

УДК 629.7.058

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИЕМИСТОСТИ ДВИГАТЕЛЯ ТЯЖЕЛОГО САМОЛЕТА

*Олег Николаевич КОРСУН, д. т. н., профессор,
Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, д. т. н., профессор,
Алексей Алексеевич КУЗИН
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru*

Рассмотрен способ построения математической модели приемистости двигателя тяжелого самолета. Определение оценок параметров модели осуществлено по полетным данным методами идентификации. Модель включает в себя две составляющие, описывающие изменение скорости вращения роторов высокого давления от отклонения рычага отклонения двигателя и изменение силы тяги двигателя от указанной скорости вращения. Сравнение процессов функционирования предложенных моделей с процессами летного эксперимента показали высокую степень их сходимости.

***Ключевые слова:** двигатель, тяга, приемистость, идентификация, летный эксперимент, сходимость результатов.*

BUILDING A MATHEMATICAL MODEL OF HEAVY AIRCRAFT ENGINE THRUST RESPONSE DYNAMIC CHARACTERISTICS

*Oleg N. KORSUN, D. Sc. in Engineering, professor,
Vladimir E. KULIKOV, D. Sc. in Engineering, professor,
Alexey A. KUZIN
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru*

The article considers a method for building a mathematical model of heavy aircraft engine thrust response. Model parameters estimation is performed by identification methods with the use of flight data. The model includes two components that describe the change in rotation speed of high pressure rotors caused by engine throttle lever movement and the change in engine thrust caused by the change in rotation speed. Comparison of the proposed models functioning processes with those of the flight experiment showed a high degree of agreement.

***Keywords:** engine, thrust, thrust response, identification, flight experiment, results agreement.*

Введение

Автомат тяги (АТ) как система управления скоростью полета с использованием изменения тяги двигателей широко применяется на тяжелых транспортных и пассажирских самолетах. Одной из главных особенностей работы канала тяги самолета является зависимость тяги двигателей от перемещения рычагов управления тягой (РУД). В процессе разработки системы автоматического управления тягой важной частью является процесс моделирования изменения тяги объекта. Основным параметром реального переходного процесса, подлежащего математическому описанию, является приемистость тяги двигателя относительно перемещения РУД.

Учет приемистости двигателей при реализации закона управления тягой напрямую влияет на качество переходного процесса стабилизации заданной скорости. На практике основной проблемой при управления тягой является колебательность РУД в процессе стабилизации заданной скорости, обоснованная гибкостью проводки, приемистостью двигателей и других параметров.

Для описания динамических характеристик приемистости предложены две математические модели, определяющие связь между отклонениями РУД и скоростью вращения роторов высокого давления двигателей и между оборотами роторов высокого давления двигателей и приращениями силы тяги. Параметры предложенных моделей оценивались методами идентификации файлов регистрации летных экспериментов.

В процессе идентификации использовались значения проекций перегрузок и углов ориентации, измеряемые инерциальной навигационной системой (ИНС), истинного угла атаки и истинной воздушной скорости, массы топлива, проекции скорости полета в земной нормальной системе координат, измеряемые спутниковой навигационной системой (СНС), отклонения РУД и скорости вращения роторов высокого давления.

Главной особенностью используемых полетных данных регистрации является то, что специальный летный эксперимент в целях получения данных для идентификации, предусматривающий специальные тестовые маневры, не проводился по соображениям экономии и оперативности.

В процессе выполняемой работы по идентификации использовались общие методы динамики полета [1-3] и летных экспериментов самолетов [4], общие методы идентификации аэродинамических коэффициентов летательных аппаратов [5, 6], методы проверки согласованности полетных данных [7].

При нахождении параметров модели, связывающей скорость вращения роторов высокого давления и приращения тяги двигателей, были частично использованы подходы, предложенные ранее для отдельной идентификации сил тяги и сопротивления [8, 9]. В полном объеме указанные методы не использовались, поскольку для них требуется выполнение специальных тестовых маневров.

Математическая модель изменения скорости вращения ротора высокого давления двигателя от угла отклонения РУД

За основу была принята предложенная в [1] нелинейная модель пространственного движения самолета как твердого тела при условии совпадения главных осей инерции с осями связанной системы координат.

