МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ И АВТОМАТИКИ (МИЭА)

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Под общей редакцией
доктора технических наук, профессора А. Г. Кузнецова

Выпуск 42

Москва
2023

УДК 629.7.015

ОЦЕНКА АЛГОРИТМОВ И ЛОГИКИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОСАДКИ МАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА ПО КАТЕГОРИИ IIIB

Александр Витальевич ГРЕБЁНКИН, *д. т. н.*
E-mail: a.grebenkin@aomiea.ru,
Алексей Григорьевич КУЗНЕЦОВ, *д. т. н., профессор*
E-mail: inbox@aomiea.ru,
Вячеслав Николаевич КОЛБАСОВ
E-mail: v.kolbasov@aomiea.ru,
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

В статье рассматривается вариант реализации сценария и эффективность автоматической посадки по категории IIIb магистрального самолета.

Ключевые слова: *автоматическая посадка, базовый сценарий посадки, эффективность управления.*

ESTIMATION OF ALGORITHMS AND LOGIC OF CAT IIIB AUTOMATIC LANDING OF A LONG-RANGE AIRCRAFT

Alexander V. GREBYONKIN, *D. Sc. In Engineering*
E-mail: a.grebenkin@aomiea.ru,
Alexey G. KUZNETSOV, *D. Sc. In Engineering*
E-mail: inbox@aomiea.ru,
Viacheslav N. KOLBASOV
E-mail: v.kolbasov@aomiea.ru,
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC

The article considers scenario implementation and effectiveness of CAT IIIb automatic landing of a long-range aircraft.

Keywords: *automatic landing, landing baseline scenario, control effectiveness.*

Введение

В статье рассматривается возможность реализации и эффективность автоматической посадки высокоавтоматизированного магистрального самолета типа МС-21-300 в условиях бокового ветра на ВПП различного состояния с возможным отказом критического двигателя.

В основе реализации автоматической посадки заложен сценарий в виде специальной логики обработки сигналов датчиков и, в зависимости от сформированных сигналов, формирования определенных задач и процедур управления. **Базовый сценарий** предполагает выполнение следующей последовательности действий:

1. На этапе стабилизации курса и глиссады:

- Управлением элеронами *до высоты 0,5 м по радиовысотомеру* выполняется задача стабилизации самолета на курсе посадки по сигналам курсового радиомаяка (КРМ).
- Управлением рулем высоты выполняется задача стабилизации самолета на траектории снижения по глиссаде по сигналам глиссадного радиомаяка (ГРМ).
- Управлением рулем направления *до высоты 0,5 м по радиовысотомеру* обеспечивается минимизация угла скольжения.
- Управлением тягой двигателей *до высоты 5 м по радиовысотомеру* автоматом тяги реализуется задача стабилизации заданной летчиком приборной скорости захода на посадку для соответствующего положении взлетно-посадочной механизации.
- Управлением стабилизатором *до высоты 20 м по радиовысотомеру* реализуется задача автобалансировки (на высоте меньше 20 м режим автобалансировки отключается).

2. С высоты начала выравнивания ($H_{нв} \leq 15$ м):

- Управлением рулем высоты до фиксации (*без возможности отмены в рамках сценария посадки*) события раскрутки колес левой и правой стоек шасси или фиксации (*без возможности отмены в рамках сценария посадки*) события касания колес левой и правой стоек шасси поверхности ВПП реализуется задача выравнивания траектории.

3. При уменьшении высоты до 5 метров по радиовысотомеру:

- Автомат тяги переключается в режим «стабилизации тяги» с переводом РУД в положение земного малого газа.

4. С высоты 0,5 м по радиовысотомеру:

- Управлением элеронами до конца пробега ($V_{пр} \leq 70$ км/ч) реализуется задача стабилизации нулевого значения угла крена.
- Управлением рулем направления до конца пробега ($V_{пр} \leq 70$ км/ч) выполняется задача удержания самолета на оси ВПП по сигналам КРМ и по величине магнитного и истинного курса, поступающих от инерциальной навигационной системы (БИНС), с учетом заданного пилотом или принятого от вычислительной системы самолетовождения (ВСС) курса ВПП.

5. После фиксации события раскрутки колес левой и правой стоек шасси или фиксации события касания колес левой и правой стоек шасси:

- Автоматически выпускаются все средства аэродинамического торможения в соответствии с логикой автоматического выпуска интерцепторов и воздушных тормозов.
- Управлением рулем высоты реализуется задача опускания самолета на переднюю опору шасси до фиксации события касания ВПП колесами передней опоры при условии касания ВПП колесами левой или правой стоек шасси (без возможности отмены в рамках сценария).
- Пилот переводит РУД в положение малого реверса.

6. После фиксации события касания ВПП колесами передней опоры шасси при условии касания ВПП колесами левой или правой стоек шасси:

- САУ переводит руль высоты в положение на пикирование для дополнительного прижатия носового колеса.
- При педальном способе торможения пилот за 1 секунду полностью обжимает педали тормоза и удерживает их обжатыми до конца пробега.
- При автоматическом торможении при условии заданного режима замедления (LOW, MED, MAX) подключается соответствующий режим автоматического торможения.
- Пилот переводит РУД в положение максимального реверса.

7. При уменьшении приборной скорости до 110 км/ч:

- Пилот переводит РУД в положение малого реверса.

8. При уменьшении приборной скорости до 70 км/ч:

- САУ отключается.

На рис. 1–3 показаны условия формирования основных признаков базового сценария посадки.

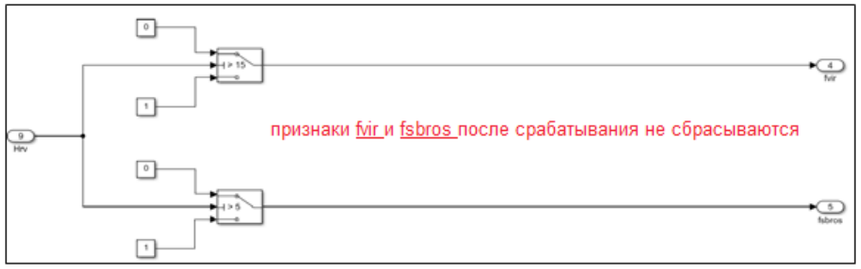

Рис. 1. Формирование признаков «Выравнивание» fvir (H < 15 м) и «Сброс газа» fsbros (H < 5 м)

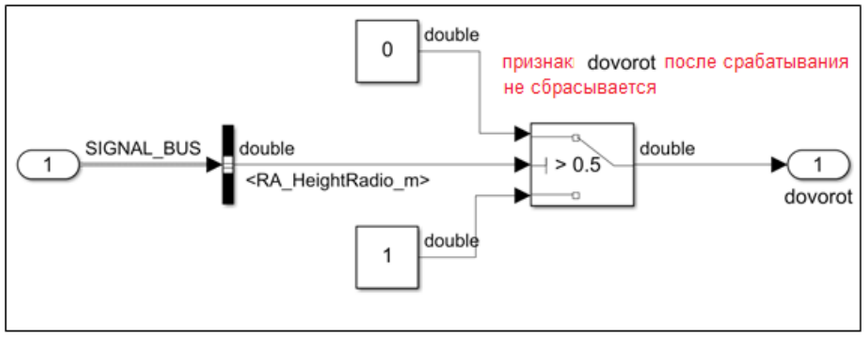

Рис. 2. Формирование признака «Доворот» ($H_{рв} \leq 0{,}5$ м)

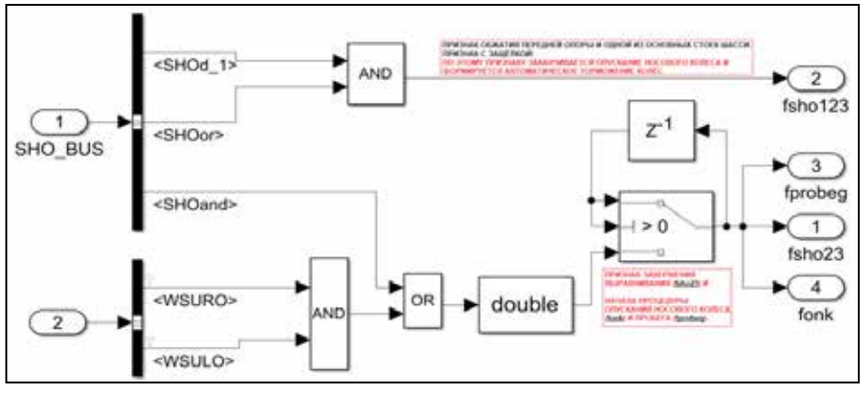

Рис. 3. Формирование основных признаков по обжатию стоек шасси

Результаты математического моделирования посадки с реализацией базового сценария

Особенность базового сценария посадки заключается в реализации принципа «доворот» с высоты 0,5 метра, включающим следующие действия:

· в управлении элеронами выполняется переключение от управления по сигналам курсового радиомаяка (стабилизации курсовой зоны) на управление, направленное на минимизацию угла крена;

· в управлении рулем направления выполняется переключение от минимизации угла скольжения на удержание самолета на оси взлетно-посадочной полосы (ВПП) по сигналам $\varepsilon_к$ (отклонении от равносигнальной зоны курсового радиомаяка), путевого угла (отклонении от курса ВПП (Ψ — $\Psi_{ВПП}$)) и угла рыскания (ψ).

На рис. 4–9 (см. ПРИЛОЖЕНИЕ) приведены некоторые результаты математического моделирования.

Обозначения параметров, показанных на рисунках, поясняются в таблице 1.

