырежды дифференцируемая корреляционная функция процесса изменения высоты [10, стр. 563].

Преобразуем фильтры (25) к приведенному виду $\bar{W}_{\phi_{1,2}}$ путем задания интенсивностей белого шума $S_{\zeta_{1,2}}$, эквивалентно приводящих к получению на выходе приведенных формирующих фильтров требуемых дисперсий σ_1, σ_2 , получим

$$\bar{W}_{\phi_{1,2}}(p) = \frac{1}{(p + \alpha_{1,2})^3}, \quad S_{\zeta_{1,2}} = \frac{16}{3} \alpha_{1,2}^5 \sigma_{1,2}^2. \quad (26)$$

На основании принципа суперпозиции, действующего для линейных систем, формирование случайной составляющей \bar{H} высоты рельефа (24) с помощью формирующих фильтров (26) также будет представлять результат суммирования процессов генерации составляющих рельефа, так как каждый процесс формируется от независимо работающих сигналов белого шума. Однако фильтры (26) сформированы в изображении функций с пространственным, а не временным аргументом, поэтому сгенерированный рельеф представляет собой профиль высот вдоль длины трассы полета. Для оценки точности выдерживания геометрической высоты требуется переход от пространственного представления формирующих фильтров к их аналогам, генерирующим временные процессы изменения высот рельефа местности.

Для этого в допущении постоянства горизонтальной скорости полета ЛА $V_r = \text{const}$ можно представить длину пройденного пути вдоль трассы как

$$l = V_r \cdot t. \quad (27)$$

После подстановки (27) в (26) и соответствующих преобразований получим следующие выражения для формирующих фильтров $\tilde{W}_{\phi_{1,2}}(p)$, генерирующих временные процессы изменения составляющих высот рельефа

$$\tilde{W}_{\phi_{1,2}}(p) = \frac{1}{(p + \tilde{\alpha}_{1,2})^3}, \quad \tilde{\alpha}_{1,2} = \alpha_{1,2} V_r, \quad S_{\zeta_{1,2}} = \frac{16}{3} \tilde{\alpha}_{1,2}^5 \sigma_{1,2}^2. \quad (28)$$

Тогда схема для анализа точности стабилизации геометрической высоты полета над композиционным рельефом местности с параметрами СКО σ_1, σ_2 и соответствующими радиусами корреляции ρ_1, ρ_2 для «идеальной» системы (21) будет выглядеть следующим образом (рис. 3).

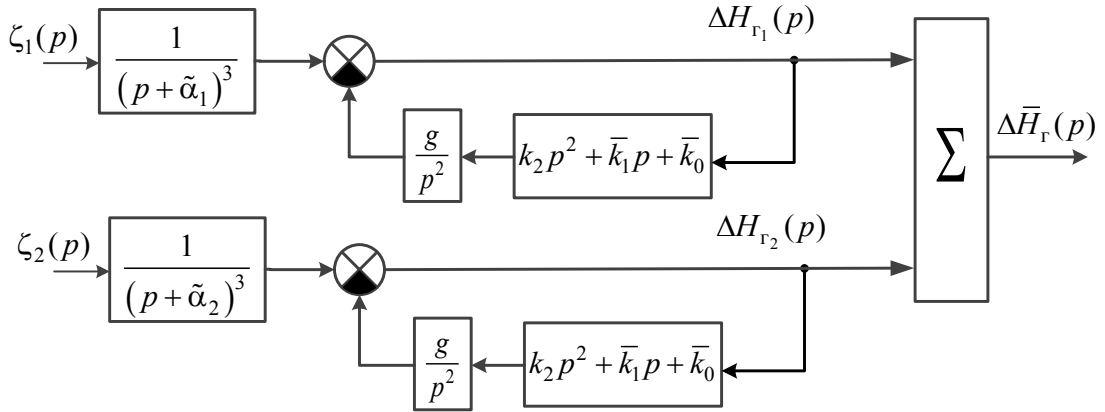


Рис. 3. Структурная схема определения точности стабилизации геометрической высоты полета при композиционной модели рельефа местности

На рис. 3 обозначено: ζ_1, ζ_2 — сигналы белого шума соответственно с интенсивностями S_1, S_2 (28), $\Delta \bar{H}_r = \Delta H_{r_1} + \Delta H_{r_2}$ — ошибка управления по высоте, СКО ошибки которой подлежит определению.