Ускорения вдоль связанных осей вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{qS(-c_x + c_p)}{m} - g \sin \nu = g(n_x - \sin \nu), \\ a_y &= \frac{qSc_y}{m} - g \cos \nu \cos \gamma = g(n_y - \cos \nu \cos \gamma), \\ a_z &= \frac{qSc_z}{m} + g \cos \nu \sin \gamma = g(n_z + \cos \nu \sin \gamma). \end{aligned} \quad (1)$$

Перегрузки вдоль связанных осей:

$$\begin{aligned} n_x &= \frac{qS(-c_x + c_p)}{gm} = \frac{\alpha_x}{g} + \sin \nu, \\ n_y &= \frac{qSc_y}{gm} = \frac{\alpha_y}{g} + \cos \nu \cos \gamma, \\ n_z &= \frac{qSc_z}{gm} = \frac{\alpha_z}{g} - \cos \nu \sin \gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

где c_x, c_y, c_z — коэффициенты аэродинамических сил в связанной системе координат; ν, γ, ψ — углы тангажа, крена, рыскания; g — ускорение силы тяжести; q — скоростной напор; S — эквивалентная площадь крыла; m — масса самолета.

Значения коэффициентов подъемной силы и сопротивления, определенные по результатам аэродинамических продувок, обычно задаются в полусвязанной системе координат $OX_e Y_e Z_e$.

При анализе продольного движения для перевода из связанной системы в скоростную используются соотношения

$$\begin{aligned} c_{x_e} &= c_x \cos\alpha + c_y \sin\alpha, \\ c_{y_e} &= c_y \cos\alpha - c_x \sin\alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Для обратного перехода

$$\begin{aligned} c_x &= c_{x_e} \cos\alpha - c_{y_e} \sin\alpha, \\ c_y &= c_{y_e} \cos\alpha + c_{x_e} \sin\alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

где c_{x_e} , c_{y_e} — коэффициенты составляющих аэродинамической силы в полусвязанной системе координат; α — угол атаки.

Конкретный вид модели аэродинамического коэффициента сопротивления принимался согласно описанию банка аэродинамических характеристик самолета.

Оценки параметров находятся методом параметрической идентификации, являющимся разновидностью метода Ньютона [6]. Следует отметить, что для практического применения данного алгоритма, необходимо задать модель объекта, вектор априорно неизвестных параметров, подлежащий идентификации, модель наблюдений и минимизируемый функционал, который обычно представляет собой сумму квадратов разностей между измерениями и соответствующими сигналами модели, которые зависят от идентифицируемых параметров.

Для описания динамических характеристик приемистости двигателя предложена модель, определяющая связь между отклонением РУД (градусы) и скоростью вращения ротора высокого давления, выраженной в процентах от максимального значения.

По результатам анализа полетных данных предлагается модель следующей структуры: отклонения РУД поступают на вход апериодического звена, далее идет звено чистого запаздывания и дополнительное слагаемое, подключаемое при отрицательных скоростях отклонений РУД, пропорциональное производной отклонения РУД и характеризующее асимметрию зависимости скорости вращения ротора высокого давления от отклонения РУД.

Математически модель записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_\alpha(t)}{dt} &= -\frac{1}{T}\delta_\alpha(t) + \frac{1}{T}\delta_R(t), \\ \bar{\omega}_{\text{РВД}}(t) &= K_0 + K\delta_\alpha(t-t_1) + K_{AC} \left[-\frac{1}{T}\delta_\alpha(t-t_1) \frac{1}{T}\delta_R(t-t_1) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $\bar{\omega}_{\text{РВД}}(t_i)$ — оценка скорости вращения ротора; $\delta_R(t)$ — отклонения РУД; $\delta_a(t)$ — отклонения РУД после апериодического звена; T — постоянная времени апериодического звена; K_{AC} — коэффициент учета асимметрии; $K_{AC} = 0$, если производная РУД меньше нуля, то есть при отклонениях РУД на уменьшение; t_1 — время чистого запаздывания; K — мультипликативный коэффициент масштабирования, по физическому смыслу представляющий собой коэффициент усиления при переходе от отклонений РУД к скорости оборотов ротора высокого давления; K_0 — аддитивный коэффициент масштабирования, по физическому смыслу представляющий собой коэффициент учета постоянного смещения.

Таким образом, модель определяется пятью параметрами: коэффициентами масштабирования K_0 , K , коэффициентом учета асимметрии K_{AC} , постоянной времени апериодического звена T и временем задержки t_1 звена чистого запаздывания.