Таблица 1

Параметр	Идентификатор (обозначение на иллюстрациях)	Наименование
n_y	ny	нормальная перегрузка
ϑ	theta	угол тангажа
$H_{рв}$	H_rv	высота по радиовысотомеру
$\delta_{рв}$	d_elev_R	угол отклонения руля высоты (правая секция)
$F_{у\ ш.\ лев.}$ $F_{у\ ш.\ прв.}$ $F_{у\ ш.\ пер.}$	FSL FSR FSN	нормальная реакция левой стойки шасси нормальная реакция правой стойки шасси нормальная реакция передней стойки шасси
$M_{тор.\ пр.\ внт.}$ $M_{тор.\ пр.\ вн.}$	Mb_RI Mb_RE	тормозной момент правого внутреннего тормозного колеса тормозной момент правого внешнего тормозного колеса
$M_{тор.лев.\ внт.}$ $M_{тор.лев.\ вн.}$	Mb_LI Mb_LE	тормозной момент левого внутреннего тормозного колеса тормозной момент левого внешнего тормозного колеса
$V_{пр}$	Vpr	приборная скорость
$\delta_{сп.4\ пр.}$ $\delta_{сп.4\ лев.}$	d_sp_4_R d_sp_4_L	угол отклонения правой 4-ой секции спойлеров угол отклонения левой 4-ой секции спойлеров
$\delta_{сп.1\ пр.}$ $\delta_{сп.1\ лев.}$	d_sp_1_R d_sp_1_L	угол отклонения правой 1-ой секции спойлеров угол отклонения левой 1-ой секции спойлеров
$\delta_{РУД\ пр.}$ $\delta_{РУД\ лев.}$	RUDr RUDl	угол отклонения рычага управления правым двигателем угол отклонения рычага управления левым двигателем
γ	gamma	угол крена
$\delta_{эл.\ пр.}$	d_ail_R	угол отклонения правого элерона
Z_g	Zg	боковое смещение относительно оси ВПП
W_{zg}	Wz	боковая составляющая скорости ветра относительно земной поверхности
$\delta_{нк}$	Sterring_Angle	угол поворота носового колеса
$\delta_н$	d_rudder	угол отклонения руля направления
ψ	psi	угол рыскания
СТР_выр.	str_vir	признак начала этапа выравнивания
СТР_проб.	str_probeg	признак начала этапа пробега
СТР_ОНК	str_onk	признак начала этапа опускания передней стойки шасси
СТР_дов.	str_dovorot	признак начала этапа доворота

На рис. 4 (стр. 12) приведены результаты моделирования посадки на сухую ВПП (коэффициент сцепления по десселерометру μ_s = 0,75) в условиях действия градиентного бокового ветра W_{zg} = 15 м/с (на высоте метеовышки). G — масса самолета, X_T — центровка самолета, $V_{зп}$ — скорость захода на посадку.

Алгоритм выравнивания обеспечил касание ВПП с нормальной перегрузкой n_{y_max} = 1,31 на удалении от входной кромки ВПП $L_{кас}$ = 352 м. Сразу после первого касания ВПП практически двумя основными стойками шасси в течение трех секунд имело место пропадание контакта с ВПП левой стойкой шасси (FSL = 0) с увеличением угла крена до γ_{max} = 3,46 градуса. Это привело к соответствующей задержке полного выпуска интерцепторов. По логике комплексной системы управления (КСУ), отсутствие уверенного касания ВПП левой и правой стойками шасси приводит к автоматическому выпуску интерцепторов в режиме торможения только на половину максимального хода.

С высоты 0,5 метра по рассматриваемому сценарию управление рулем направления переключалось с задачи минимизации угла скольжения на задачу минимизации смещения самолета относительно

осевой линии ВПП. Направление оси ВПП идентифицировалось величиной отклонения от равносигнальной зоны курсового радиомаяка (основной сигнал) и отклонением от курса ВПП (вспомогательный сигнал). К моменту времени касания передней опорой ВПП (FSN > 0) угол рыскания достигал величины, близкой к нулю. Переключение на задачу пробега в канале руля направления сопровождалось первоначальным импульсным отклонением руля направления в положение 20 градусов, что позволило устранить рыскание и обеспечить минимизацию увода самолета от оси ВПП к моменту касания основными стойками шасси до $-Z_g = -3{,}7$ м. Последующее управление рулем направления на пробеге в условиях постоянного бокового ветра при наличии контакта колес с сухой поверхностью ВПП, использованием реверса тяги, выпуска интерцепторов на максимальный угол отклонения и применения автоматического торможения колес позволило обеспечить уверенное удержание самолета на оси ВПП с максимальным отклонением $Z_{g\,\max} = 2{,}2$ м при максимальном отклонении руля направления не превышающем 12 градусов. Длина пробега составила 1533,8 метра.

На рис. 5 (стр. 13) приведены результаты моделирования посадки на сухую ВПП (коэффициент сцепления по десселерометру $\mu_s = 0{,}75$) в условиях действия градиентного бокового ветра увеличенного до $W_{zg} = 20$ м/с (на высоте метеовышки).

Результаты моделирования показали, что безопасная посадка в рассмотренных условиях возможна, но увеличение бокового ветра до 20 м/с привело к увеличению продолжительности движения самолета с выпущенными на полхода интерцепторами (на протяжении 10 секунд) и, как следствие, увеличение длины пробега до 1873,8 м. Это связано с тем, что боковой ветер препятствует обжатию концевого выключателя на левой стойке шасси и способствует движению по ВПП с креном около 3 градусов. При этом имела место очень малая величина нормальной нагрузки на носовое колесо с незначительным градиентом ее роста по мере уменьшения скорости, что привело к затягиванию фиксации события обжатия передней опоры шасси, что, в свою очередь, препятствовало включению автоматического торможения колес и способствовало уменьшению эффективности управления носовым колесом.

Переключение на задачу пробега в канале руля направления сопровождалось первоначальным импульсным отклонением руля направления в положение 24 градусов, что позволило устранить рыскание и обеспечить минимизацию увода самолета от оси ВПП к моменту касания ВПП левой и правой стойками до $-Z_g = -5{,}3$ м. Последующее управление рулем направления на пробеге в условиях постоянного бокового ветра 16 м/с позволило обеспечить удержание самолета на оси ВПП с максимальным боковым отклонением $Z_{g\,\max} = 7{,}5$ м на начальном

этапе пробега при максимальном отклонении руля направления, не превышающем 16 градусов.

На рис. 6 (стр. 14) приведены результаты моделирования посадки на ВПП, покрытую гладким влажным льдом (коэффициент сцепления по десселерометру $\mu_s = 0{,}2$) в условиях действия градиентного бокового ветра слева $W_{zg} = 10$ м/с (на высоте метеовышки). В рассматриваемых условиях касание ВПП произошло без крена с нормальной перегрузкой $n_{y\,\max} = 1{,}36$. После первого касания произошло кратковременное (на протяжении 1 секунды) отделение стоек шасси от поверхности ВПП с последующим повторным касанием сначала правой ($n_{y\,\max} = 1{,}1$) и через 1,5 секунды левой ($n_{y\,\max} = 1{,}2$) стойкой шасси. Интерцепторы отклонились на максимальный угол сразу после повторного касания ВПП левой и правой стойками шасси. Выпуск интерцепторов сопровождался увеличением угла крена до 2 градусов с последующим его уменьшением до 0,6 градуса к моменту времени касания ВПП носовым колесом. В рассмотренных условиях посадочная дистанция достигала величины 1585 м.

Из условия заданного темпа замедления, автоматическое торможение колес в режиме LOW включилось после изменения режима работы двигателя с максимального на малый реверс (на скорости 100 км/ч). Низкий коэффициент сцепления привел к необходимости многократного срабатывания автомата антиюза в виде чередования процессов торможения и растормаживания колес левой и правой стоек шасси по условиям их проскальзывания.

Управлением рулем направления и носовым колесом обеспечивалось удержание самолета на оси ВПП в условиях действия бокового ветра 4 м/с на всем протяжении пробега. Максимальное смещение от оси ВПП ($Z_{g\,\max} = 3{,}41$ м) имело место в момент времени касания ВПП носовым колесом и включением максимального реверса тяги. Первоначальное импульсное отклонение руля направления до 16 градусов обеспечило минимизацию угла рыскания перед опусканием передней опоры шасси. При этом характер изменения угла рыскания показал, что при снижении коэффициента сцепления требуется соответствующее увеличение управляющего сигнала на руль направления на этапе доворота и пробега в условиях дальнейшего увеличения боковых возмущений.

На рис. 7 (стр. 15) приведены результаты моделирования посадки на ВПП, покрытую гладким влажным льдом (коэффициент сцепления по десселерометру $\mu_s = 0{,}2$) в условиях увеличения градиентного бокового ветра слева до $W_{zg} = 15$ м/с (на высоте метеовышки). Как и в предыдущем случае, касание ВПП произошло без крена с нормальной перегрузкой $n_{y\,\max} = 1{,}33$. После первого касания

произошло кратковременное (на протяжении 1 секунды) отделение стоек от поверхности ВПП с последующим повторным касанием сначала правой и через 2 секунды левой стойкой шасси.

Однако касание левой стойкой произошло с последующим уменьшением вертикальной нагрузки, что не позволило сформировать условие полного выпуска интерцепторов, которые вышли на полхода и находились в этом положении 2,5 секунды. Это способствовало увеличению посадочной дистанции на 63 метра по сравнению с предыдущим вариантом. Выпуск интерцепторов сопровождался увеличением угла крена до 3,6 градусов с последующим его уменьшением до 0,7 градуса к моменту времени касания ВПП носовым колесом.

Автоматическое торможение колес в режиме LOW первоначально кратковременно включилось после обжатия передней опоры и повторно включилось только после изменения режима работы двигателя с максимального на малый реверс (на скорости 100 км/ч). Однако основной вклад в торможение вносят реверс тяги и выпуск интерцепторов. Низкий коэффициент сцепления существенно снизил эффективность управления носовым колесом и в условиях пробега с увеличением бокового ветра до 6 м/с управление рулем направления допустило смещение самолета от оси ВПП до 12 метров.

На рис. 8–9 (стр. 16–17) приведены результаты моделирования посадки в условиях умеренной атмосферной турбулентности на сухую ВПП и ВПП, покрытую гладким влажным льдом соответственно.