В статистической динамике линейных стационарных систем известен способ [7] получения дисперсии выходного сигнала в установившемся (стационарном) режиме. Он получил название метода интегральной квадратичной оценки. Для его применения необходимо знать передаточную функцию расширенной системы «белый шум — формирующий фильтр — ошибка системы». Она, с учетом (4), для каждой составляющей отслеживания рельефа равна

$$W_{\Delta H_{1,2}}^{\zeta_{1,2}}(p) = \frac{1}{(p + \tilde{\alpha}_{1,2})^3} \cdot \frac{p^2}{(1 + gk_2)(p^2 + gk_1 p + gk_0)}$$

или

$$W_{\Delta H_{1,2}}^{\zeta_{1,2}}(p) = \frac{b_2 p^2}{a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} b_2 &= 1, \\ a_5 &= 1 + gk_2, \\ a_4 &= (1 + gk_2)(3\tilde{\alpha} + gk_1), \\ a_3 &= (1 + gk_2)(3\tilde{\alpha}^2 + gk_0) + gk_1(gk_2 + 3), \\ a_2 &= \tilde{\alpha}(1 + gk_2)(\tilde{\alpha}^2 + 3gk_1\tilde{\alpha} + 3gk_0), \end{aligned}$$

$$a_1 = g\tilde{\alpha}^2(1 + gk_2)(3k_0 + \tilde{\alpha}k_1),$$

$$a_0 = gk_0\tilde{\alpha}^3(1 + gk_2).$$

Для нашего случая сумма гауссовских центрированных случайных процессов, которыми в силу линейности формирующих фильтров и системы стабилизации являются процессы $\Delta H_{\Gamma_1}(t)$ и $\Delta H_{\Gamma_2}(t)$, также является нормальным случайным процессом с дисперсией

$$D_{\Delta H_{\Gamma}} = D_1 + D_2. \quad (30)$$

Дисперсии ошибок составляющих геометрических высот из (30) найдем по методу интегральной квадратичной оценки [7]:

$$D_1 = \frac{1}{2a_{n_1}} \frac{\det B_1}{\det A_1} S_{\xi_1}, \quad D_2 = \frac{1}{2a_{n_2}} \frac{\det B_2}{\det A_2} S_{\xi_2},$$

$$A_k = \begin{bmatrix} a_{0,k} & -a_{2,k} & a_{4,k} & \dots & 0 \\ 0 & a_{1,k} & -a_{3,k} & \dots & 0 \\ 0 & -a_{0,k} & a_{2,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1,k} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} a_{0,k} & -a_{2,k} & a_{4,k} & \dots & 0 \\ 0 & a_{1,k} & -a_{3,k} & \dots & 0 \\ 0 & -a_{0,k} & a_{2,k} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ B_{0,k} & B_{1,k} & B_{2,k} & \dots & B_{n-1,k} \end{bmatrix},$$

$$k = 1, 2,$$

$$B_j = b_j^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i b_{j-i} b_{j+i},$$

$$j = 0, \dots, n-1, \quad b_{j-i} = 0 \text{ при } j-i < 0,$$

$$b_{j+i} = 0 \text{ при } j+i > n-1,$$

где n — порядок расширенной (совместно с формирующим фильтром) системы, в рассматриваемом варианте (29) $n = 5$.

Рассмотрим влияние коэффициента при второй производной измеренной геометрической высоты на точность управления при воздействии случайного входного процесса изменения набегающих высот, подлежащих отслеживанию контуром МВП.

Возьмем в качестве примера процесс облета летательным аппаратом рельефа средней сложности (холмистая местность) с параметрами $\sigma_1 = 92$ м, $\rho_1 = 2100$ м, $\sigma_2 = 25$ м, $\rho_2 = 730$ м, на постоянной скорости $V_\Gamma = 100$ м/с. Параметры контура стабилизации системы (21): $k_0 = 0,025$, $k_1 = 0,07$, $k_2 = 0,06$, и при отсутствии сигнала по второй производной $k_2 = 0$. Согласно (31), получены следующие среднеквадратичные отклонения ошибки управления:

$$\sigma_{\Delta H|k_2=0,06} = 3,295 \text{ м}, \quad \sigma_{\Delta H|k_2=0} = 5,1 \text{ м}. \quad (32)$$

Таким образом, на основании (32), точность стабилизации высоты с сигналом упреждения по второй производной высоты (или пропорционально скорости изменения угла склона) улучшилась в 1,5 раза.