Модель (5) задана для одного двигателя. При синхронном отклонении РУД и соответственно синхронном изменении частоты вращения роторов модель может описывать также совместную работу всех четырех двигателей. Для этого используются обобщенные отклонения РУД $\delta_{R\Sigma}(t)$ и скорости вращения $\bar{\omega}_{\text{РВД}\Sigma}(t)$, определяемые как среднее арифметическое по всем двигателям.

В методе идентификации модель (5) является моделью объекта. Модель наблюдений определяется для дискретных отсчетов времени, что соответствует работе системы бортовой регистрации:

$$z(t_i) = \bar{\omega}_{\text{РВД}}(t_i) + \zeta(t_i), \quad (6)$$

где $\bar{\omega}_{\text{РВД}}(t_i)$ — оценка скорости вращения ротора, полученная по модели (5); $\zeta(t_i)$ — случайные погрешности измерений, которые обычно принимаются нормальными случайными независимыми величинами с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией.

В качестве измерений $z(t_i)$ принимаются измеренные на борту значения скорости вращения роторов высокого давления $\omega_{\text{РВД}\Sigma}(t_i)$.

Вектор идентифицируемых параметров принимает вид:

$$a^T = [K_0 K K_{AC} t_1 T]. \quad (7)$$

В качестве оценок идентификации принимаются значения, доставляющие минимум взвешенной сумме квадратов рассогласований измерений $z(t_i)$ и оценок модели $\bar{\omega}_{\text{РВД}}(t_i)$.

Математическая модель зависимости приращения силы тяги от скорости вращения ротора высокого давления двигателя

В статье также рассмотрена модель, связывающая приращения скорости вращения роторов высокого давления с приращениями тяги двигателей, поскольку тяга является важнейшим параметром в контуре управления.

Идентификация абсолютного значения силы тяги по полетным данным является очень сложной задачей, так как векторы тяги и силы аэродинамического сопротивления близки к коллинеарным, что существенно затрудняет получение отдельных оценок [4–6]. Поэтому данная задача относится к классу некорректных задач [5, 6]. В общем случае для оценивания как абсолютных значений тяги, так и ее приращений требуется выполнение специальных тестовых маневров и применение специальных алгоритмов обработки полученных полетных данных [8, 9].

Однако для рассматриваемого объекта вследствие анализа полетных данных задачу идентификации приращений тяги можно решить достаточно просто. Для этого надо выбрать режимы полета, на которых выполняются отклонения РУД со значительными амплитудами, а изменения высоты, числа M и угла атаки малы и практически не влияют на тягу. Для тяжелого самолета, обладающего большой инерционностью, это возможно. Тогда приращения тяги зависят только от изменений скорости вращения роторов высокого давления. Для учета возможного влияния угла атаки можно ввести слагаемые, зависящие от приращения угла атаки линейно и квадратично.

Продольная перегрузка в скоростной системе координат $n_{xa}(t)$ связана с проекцией тяги на скоростную ось $P_{xa}(t)$ и силой сопротивления формулой:

$$mgn_{xa}(t) = P_{xa}(t) + qSc_x[\alpha(t)]. \quad (8)$$

Учитывая, что угол атаки относительно строительной горизонтали фюзеляжа на рассматриваемых режимах составляет 3–5 градусов, примем допущение о равенстве тяги $P(t)$ и проекции $P_{xa}(t)$:

$$P_{xa}(t) = P(t)\cos[\alpha(t)] \approx P(t). \quad (9)$$

Допустим, что тяга выражается через скорость вращения ротора высокого давления $\omega_{\text{РВД}}(t_i)$ через операции масштабирования и запаздывания

$$P(t) = \tilde{K}p_0 + K_p\omega_{\text{РВД}}(t - t_2), \quad (10)$$

где t_2 — время чистого запаздывания между приращениями оборотов ротора высокого давления и тягой; $K_p, \tilde{K}p_0$ — мультипликативный и аддитивный коэффициенты масштабирования.