Рассмотренная турбулентность (составляющие скорости ветра на оси земной системы координат $W_{xg} = -12$ м/с и $W_{zg} = 4$ м/с) оказала существенное влияние на воздушный участок посадочной дистанции в сторону увеличения ($L_{кас} = 624{,}6$ м), при этом посадочная дистанция на сухой ВПП достигала величины $L_{пд} = 2029{,}8$ м, а на ВПП, покрытой льдом, $L_{пд} = 2047{,}6$ м. Касание ВПП выполнено двумя стойками без подскока, что позволило выпустить интерцепторы сразу на максимальный угол. Управлением рулем направления и носовым колесам обеспечивается уверенное удержание самолета на оси ВПП с максимальным боковым смещением, не превышающим 3 метров, при расходе руля направления в пределах 6 градусов.

Выводы

1. В статье рассмотрен базовый сценарий посадки магистрального высокоавтоматизированного самолета с реализацией функции доворота и пробега.

2. Показаны условия формирования основных признаков базового сценария посадки.

3. Проведен анализ эффективности комплексных управляющих воздействий при выполнении автоматической посадки по категории IIIb на ВПП различного состояния в условиях градиентного бокового ветра и атмосферной турбулентности. Показано, что при отсутствии ошибок входных сигналов датчиков обеспечивается возможность автоматической посадки с реализацией функции автоматического пробега в широком диапазоне ожидаемых условий эксплуатации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

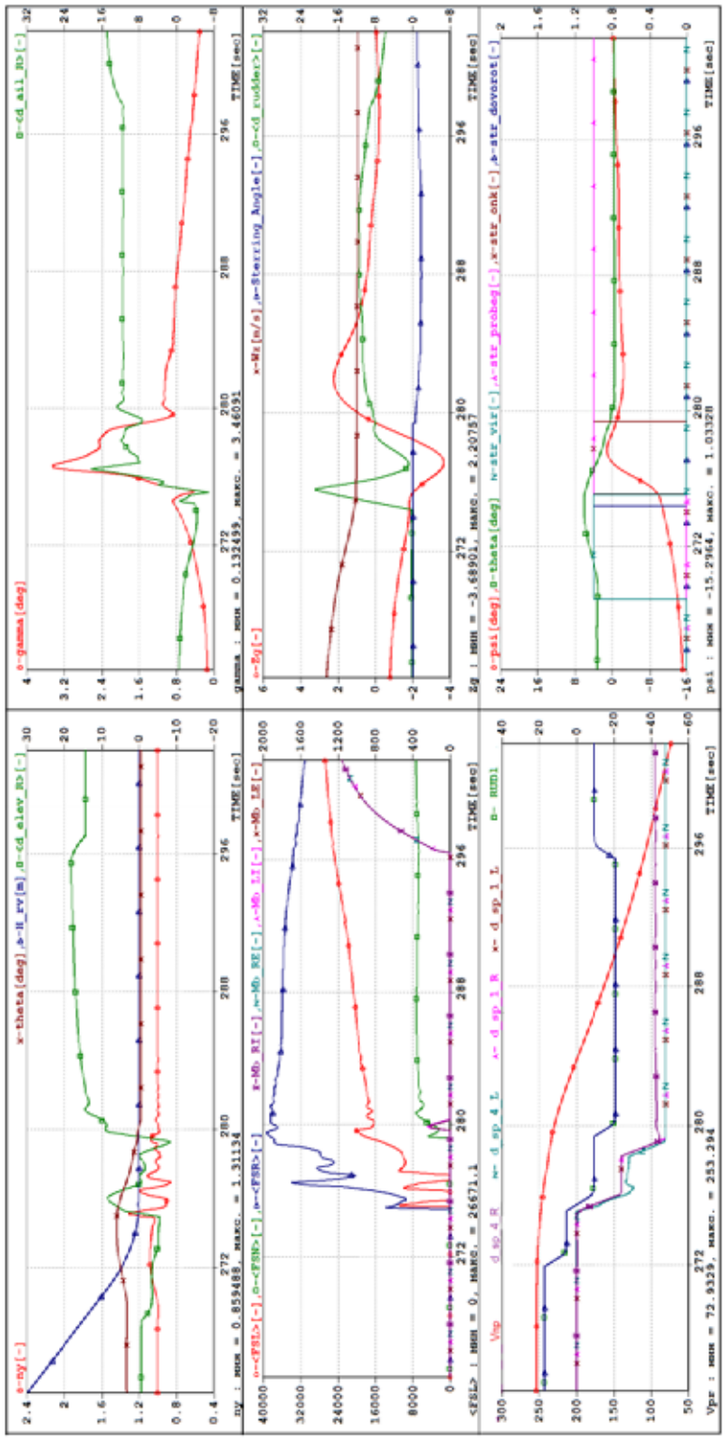

Рис. 4. Посадка в условиях градиентного бокового ветра слева W_{zg} = 15 м/с на сухую ВПП (μ_s = 0,75).
$H_{озр}$ = 0 м, МСА. $L_{кас}$ = 352 м (от входной кромки ВПП), $L_{пд}$ = 1533,8 м (G = 65000 кг, X_T = 28% САХ, $V_{зп}$ = 254 км/ч)
Режим автоматического торможения колес LOW

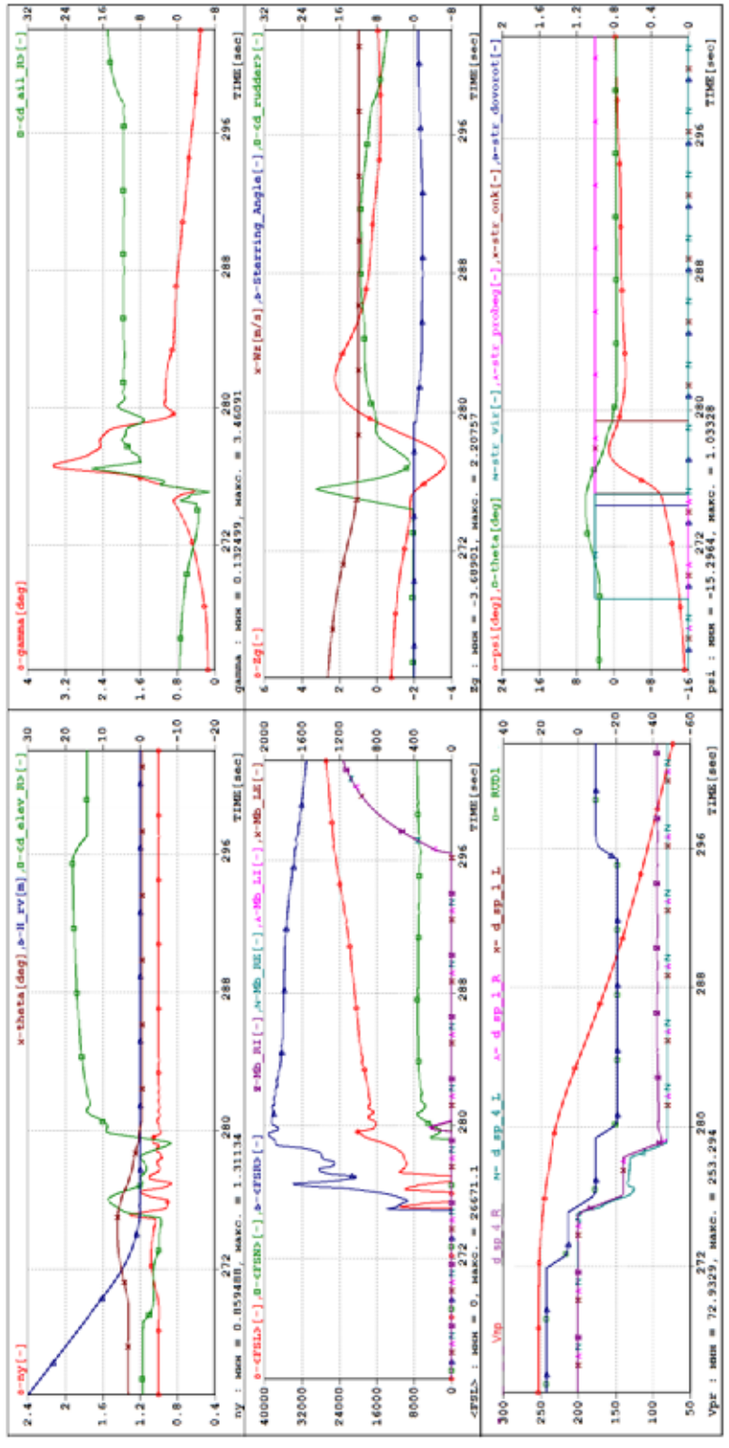

Рис. 5. Посадка в условиях градиентного бокового ветра слева W_{zg} = 20 м/с на сухую ВПП (μ_s = 0,75).
$H_{озр}$ = 0 м, МСА. $L_{кас}$ = 342 м (от входной кромки ВПП), $L_{пд}$ = 1873,8 м (G = 65000 кг, X_T = 28% САХ, $V_{зп}$ = 254 км/ч)
Режим автоматического торможения колес LOW