Снижение СКО при рассмотренном упрощенном варианте, предполагающим безынерционность контура отработки перегрузки и точное измерение первых двух производных сигнала радиовысотомера, требует подтверждения для полной системы стабилизации и физически реализуемой оценки производных. Схема такого контура МВП показана на рис. 4.

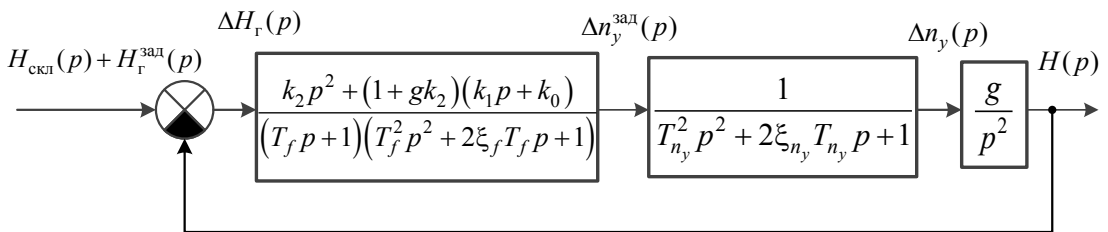


Рис. 4. Структурная схема реального контура стабилизации геометрической высоты

Дополнительно введен (рис. 4) фильтр третьего порядка для оценивания двух производных ошибки стабилизации геометрической высоты, что делает физически обоснованной реализацию оценок производных. Здесь T_f , ξ_f постоянная времени и относительный коэффициент затухания сглаживающего фильтра. Проведен расчет точности стабилизации высоты для параметров системы $T_{n_y} = 0,45$ с, $\xi_{n_y} = 0,9$, $T_f = 0,15$ с, $\xi_f = 0,7$, соответствующих малоскоростному ЛА и обеспечивающих устойчивость и приемлемое качество управления контура МВП.

Получены следующие результаты расчета точности по правилу (31) для расширенной системы, теперь уже 10-го порядка, с формирующими фильтрами, а именно

$$\sigma_{\Delta H|k_2=0,06} = 6,64 \text{ м}, \sigma_{\Delta H|k_2=0} = 13,9 \text{ м}. \quad (33)$$

Как следует из (33), СКО стабилизации геометрической высоты полного контура МВП с упреждением уменьшается в 2 раза по сравнению с обычным контуром МВП, учитывающим только первую производную высоты.

Таким образом, предложен способ оценки точности системы стабилизации геометрической высоты полета по методу интегральной квадратичной оценки, позволяющий проводить настройку системы управления по критерию точности компенсации случайных возмущений в контур маловысотного полета летательного аппарата.

Литература

1. *Малкин И. Г.*, Теория устойчивости движения. 2-е изд., испр. / И. Г. Малкин. – М.: Наука, 1966. – 530 с.
2. *Куликов В. Е., Максимюк Ю. Ф.* К вопросу формирования адекватной модели рельефа местности для задачи маловысотного полета самолета. – М.: ВИНТИ. Проблемы безопасности полетов. №10, 1998. – С. 45–50.
3. *Боднер В. А.* Теория автоматического управления полетом. – М.: Изд-во "Наука", 1964. – 700 с.
4. *Бронников А. М., Каравашкина Е. О., Кулабухов В. С., Чекин А. Ю.* Синтез управления в продольном канале маловысотного контура беспилотного вертолета // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. № 213(3), 2015. – С. 5–12.
5. *Фельдбаум А. А.* Электрические системы автоматического регулирования. – М.: Оборонгиз, 1954. – 786 с.; 2-е изд. – М.: Оборонгиз, 1957. – 808 с.
6. *Красовский А. А.* Системы автоматического управления полетом пилотируемых летательных аппаратов: (Учебное пособие) / А. А. Красовский. – М.: Изд-во ВВИА, ч. 2, 1969–1970. – 320 с.
7. *Кочетков Ю. А.* Основы автоматики авиационного оборудования. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1995. – 574 с.
8. *Бессекерский В. А. Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. Издание третье, исправленное. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1975. – 768 с.
9. *Куликов В. Е.* Определение параметров композиционной модели горного рельефа местности по одиночной реализации типовой трассы маловысотного полета летательного аппарата. – М.: ВИНТИ. Проблемы безопасности полетов. №1, 1999.
10. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.