Сила сопротивления представляется в виде приращений относительно балансировочного для данного режима полета угла атаки $\alpha_{\text{бал}}$:

$$qSc_x(\alpha t) = qS \left[c_x(\alpha_{\text{бал}}) + c_{x_1}(\alpha(t) - \alpha_{\text{бал}}) + c_{x_2}(\alpha(t) - \alpha_{\text{бал}})^2 \right] = \\ = X(\alpha_{\text{бал}}) + X_1(\alpha(t) - \alpha_{\text{бал}}) + X_2(\alpha(t) - \alpha_{\text{бал}})^2. \quad (11)$$

Подставив (11) и (10) в (8), получим уравнение модели:

$$mgn_{xa}(t) = Kp_0 + K_p \omega_{\text{РВД}}(t - t_2) + X_1(\alpha(t) - \alpha_{\text{бал}}) + X_2(\alpha(t) - \alpha_{\text{бал}})^2, \quad (12)$$

где $X_1 = qSc_{x_1}, X_2 = qSc_{x_2}$ — коэффициенты, определяющие приращение силы сопротивления; $\tilde{K}p_0 = \tilde{K}p_0 + X(\alpha_{\text{бал}})$ — суммарный коэффициент учета постоянной составляющей.

Модель объекта имеет вид (12) и определяется пятью параметрами, из которых три: Kp_0, K_p, t_2 определяют силу тяги, а два других: X_1 и X_2 — приращения силы сопротивления.

Отметим, что параметр Kp_0 зависит от постоянных составляющих и тяги и сопротивления, которые разделить невозможно. Поэтому предложенная модель определяет только приращения тяги при изменении режима работы двигателей.

Модель наблюдений имеет вид

$$z(t_i) = mgn_{xa_{\text{изм}}}(t_i) + \zeta(t_i), \quad (13)$$

где $z(t_i) = mgn_{xa_{\text{изм}}}$ определяется по бортовым измерениям, а оценка модели вычисляется из уравнения объекта.

Окончательно приращения тяги равны:

$$P(t) = Kp_0 + K_p \omega_{\text{РВД}}(t - t_2). \quad (14)$$

Для описания модели движения самолета была выполнена идентификация основных коэффициентов предложенных выше моделей.

Проверка согласованности полетных данных

Всего было проанализировано 29 участков, взятых из данных летных экспериментов, из которых для обработки было выбрано семь наиболее информативных.

До начала идентификации выполнялась проверка согласованности полетных данных, используемых для получения оценок. В основу метода положено утверждение, что необходимым условием правильности измерения параметров движения самолета является весьма точное соответствие результатов измерений уравнениям пространственного движения. Это позволяет проверить каналы измерения углов атаки, скольжения, истинной воздушной скорости, перегрузок, угловых скоростей, углов тангажа, крена, рыскания, а также измерения трех составляющих скорости в земной системе координат, выполняемые спутниковой навигационной системой (СНС). Принятый алгоритм проверки не учитывает движение воздуха, поэтому в аэрометрических каналах возможны рассогласования, обусловленные наличием ветра. Результат проверки сходимости параметров для одного выбранного участка представлен на рисунке 1 (стр. 25).

Результаты проверки: степень сходимости измерений с результатами моделирования очень высокая. Следует отметить, что изменения по углу атаки составляют $\pm 0,2$ градуса, а уровень рассогласований значительно меньше, порядка 0,002–0,003 градуса, что соответствует уровню случайных погрешностей измерений. Аналогично в канале воздушной скорости расхождения между сигналом и моделью определяются случайными погрешностями измерений, при этом хорошо видны погрешности квантования. Степень соответствия измерений и сигналов модели является высокой, хотя для некоторых участков изменение крена вызывает изменение положения самолета относительно вектора ветра, что приводит к значительным (до 0,5 градуса) рассогласованиям между показаниями аэродинамического датчика угла атаки и «инерциальной» оценкой угла атаки через интегрирование уравнений движения, в которых ветер не учитывается.

Таким образом, результаты проверки показывают, что система бортовых измерений по каналам измерения углов атаки, скольжения, истинной воздушной скорости, перегрузок, угловых скоростей, углов тангажа, крена, рыскания, а также трех составляющих скорости в земной системе координат, выполняемых спутниковой навигационной системой (СНС), удовлетворяет необходимым условиям согласованности с достаточно высокой точностью. При рассогласованиях между аэродинамическим датчиком угла атаки и моделью движения в условиях изменения крена допустимо использовать аэрометрические измерения.