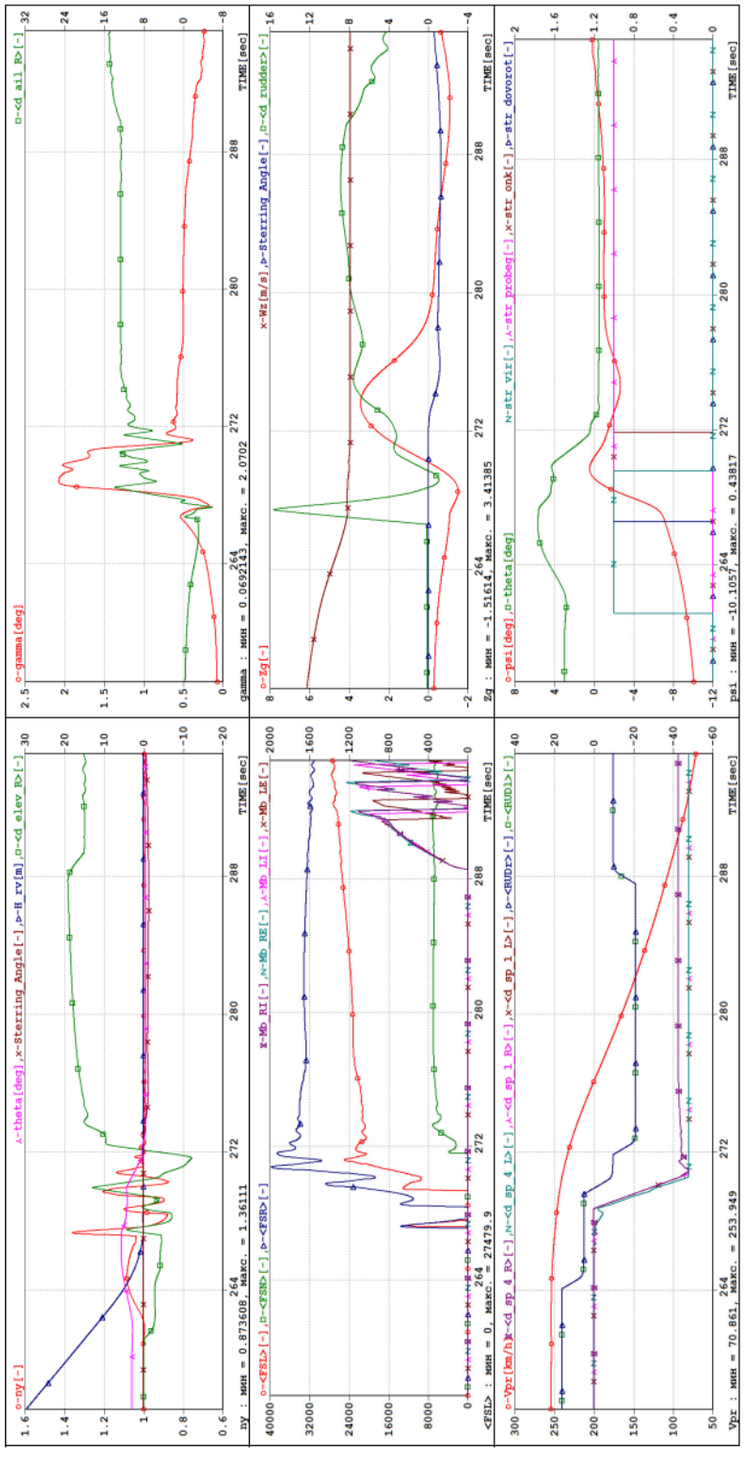

Рис. 6. Посадка в условиях градиентного бокового ветра слева W_{zg} *= 10 м/с. ВПП покрыта влажным льдом (*μ_s *= 0,2).*
$Z_{g\,max}$ *= 3,4 м.* $H_{аэр}$ *= 0 м, МСА.* $L_{кас}$ *= 358 м (от входной кромки ВПП),* $L_{пд}$ *= 1585 м*
(G = 65000 кг, X_T *= 28% САХ,* $V_{зп}$ *= 254 км/ч*
Режим автоматического торможения колес LOW

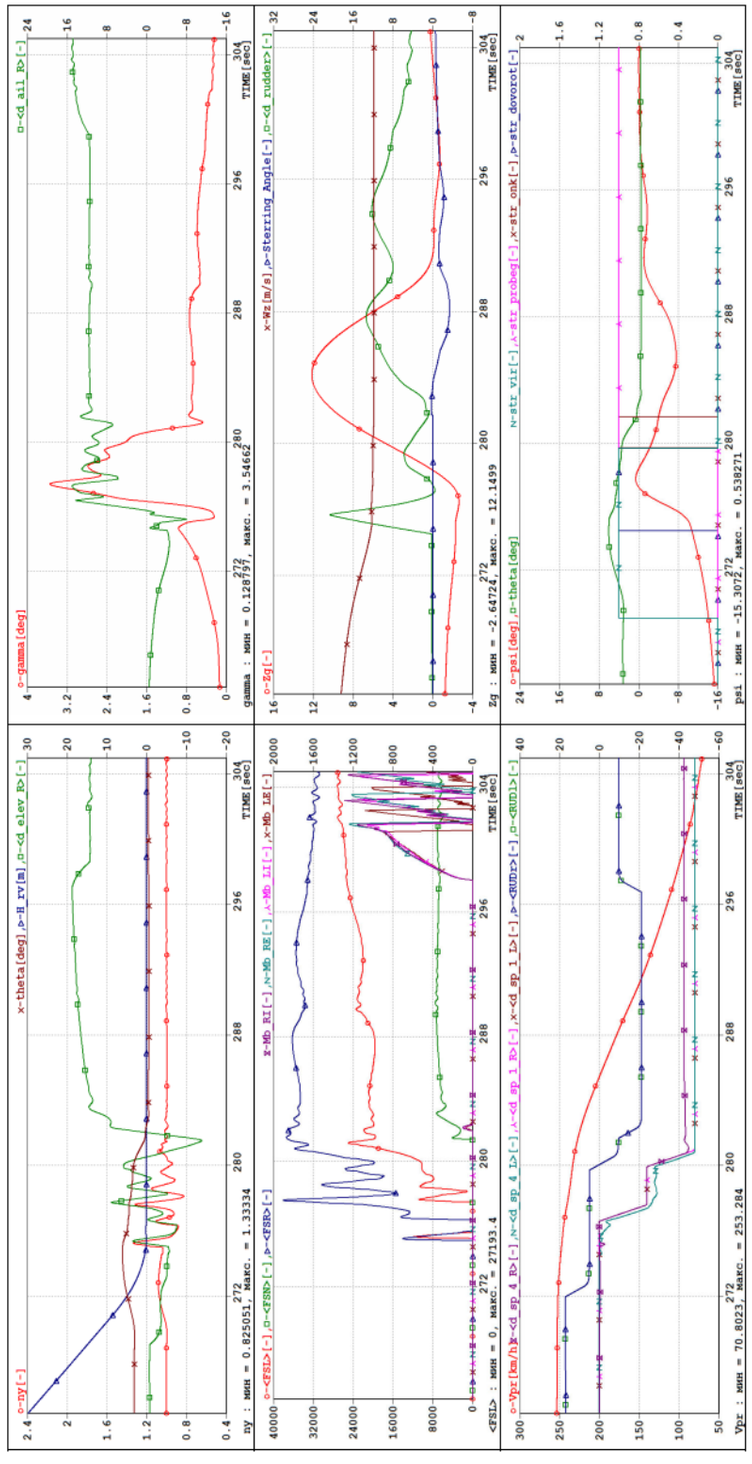

Рис. 7. Посадка в условиях градиентного бокового ветра слева W_{zg} *= 15 м/с. ВПП покрыта влажным льдом (*μ_s *= 0,2).*
$Z_{g\,max}$ *= 12 м.* $H_{аэр}$ *= 0 м, МСА.* $L_{кас}$ *= 352 м (от входной кромки ВПП),* $L_{пд}$ *= 1647,8 м*
(G = 65000 кг, X_T *= 28% САХ,* $V_{зп}$ *= 254 км/ч)*
Режим автоматического торможения колес LOW

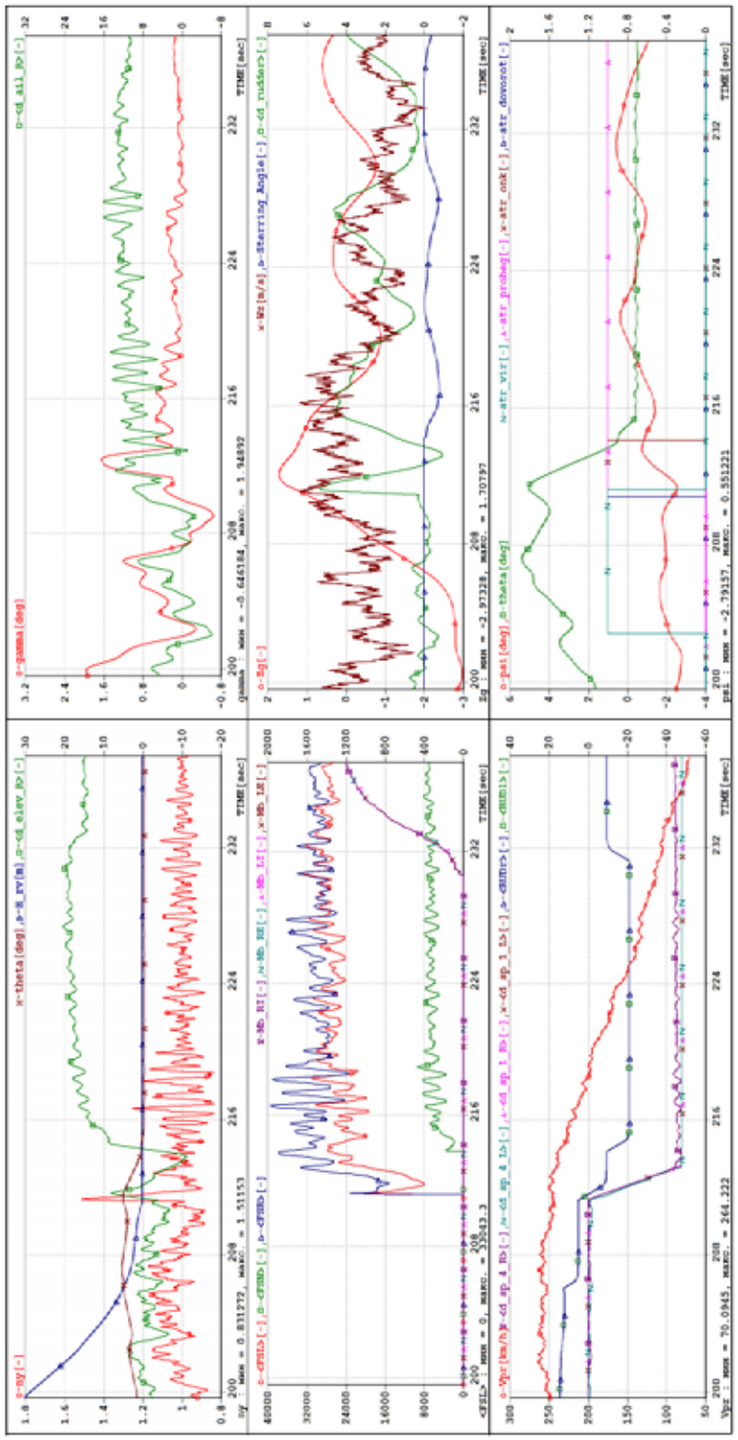

Рис. 8. Посадка в условиях турбулентности: W_{zg} = 4 м/с, W_{xg} = −12 м/с на сухую ВПП (μ_s = 0.75).
H_{atp} = 0 м, МСА. $L_{кас}$ = 624,6 м (от входной кромки ВПП), $L_{пд}$ = 2029,8 м (G=65000 кг, X_T =28 % САХ, $V_{эп}$ = 254 км/ч)
Режим автоматического торможения колес LOW