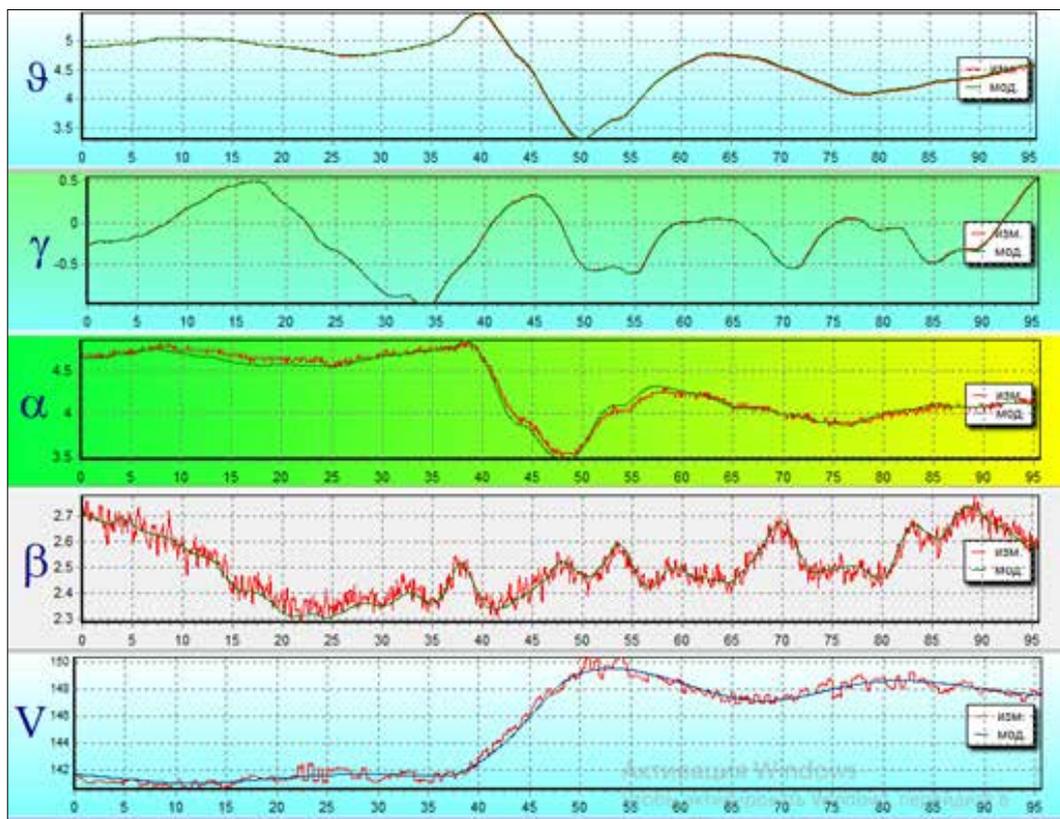


Рис. 1. Проверка согласованности углов тангажа, крена, атаки, скольжения, и воздушной скорости для участка

Оценка результатов идентификации коэффициентов предложенных моделей

В процессе идентификации определялись оценки основных аэродинамических коэффициентов продольного движения. Следует отметить, что приращения продольной перегрузки на рассмотренных участках почти полностью определяются изменением тяги, зависящей от режима работы двигателей, а вклад силы сопротивления, обусловленной изменением угла атаки, незначителен.

На всех участках РУД и обороты роторов двигателей изменялись синхронно, поэтому в моделях использовались средние значения скорости вращения роторов высокого давления $\omega_{РВД}(t_i)$ и отклонений РУД $\delta_{R\Sigma}(t_i)$, вычисляемые как среднее арифметическое по четырем двигателям.

Оценка соответствия уточненной модели полетным данным выполнялась графически для всех рассмотренных участков. На рисунках 2 и 3 (стр. 26) представлены результаты идентификации для двух идентифицируемых участков.

На всех участках РУД и обороты роторов двигателей изменялись синхронно, поэтому в результате показаны средние арифметические значения скорости вращения роторов высокого давления $\omega_{РВД\Sigma}(t_i)$ и отклонений РУД $\delta_{R\Sigma}(t_i)$ по четырем двигателям.