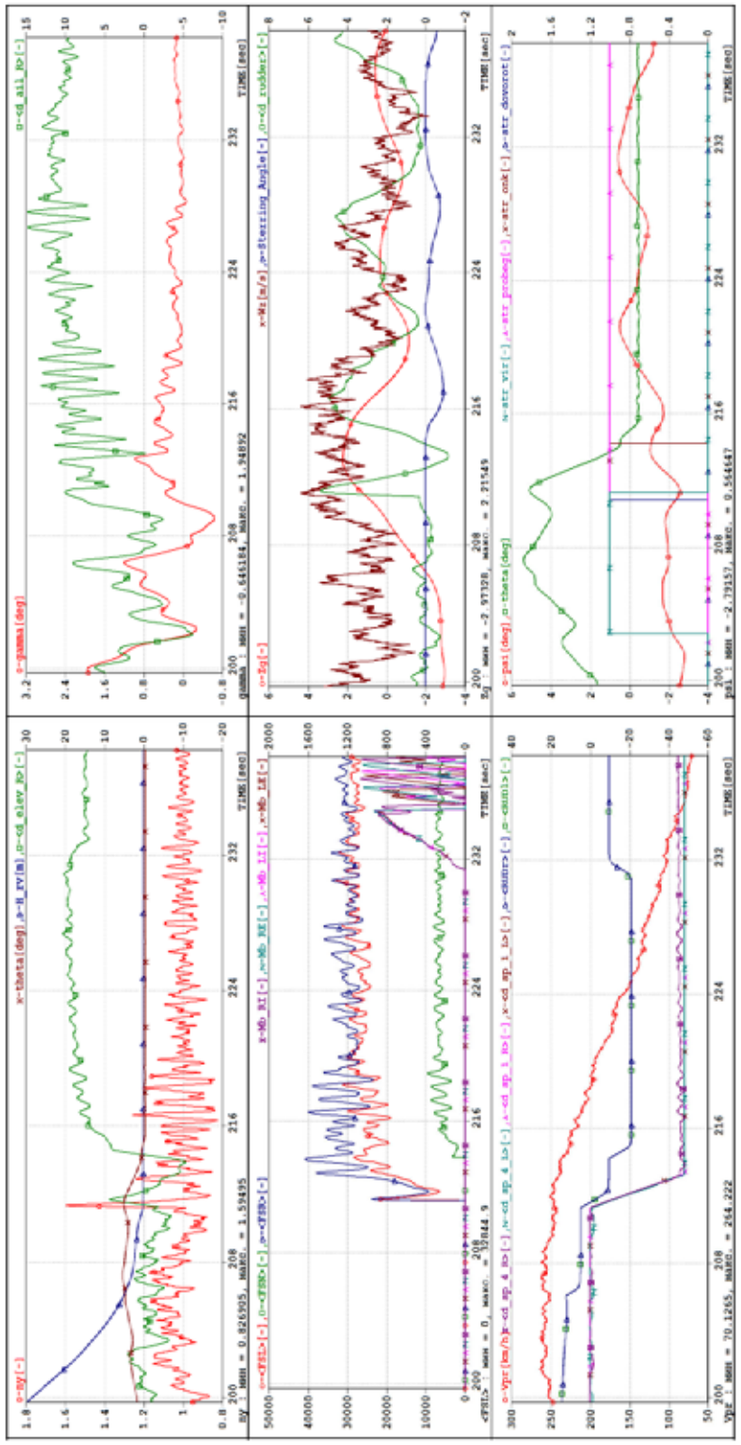

Рис. 9. Посадка в условиях турбулентности: W_{zg} = 4 м/с, W_{xg} = −12 м/с на ВПП покрыта влажным льдом (μ_s = 0.2).
H_{atp} = 0 м, МСА. $L_{кас}$ = 624,6 м (от входной кромки ВПП), $L_{пд}$ = 2047,6 м
(G = 65000 кг, X_T = 28% САХ, $V_{эп}$ = 254 км/ч)
Режим автоматического торможения колес LOW

Литература

1. *Гребёнкин А. В., Костин С. А.* Анализ возможности автоматической посадки по категории IIIc самолета Ту-204СМ на ВПП переменного состояния в условиях бокового ветра. // Навигация и управление летательными аппаратами. Выпуск 19. – М.: МИЭА, 2017. – С. 44–59.

2. *Гребёнкин А. В., Бурдун И. Е., Костин С. А.* GRAS — автоматическая система помощи летчику при управлении самолетом на разбеге и пробеге в сложных условиях. Научное издание XIV Всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2021): материалы XIV мультиконференции в четырех томах (Дивноморское, Геленджик, 27 – 02 октября 2021 г.): том 3. / Южный федеральный университет [редкол.: И. А. Каляев, В. Г. Пешехонов и др.]. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2021. – С. 32–36.

3. *Alexander Grebenkin, Ivan Burdun, Andrew Bubin*. «Early Screening of Multifactorial Risk Space For Black Swan Accident Scenarios Using System Dynamics Modeling and Safety Assessment Technology» (presentation abstract). Aerospace Testing (AST) Conference, 3 – 4 November 2021, Toulouse, France.

4. *Alexander Grebenkin, Ivan Burdun, Sergey Kostin*. «Validation of the 'Pilot — Automaton — Aircraft — Operating Environment' System Dynamics Model for Virtual Flight Testing and Safety Assessment» (presentation abstract). Aerospace Testing (AST) Conference, 3 – 4 November 2021,Toulouse, France.

УДК 629.7.05

О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ ДРЕЙФЕ ОТ РАССИНХРОНИЗАЦИИ ДУС ПРИ ВИБРАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ НА БИНС

Алексей Григорьевич КУЗНЕЦОВ, *д. т. н., профессор,*
Александр Владимирович ФОМИЧЕВ, *к. ф.-м. н., доцент*
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru

Накопление ошибок ориентации, вычисляемой БИНС, при такте опроса датчиков угловой скорости (ДУС), соизмеримом с характерными периодами движения, — давно и хорошо известный эффект, обычно объясняемый особенностями численного интегрирования. Поскольку характерные времена маневров объектов применения БИНС значительно превышают такты вычислительных алгоритмов, эти ошибки обычно проявляется при действии вибрации, которая может действовать на БИНС на объекте применения или при проведении виброиспытаний.

Однако погрешности численного интегрирования не единственный механизм накопления угловых ошибок при угловых колебаниях. В статье обсуждаются погрешности ориентации, связанные с рассинхронизацией данных в трактах ДУС. Приводится легко реализуемое движение, на котором рассинхронизация дает существенные ошибки, делаются численные оценки.

Ключевые слова: *бесплатформенная инерциальная навигационная система, рассинхронизация гироскопических трактов, погрешности ориентации, вибрация.*

ON COMPUTATIONAL DRIFT CAUSED BY ANGULAR RATE SENSORS DESYNCHRONIZATION UNDER VIBRATION INFLUENCE ON SINS

Alexsey G. KUZNETCOV, *D. Sc. In Engineering,*
Alexander V. FOMITCHYOV, *PhD in Phys. and Math.*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru

Accumulation of errors in orientation computed by SINS with angular rate sensors sampling rate comparable to typical periods of motion is a long-standing and well-known effect. This effect is usually explained by the peculiarities of numerical integration. Since typical maneuvering times of SINS application objects are much longer then rates of computed algorithms, these errors usually appear under vibration influence. The vibration can effect SINS both on the object of application and during vibration tests. However, numerical integration errors are not the only way of angular error accumulation under angular vibrations. The paper discusses orientation errors, related to data desynchronization in angular rate sensors channels. It provides easily implemented motion with desynchronization causing significant errors and gives numerical estimation.

Keywords: *Strapdown Inertial Navigation System, desynchronization in gyroscope channels, orientation errors, vibration.*

Введение

Вычисление параметров ориентации по измерениям ДУС относится к достаточно тонким вопросам. Погрешности ориентации зависят от используемых численных методов интегрирования, движения блока чувствительных элементов (БЧЭ) и погрешностей блока ДУС БИНС. Создание модели погрешностей БЧЭ представляет отдельную задачу. Модель всегда зависит от особенностей конкретной БИНС и, как правило, включает в себя следующие составляющие. Систематические погрешности — смещения нулевых сигналов, погрешности масштабных коэффициентов и перекосы осей чувствительности, обычно постоянные. Случайные погрешности, традиционно описываемые моделью, принятой в методе вариации Аллана или ее редукциях. Специфические погрешности, связанные с зависимостями ошибок датчиков от параметров движения, например, дрейфы ДУС от перегрузок, характерные для МЭМС-датчиков, погрешности от рассинхронизации или фильтрации сигналов и т. п.

Кинематические уравнения, описывающие эволюцию малых угловых ошибок ориентации во времени, имеют вид [1—3]:

$$\dot{\beta}_x = \hat{\omega}_x \beta_x + \nu_x.$$

Здесь β_x — вектор малого поворота, характеризующий ошибку ориентации, обусловленную ошибками начальной выставки и суммарными погрешностями гироскопических трактов, включая ошибки численных методов, нижний индекс x указывает опорный трехгранник x, в котором вычисляется ошибка β_x, например, географический, $\hat{\omega}_x$ — кососимметрический оператор, соответствующий вектору угловой скорости опорного трехгранника по правилу:

$$\omega_x = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \mapsto \hat{\omega}_x = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix},$$

ν_x — суммарный дрейф гироскопических трактов, включающий инструментальные ошибки, ошибки от численных методов интегрирования, рассинхронизации и любых других факторов, перепроектированный в опорный трехгранник x. Простейший вид кинематические уравнения принимают для инерциального опорного трехгранника $x = \xi$.
Для него $\omega_\xi = 0$ и $\dot{\beta}_\xi = \nu_\xi$.

Линейность кинематических уравнений ошибок позволяет провести фракционный анализ для каждого источника погрешностей, входящих в дрейф ν_x.

Это означает, что решение β_x для $\nu_x = \nu_x^1 + \ldots + \nu_x^n$ есть $\beta_x = \beta_x^1 + \ldots + \beta_x^n$, где β_x^i — частное решение, соответствующее ν_x^i. Таким образом, ошибку от любого источника можно рассматривать независимо.

Практически с момента появления первых точных БИНС было обнаружено накопление ошибок ориентации, связанное с погрешностями численного интегрирования уравнений Пуассона или уравнений для вектора конечного поворота, наблюдаемое, если выбранный метод интегрирования достаточно груб, либо характерное время углового движения БЧЭ БИНС соизмеримо с тактом численного интегрирования. Эта ситуация наиболее типична для воздействия вибрации на БИНС, для которого накопление ошибок ориентации от погрешностей численного интегрирования может существенно превышать ошибки от инструментальных погрешностей ДУС.

Данный эффект заметно проявляется на так называемом коническом движении, при котором одна из осей ДУС описывает круговой конус, а две другие совершают колебания, близкие к линейным колебаниям в противофазе. Кинематика конического движения весьма обстоятельно разобрана в работе [4] и описывается в [5].

С этим связано происхождение термина «коннинг» (conning), распространенного в зарубежной литературе и обозначающего накопление ошибок ориентации БИНС при коническом движении. Соответственно, численные методы, уменьшающие вычислительные погрешности на коническом движении, иногда называют «компенсацией коннинга» (conning correction или conning compensation). С ними можно ознакомиться, например, по публикациям [4—8].

Заметим, что для современных БИНС характерен высокий темп интегрирования уравнений для параметров ориентации. Типичные частоты интегрирования имеют порядок сотен герц. Как правило, они существенно превышают собственные частоты систем амортизации БЧЭ или БИНС, и тогда погрешности численных методов сравнительно малы, что нетрудно показать моделированием. Повышение частоты интегрирования всегда повышает точность численного метода для идеального входного сигнала.

Высокая частота зачастую позволяет обойтись довольно простыми численными алгоритмами, которые нетрудно найти в [7, 8] или других публикациях. Однако их достаточная точность всегда должна подтверждаться моделированием на характерных траекториях или движениях, соответствующих интересующим механическим воздействиям.

Другой механизм накопления погрешностей при действии вибрации связан с рассинхорнизацией данных в трактах ДУС. При некоторых движениях, которые вполне могут наблюдаться при виброиспытаниях БИНС или воздействии вибрации на БИНС, установленной на объект,

даже малая рассинхронизация приводит к существенным погрешностям. В отличие от ошибок численных методов, повышение тактовой частоты интегрирования не приводит к улучшению, если оно не влияет на саму величину рассинхронизации. Этому эффекту и посвящена настоящая статья.

Модель дрейфа тракта ДУС при рассинхронизации. Начнем с формализации задачи и обозначений. Трехгранники обозначаются одной буквой, координатные оси — той же буквой с индексами. Например, s — трехгранник осей чувствительности БЧЭ (приборный трехгранник), s_1, s_2, s_3 — его координатные оси. Поскольку в задаче вычисления ориентации положение полюса трехгранника не существенно, он нигде не указывается. Допустим, что при установке БИНС на объект ось s_1 расположена по правому борту, s_2 — по носу, s_3 — по связанной вертикальной оси объекта.

БИНС вычисляет параметры ориентации осей чувствительности БЧЭ s относительно некоторого опорного трехгранника x. В околоземных приложениях БИНС x, как правило, — географический трехгранник с некоторой ориентацией в азимуте. Здесь будет удобно использовать азимутальную ориентацию по сторонам света, для которой опорный трехгранник обозначается x°. Оси x_1°, x_2° направлены на восток и север соответственно в плоскости местного горизонта, x_3° — по местной вертикали. Отметим, что выбранная ориентация осей s относительно объекта обеспечивает их совпадение с осями x° при нулевых значениях истинного курса, тангажа и крена ψ, ϑ, γ объекта.

Вычисление взаимной ориентации s и x° можно декомпозировать на этапы вычисления изменения ориентации трехгранников s и x° относительно инерциального пространства и на вычисление их взаимной ориентации. При этом движение трехгранника s, связанное с угловыми эволюциями БИНС, принято называть быстрым, а движение трехгранника — x° — медленным, поскольку его угловая скорость даже при движениях со скоростью порядка 1 км/с соизмерима с угловой скоростью Земли.

Вычисление параметров медленного движения x° не представляет никаких сложностей и всегда выполняется простыми методами численного интегрирования. С расчетом быстрого движения s, напротив, связаны все тонкости задачи вычисления ориентации при помощи БИНС. Поэтому далее без ограничения общности считается, что трехгранник x° неподвижен в инерциальном пространстве, а s может вращаться относительно общего начала координат трехгранников x° и s произвольным образом, в частности, совершать некоторые колебания при вибрации. В принятых предположениях идеальный блок ДУС,

измеряющий абсолютную угловую скорость трехгранника s, будет измерять угловую скорость движения s относительно x°. Учет вращения Земли и изменения ориентации x° относительно Земли привел бы к малым медленно меняющимся добавкам к угловой скорости, не влияющим на дальнейшие выводы, установленные для неподвижного трехгранника x°. Отметим также, что добавление любых линейных перемещений трехгранника s на угловую ориентацию не влияет.

Пусть $\omega_s(t) = [\omega_{s_1}(t), \omega(t)_{s_2}, \omega_{s_3}(t)]^T$ — идеальное значение вектора угловой скорости трехгранника s, $\omega'_s(t) = [\omega_{s_1}(t-\tau_1), \omega(t-\tau_2)_{s_2}, \omega_{s_3}(t-\tau_3)]^T$ — измеренное значение вектора угловой скорости с учетом задержек τ_i. Тогда дрейф, обусловленный задержками, равен

$$\nu_s = \omega'_s(t) - \omega_s(t) \simeq -[\tau_1\dot{\omega}_{s_1}(t), \tau_2\dot{\omega}_{s_2}(t), \tau_3\dot{\omega}_{s_3}(t)]^T = -T\dot{\omega}_s,\ T = \mathrm{diag}[\tau_1, \tau_2, \tau_3].$$

Отсюда видно, что дрейф существенен при движениях с большими угловыми ускорениями, т. е. при значительном изменении модуля или направления вектора $\omega_s(t)$.

Отметим, что для вектора угловой скорости локальная производная равна его абсолютной производной. Действительно, для произвольного вектора a_s в базисе s, имеющем угловую скорость ω_s, абсолютная производная da_s / dt, характеризующая скорость изменения вектора в абсолютном пространстве, равна [6, 9]

$$\frac{da_s}{dt} = \dot{a}_s + \omega_s \times a_s,$$

где $\dot{a}_s$ — локальная производная, состоящая их производных компонент вектора a_s в базисе s по времени. Подставляя сюда $a_s = \omega_s$, получим, что $d\omega_s / dt = \dot{\omega}_s$. Это означает, что из большой величины $|\dot{\omega}_s|$, следует, что вектор ω быстро меняется и в инерциальном пространстве.

Одинаковая задержка τ по всем трем осям приведет к тому, что ориентация будет вычисляться точно, но с той же задержкой τ. В совокупности с измерениями акселерометров это может приводить к накоплению навигационных ошибок [10]. Однако если рассматривается исключительно задача ориентации, то такая задержка к накоплению ошибок ориентации не приводит. При остановке движения трехгранника s относительно x° ошибка ориентации в точности обнуляется спустя время τ.

Таким образом, представляет интерес только рассинхронизация данных по разным осям чувствительности, и одну из задержек, например, по первой оси, можно считать нулевой, т. е. положить $T = \mathrm{diag}[0, \tau_2, \tau_3]$ и считать τ_1 и τ_2 отрицательными, если данные второго или третьего канала опережают данные первого.

Для пересчета дрейфа ν_s в трехгранник x° используется матрица $D_{x^\circ s}$ взаимной ориентации x° и s, в которой индексы указывают, откуда и куда производится пересчет:

$$\nu_{x^\circ} = D_{x^\circ s}\nu_s = -D_{x^\circ s}T\dot{\omega}_s.$$

Появление знака «минус» при перепроектировании дрейфа известно из теории ошибок БИНС [1–3]. Данная формула позволяет выявить движения трехгранника *s*, для которых рассинхронизация приводит к накоплению погрешностей ориентации. Для них дрейф ν_{x° должен иметь ненулевое среднее:

$$\left\langle \nu_{x^\circ} \right\rangle = \lim_{T\to\infty} T^{-1}\int_0^T \nu_{x^\circ}(t)dt \neq 0,$$

причем для периодических движений $\left\langle \nu_{x^\circ} \right\rangle = T^{-1}\int_0^T \nu_{x^\circ}(t)dt$, где T — период. Далее дрейф с $\left\langle \nu_{x^\circ} \right\rangle \neq 0$ будет называться неосредняемым.