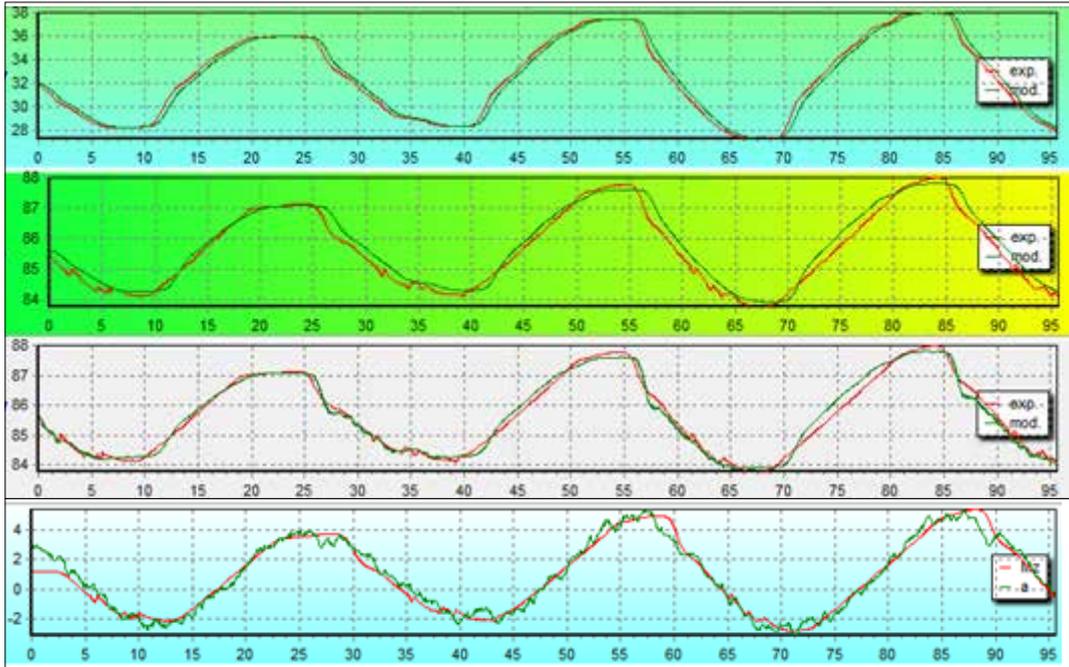


Рис. 2. Сравнение измеренных в полете и вычисленных в модели положений РУД, скорости вращения РВД, приращений силы тяги

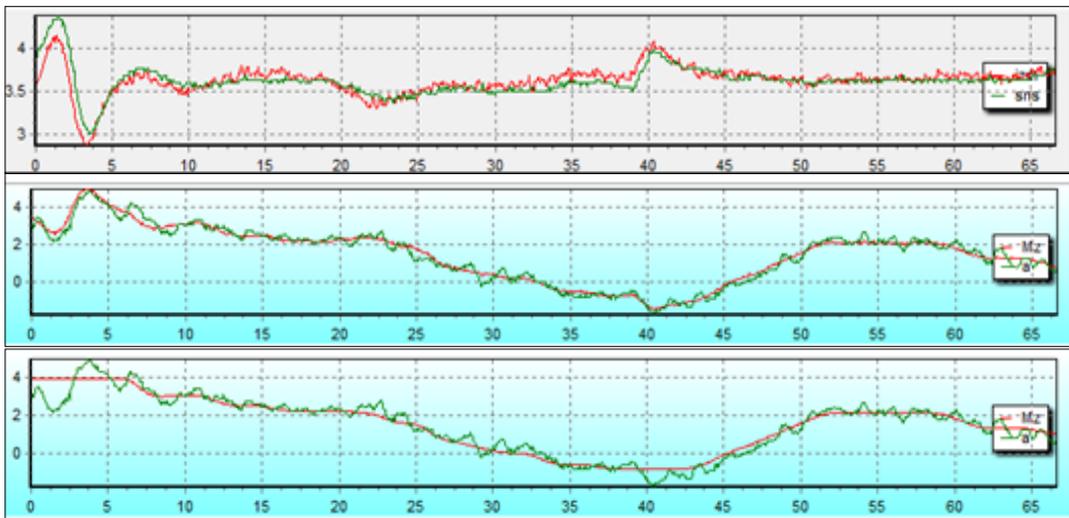


Рис. 3. Сравнение измеренных в полете и вычисленных в модели угла атаки, приращений силы тяги с учетом влияния угла атаки и без учета угла атаки

На первом графике рисунка 2 показаны отклонения РУД в градусах, измеренные в полете (обозначены «exp»), и вычисленные отклонения РУД после апериодического звена (обозначены «mod»). Смещение сигнала модели обусловлено запаздыванием сигнала РУД после прохождения апериодического звена модели.