Накопление погрешностей ориентации при действии вибрации. Одно из простых движений, при котором появляется неосредняемый дрейф, было рассмотрено в работе [11]. Оно представляет собой гармоническую качку относительно неподвижной оси, проходящей через начало координат и лежащей в плоскости двух осей трехгранника *s*. Для удобства выполнения стеновых экспериментов можно считать, что ось качки лежит в горизонтальной плоскости. На рис. 1. она для удобства привязки к трехграннику x° направлена вдоль северного направления x_2°.

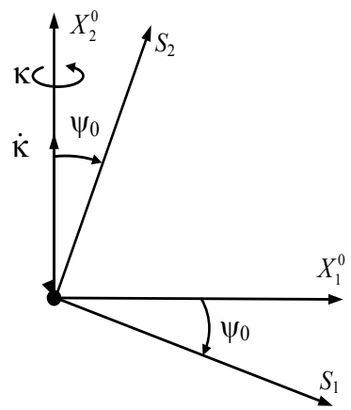

Рис. 1. Качка относительно горизонтальной оси, лежащей в плоскости приборных осей s_1, s_2. Здесь ψ° — угол между осью качки и приборной осью s_2, κ — угол поворота при качке

Из приведенного рисунка видно, что

$$\omega_s(t) = \dot{\kappa}\begin{bmatrix} -\sin\psi_0 \\ \cos\psi_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \nu_s = T\dot{\omega}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{\kappa}\tau_2\cos\psi_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица $D_{x^\circ s}$ выражается через углы ориентации ψ, ϑ, γ формулой

$$D_{x^\circ s} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\gamma + s_\psi s_\vartheta s_\gamma & s_\psi c_\vartheta & c_\psi s_\gamma - s_\psi s_\vartheta c_\gamma \\ -s_\psi c_\gamma + c_\psi s_\vartheta s_\gamma & c_\psi c_\vartheta & -s_\psi s_\vartheta - c_\psi s_\vartheta c_\gamma \\ -c_\vartheta s_\gamma & s_\vartheta & c_\vartheta c_\gamma \end{bmatrix}, \tag{1}$$

где *c* и *s* обозначают соответственно косинус и синус аргумента, указанного внизу этих символов. Вычисления показывают, что

$$\nu_{x^\circ} = D_{x^\circ s}\nu_s = \ddot{\kappa}\tau_2\cos\psi_0\begin{bmatrix} \sin\psi\cos\vartheta \\ \cos\psi\cos\vartheta \\ \sin\vartheta \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Однако финальный результат должен выражаться через исходные параметры задачи — углы ψ_0, κ и их производные. Для этого заметим, что трехгранники x° и *s* совмещаются последовательными поворотами на углы ψ_0 вокруг оси x_3° и κ вокруг оси x_2° в указанном порядке. Им соответствуют [6, 9]:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\psi_0 & \sin\psi_0 & 0 \\ -\sin\psi_0 & \cos\psi_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} \cos\kappa & 0 & \sin\kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\kappa & 0 & \cos\kappa \end{bmatrix},$$

$$D_{x^\circ s} = BA = \begin{bmatrix} \cos\psi_0\cos\kappa & \sin\psi_0\cos\kappa & \sin\kappa \\ -\sin\psi_0 & \cos\kappa & 0 \\ -\cos\psi_0\sin\kappa & -\sin\psi_0\sin\kappa & \cos\kappa \end{bmatrix}.$$

Сопоставление вторых столбцов полученной матрицы $D_{x^\circ s}$ и ее выражения (1) через ψ, ϑ, γ дает:

$$\sin\psi\cos\vartheta = \sin\psi_0\cos\kappa, \quad \cos\psi\cos\vartheta = \cos\psi_0, \quad \sin\vartheta = -\sin\psi_0\sin\kappa.$$

Отсюда

$$\mathrm{tg}\psi = \mathrm{tg}\psi_0\cos\kappa, \quad \sin\vartheta = -\sin\psi_0\sin\kappa,$$

что в совокупности с (2) дает неявную зависимость дрейфа от параметров ψ_0 и κ.

Однако для интересующего нас случая вибрации $|\kappa| \ll 1$, и можно получить приближенные явные зависимости. Для этого разложим тригонометрические функции до первого члена: $\sin\kappa \simeq \kappa$, $\cos\kappa \simeq 1$. Это дает $\psi \simeq \psi_0$, $\vartheta \simeq -\kappa \sin\psi_0$, таким образом,

$$\nu_{x^\circ} = D_{x^\circ s}\nu_s = \ddot{\kappa}\tau_2 \cos\psi_0 \begin{bmatrix} \sin\psi_0 \\ \cos\psi_0 \\ -\kappa\sin\psi_0 \end{bmatrix}.$$

Особый интерес представляет случай гармонического воздействия $\kappa = \kappa_0 \sin\omega t$, поскольку любое периодическое воздействие раскладывается в ряд Фурье по элементарным гармоникам, а, с другой стороны, при действии вибрации часто имеется доминирующая частота и воздействие близко к гармоническому. Для этого случая вычисления показывают, что

$$\langle \nu_{x^\circ} \rangle = -\frac{1}{4}\kappa_0^2\omega^2\tau_2 \sin 2\psi_0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Этот неосредняемый дрейф максимален по модулю при $\psi_0 = \pi/4$. Описанное движение, очевидно, можно использовать для оценки рассинхронизации гироскопических трактов, если при помощи стенда создать гармонические колебания с заданными известными параметрами.

Поскольку нас интересует случай воздействия вибрации, для которой характерна малая амплитуда, практически всегда убывающая при увеличении частоты (в противном случае неограниченно растут перегрузки пропорционально ω^2), рассмотрим следующую постановку задачи. Допустим, что $\psi_0 = \pi/4$, $\tau_2 = 10^{-6}$ с, а модуль дрейфа $|\nu| = \kappa_0^2\omega^2\tau_2/4 = \text{const}$ зафиксируем и положим равным 0,01°/час. Тогда отсюда следует зависимость для амплитуды колебаний $\kappa_0(\omega)$, отвечающей постоянному дрейфу:

$$\kappa_0 = \frac{2}{\omega}\sqrt{\frac{|\nu|}{\tau_2}} = \frac{1}{\pi f}\sqrt{\frac{|\nu|}{\tau_2}},$$

где f — частота в герцах. Полученной зависимости соответствует график, представленный на рис. 2.

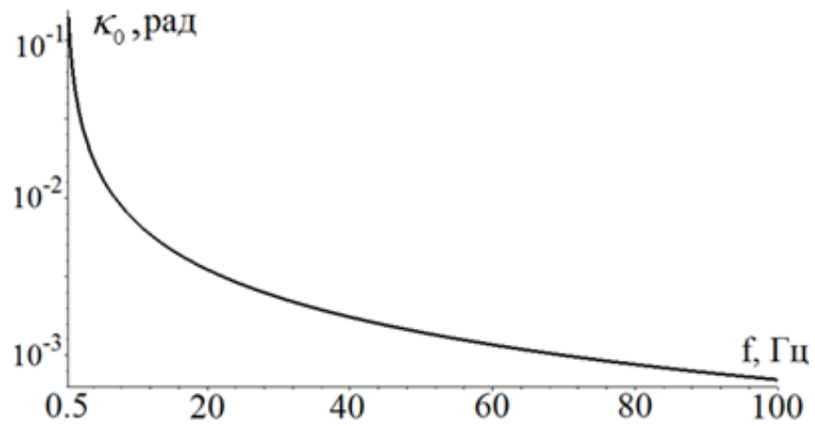

Рис. 2. Зависимость амплитуды колебаний от частоты, соответствующая постоянному дрейфу от задержек в трактах ДУС

Таким образом, амплитуда колебаний убывает обратно пропорционально f. Движение с частотами порядка 1 Гц и амплитудой 10^{-1} рад ≈ 5,7° легко задать на испытательных стендах. Движения с частотами порядка 100 Гц и амплитудами порядка 10^{-3} рад ≈ 3,4′ вполне могут наблюдаться при действии вибрации. В обоих случаях при задержке всего в 10^{-6} с дрейф имеет значение 0,01°/час, существенное для БИНС стандартного класса точности.

Заключение

Воздействие вибрации на БИНС, как правило, ухудшает точность навигационного решения, что традиционно объясняется накоплением погрешностей численного интегрирования уравнений для угловых параметров при некоторых движениях, например, конических. Накапливаемые при этом погрешности особенно велики, если характерные периоды движения имеют порядок такта интегрирования или меньше него.

В статье рассмотрен альтернативный механизм накопления угловых ошибок, связанный с рассинхронизацией в трактах ДУС. Показано, что гармонические колебания относительно неподвижной оси, не коллинеарной осям чувствительности ДУС, приводят к значительному накоплению ошибок ориентации даже при весьма малых рассинхронизациях.

Описанный эффект можно использовать как для оценки задержек информации между каналами ДУС, так и для объяснения накопления погрешностей ориентации при вибрационных испытаниях БИНС, если частота интегрирования уравнений для угловых параметров существенно превышает частоту вибрации и «коническая» схема накопления ошибок не дает удовлетворительного объяснения.

Литература

1. *Голован А. А., Парусников Н. А.* Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е изд., испр. и доп. М.: МАКС Пресс, 2011. – 136 с.

2. *Вавилова Н. Б., Голован А. А., Парусников Н. А.* Краткий курс теории инерциальной навигации. М.: ИПУ РАН, 2022. – 148 с.

3. *Вавилова Н. Б., Голован А. А. Парусников Н. А.* Математические основы инерциальных навигационных систем. Издательство Московского университета, 2020. – 164 с.

4. *Бабич О. А.* Исследование некоммутативных поворотов в алгоритмах ориентации БИНС методом аксоидов. Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами. Вып. 6, 2013. – С. 18–35.

5. *Titterton D. H., Weston J. L.* Strapdown Inertial Navigation Technology. IET. 2004. – 558 p.

6. *Фомичев А. В.* Кинематика точки и твердого тела. М.: МФТИ, 2021. – 125 с.

7. *Панов А. П.* Математические основы теории инерциальной ориентации. Киев: Наукова думка. 1995. – 278 с.

8. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. – 280 с.

9. *Журавлев В. Ф.* Основы теоретической механики. М.: Физматлит, – 307 с.