На втором графике рисунка 2 показаны изменения скорости вращения роторов высокого давления (РВД) в процентах от максимального значения, измеренные в полете (обозначены «exp»), и вычисленные согласно предложенной модели (обозначены «mod») без учета асимметрии, то есть при $K_{AC} = 0$. Результат идентификации показывает, что имеет место асимметрия между измеренной в полете скоростью вращения РУД и моделью, входом которой являются отклонения РУД, а при отклонениях на уменьшение сигнал в эксперименте опережает модель. При введении учета асимметрии это расхождение устраняется, что показано на третьем графике рисунка 2.

На четвертом графике рисунка 2 показаны изменения продольной перегрузки в скоростной системе координат, в единицах 1000 кгс, то есть тонна силы (обозначены «a»). Этот сигнал характеризует приращение тяги в летном эксперименте. На графике в той же размерности показан выходной сигнал модели тяги (обозначен «Mz»).

Второй и третий графики рисунка 3 показывают хорошую степень соответствия между приращениями продольной перегрузки в полете и моделью приращений тяги. Это означает, что на рассматриваемых режимах главным фактором является тяга двигателей, а другие составляющие, прежде всего изменение силы сопротивления, обусловленной изменением угла атаки, несущественны. Из этого следует, что предложенные в работе модели определяют не только изменение оборотов РВД при отклонении РУД, но и изменение эффективной тяги.

Заключение

Таким образом, проведенное сравнение с данными летного эксперимента показало для рассмотренных полетных режимов высокую степень соответствия предложенных моделей данным эксперимента. Предложенные математические модели, связывающие отклонения РУД и скорость вращения роторов высокого давления, а также изменения скорости вращения роторов высокого давления и приращения силы тяги, достаточно точно описывают характер изменения тяги идентифицируемого объекта.

Сравнение предложенных моделей с данными летного эксперимента показало высокую степень сходимости. При этом по результатам летного эксперимента удалось показать, что предложенная модель описывает именно приращения силы тяги, обусловленные изменением режима работы двигателя. Это позволяет при необходимости выполнить количественную оценку эффективной тяги по полетным данным в любом необходимом диапазоне режимов полета.

Литература

1. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / под ред. Г. С. Бюшгенса. – М: Наука. Физматлит, 1998. – 816 с.
2. Динамика полета: Учебник для студентов высших учебных заведений / А. В. Ефремов, В. Ф. Захарченко, В. Н. Овчаренко и др.; под ред. Г. С. Бюшгенса. – М.: Машиностроение, 2017. – 776 с.
3. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения, обозначения. М.: Издательство стандартов. 1981.
4. *Васильченко К. К., Леонов В. А., Пашковский И. М., Поплавский Б. К.* Летные испытания самолетов. М.: Машиностроение, 1996. 745 с.
5. *Белоцерковский С. М., Качанов Б. О., Кулифеев Ю. Б., Морозов В. И.* Создание и применение математических моделей самолетов / Под ред. М.: Наука, 1984. – 284 с.
6. *Klein V., Morelli E.* Aircraft System Identification. Theory and Practice. Reston: AIAA, 2006. – 484 p.
7. *Корсун О. Н., Мотлич П. А.* Алгоритмы комплексной обработки бортовых измерений, основанные на взаимосвязи между линейными и угловыми параметрами движения летательного аппарата // Труды Московского института электромеханики и автоматики. Навигация и управление летательными аппаратами. № 18, 2017. – С. 2–12.

8. Корсун О. Н., Поплавский Б. К., Яцко А. А. Раздельная идентификация эффективной тяги двигателей и силы аэродинамического сопротивления по данным летных испытаний при воздействии шумов измерений / В сб.: ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ: Труды X Международной конференции "ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ И ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ". Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова. 2015. – С. 1032–1042.

9. Корсун О. Н., Поплавский Б. К., Приходько С. Ю. Алгоритм раздельной идентификации сил тяги и аэродинамического сопротивления, устойчивый к шумам бортовых измерений // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. № 5, 2018. – С. 8–14.