10. *Кухтевич С. Е. Рафельсон В. Ф. Фомичев А. В.* О погрешностях БИНС, обусловленных несинхронностью трактов измерения угловых скоростей и линейных ускорений и геометрией блока акселерометров. // Труды МИЭА. 2011. Вып. 3. – С. 86–95.

11. *Богданов О. Н. Фомичев А. В.* О влиянии задержек в трактах датчиков угловой скорости на точность навигационного решения бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018. – С. 15–28.

УДК 629.7.05

СИНТЕЗ РЕЖИМОВ ТРАЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЯЖЕЛОГО САМОЛЕТА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПО МЕТОДУ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, *д. т. н., профессор*
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru

В статье предложен метод аналитического синтеза автоматических режимов управления траекторией полета самолета при продольном движении с использованием в качестве исходных данных только характеристик контура нормальной перегрузки. Метод основан на прямом получении желаемых корней замкнутых контуров управления при сравнении характеристического полинома с его аналогом в корневом разложении. Требования на размещение корней задаются для оптимальной по быстродействию колебательной составляющей полинома системы. Единственность полученного решения при определении коэффициента усиления подтверждена методом корневого годографа. Желаемое качество движения и результат синтеза формируются на основе параметров неизменяемой части объекта управления.

Ключевые слова: *траекторное движение самолета, обратная задача модального управление, характеристический полином, замкнутый контур, желаемый переходный процесс.*

SYNTHESIS OF THE MODES OF HEAVY AIRCRAFT FLIGHT PATH CONTROL IN VERTICAL PLANE BY THE METHOD OF MODAL CONTROL INVERSE PROBLEM

Vladimir E. KULIKOV, *D. Sc. in Engineering, professor*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru

The article gives a method for analytical synthesis of flight path control automatic modes in longitudinal motion using only normal overload loop performance as input data. The method is based on direct obtaining the desired roots of closed control loops by comparing the characteristic polynomial to its analogue in the root expansion. The requirements for the location of roots are given for the time optimal oscillatory component of system polynomial. Singularity of the obtained solution in determining the gain is confirmed by root locus method. The desired motion and the result of the synthesis are formed on the basis of the parameters of the control object non-changeable part.

Keywords: *flight path, modal control inverse problem, characteristic polynomial, closed loop, desired step response.*

Решение задачи разработки системы автоматического управления линейными динамическими объектами, в конечном счете, независимо от метода синтеза сводится к такому размещению корней замкнутой системы, которое удовлетворяет желаемому критерию качества ее устойчивого движения. Известны приемы синтеза во временной и частотной [1] областях, при прямом сравнении с эталонной моделью [2] и решении обратной задачи динамики [3], вариационными методами и методами оптимального управления [4], с применением теории фильтрации, в том числе при не полностью наблюдаемом состоянии объекта управления [5]. Все подходы имеют конечной целью формирование контура обратной связи по регулируемой координате движения в условиях заданных воздействий и возможных возмущений.

Базовой теорией, использующей корневой подход к синтезу обратной связи, является теория модального управления [6], условием применения которой является обязательное задание желаемого размещения корней, которое в общем случае не связанно с динамическими характеристиками объекта управления. Поэтому всегда при применении метода модального управления возникает необходимость предварительного (часто эмпирического) установления желаемых корней, от удачного назначения которых зависит конечный результат синтеза.

В работе [7] предложен метод определения желаемого размещения корней на основе данных о динамических параметрах исходного объекта управления, названный методом обратной задачи модального управления (ОЗМУ). Метод позволяет в задаче построения системы автоматического управления (САУ) полетом летательного аппарата одновременно синтезировать управление и определять корни замкнутой системы управления в функции динамических параметров ее неизменяемой части, например, контура отработки перегрузки.

Рассмотрим общий подход к построению автоматических режимов траекторного управления самолета на основе принципа ОЗМУ в вертикальной плоскости. К этим режимам относятся: стабилизация вертикальной скорости полета, высоты, угла наклона траектории и скорости полета при управлении через руль высоты для выхода самолета на заданный эшелон.

Управление вертикальной скоростью полета.

Стандартная схема стабилизации вертикальной скорости V_y приведена на рис. 1.

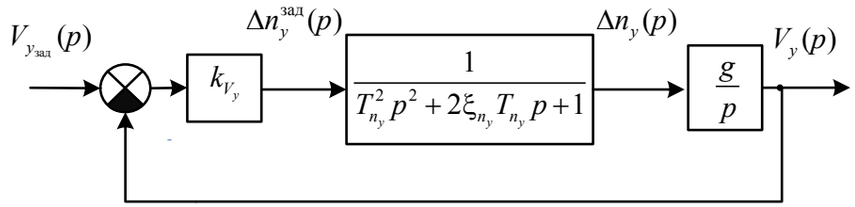

Рис. 1. Структурная схема стабилизации вертикальной скорости полета

Неизменяемой частью системы является устойчивый контур отработки нормальной перегрузки с передаточной функцией

$$W_{n_y}^{n_y^{зад}}(p) = \frac{1}{T_{n_y}^2 p^2 + 2\xi_{n_y} T_{n_y} p + 1}, \tag{1}$$

где T_{n_y}, ξ_{n_y} — известные параметры контура отработки перегрузки: постоянная времени и относительный коэффициент затухания. Соответствующая передаточная функция синтезируемого контура вертикальной скорости полета, согласно структуре (рис. 1), имеет вид:

$$W_{V_y}^{V_y^{зад}}(p) = \frac{\dfrac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2}}{p^3 + \dfrac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} p^2 + \dfrac{1}{T_{n_y}^2} p + \dfrac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2}}, \tag{2}$$

где k_{V_y} — искомый коэффициент настройки контура V_y.

Задача состоит в определении значения коэффициента k_{V_y}, обеспечивающего устойчивость и качество процесса управления. Проведем разложение характеристического полинома (2) на произведение его корневых составляющих, для нашего случая — с одним вещественным корнем и парой комплексно содержащих корней. Будем считать характеристический полином устойчивым, при разложении получим следующий полином, содержащий его собственные корни, в виде произведения двучлена на трехчлен

$$\begin{aligned}&(p-\alpha_1)(p-\alpha_2+j\beta_2)(p-\alpha_2-j\beta_2) = (p-\alpha_1)\left(p^2-2\alpha_2 p+\alpha_2^2+\beta_2^2\right) = \\ &= p^3 + (-\alpha_1-2\alpha_2)p^2 + \left(\alpha_2^2+2\alpha_1\alpha_2+\beta_2^2\right)p - \alpha_1\left(\alpha_2^2+\beta_2^2\right),\end{aligned} \tag{3}$$

где $\alpha_1, \alpha_2 \pm j\beta_2$ — соответственно вещественный и комплексно-сопряженный корни, имеющие алгебраические отрицательные

действительные части. Понятно, что действительные составляющие корней для обеспечения устойчивости [8] должны быть отрицательными величинами. Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях полиномов (2) и (3), можно составить три уравнения

$$\begin{cases} \dfrac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} = -\left(\alpha_1 + 2\alpha_2\right), \\ \dfrac{1}{T_{n_y}^2} = \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2 + \beta_2^2, \\ \dfrac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2} = -\alpha_1\left(\alpha_2^2 + \beta_2^2\right). \end{cases} \tag{4}$$

Система (4) содержит четыре неизвестных переменных: три составляющих корней $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$ и коэффициент настройки САУ k_{V_y}. Распределения корней при известных параметрах контура перегрузки могут быть найдены в функции возможных (положительных) значений коэффициента прямого усиления k_{V_y}. Этот метод называется методом корневого годографа [9, 10]. Найдем эти функции в аналитическом виде, для этого проведем упрощающие преобразования уравнений из (4). Домножим обе части второго уравнения на α_1 и выполним сложение получившихся выражений для левой и правой частей преобразованного второго уравнения с одноименными частями третьего уравнения (4). Получим квадратное уравнение относительно α_1:

$$\frac{\alpha_1}{T_{n_y}^2} + \frac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2} = 2\alpha_1^2\alpha_2,$$

которое имеет устойчивое решение

$$\alpha_1 = \frac{1 - \sqrt{8gk_{V_y}\alpha_2 T_{n_y}^2 + 1}}{4\alpha_2 T_{n_y}^2} \tag{5}$$

при условии $\alpha_2 \geq -\dfrac{1}{8gk_{V_y}T_{n_y}^2}$.

Подстановка (5) в первое уравнение дает уравнение четвертого порядка относительно α_2:

$$\frac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} = -\left(\frac{1 - \sqrt{8gk_{V_y}\alpha_2 T_{n_y}^2 + 1}}{4\alpha_2 T_{n_y}^2} + 2\alpha_2\right),$$

имеющее действительное решение относительно вещественной составляющей α_2 комплексно сопряженного корня $\alpha_2 \pm j\beta$ в функции коэффициента прямого усиления k_{V_y} при фиксированных параметрах контура перегрузки T_{n_y} и ξ_{n_y}, а именно:

$$\alpha_2(k_{Vy}) = \frac{\left[\dfrac{24gk_{V_y}T_{n_y}\xi_{n_y} - 4}{9A(k_{Vy})} - A(k_{Vy}) + \dfrac{1}{3}\right]^2}{8gk_{V_y}T_{n_y}^2},$$

$$A(k_{Vy}) = \left[\frac{4gk_{V_y}T_{n_y}}{3}B(k_{Vy}) + \left(4g^2k_{V_y}^2T_{n_y}^2 - \frac{8gk_{V_y}T_{n_y}\xi_{n_y}}{3} + \frac{8}{27}\right)\right]^{\frac{1}{3}}, \tag{6}$$

$$B(k_{Vy}) = \sqrt{\frac{27g^2k_{V_y}^2T_{n_y}^2 + 32gk_{V_y}T_{n_y}\xi_{n_y}^3 - 36gk_{V_y}T_{n_y}\xi_{n_y} - 4\xi_{n_y}^2 + 4}{3}}.$$

Из первого уравнения (4) при найденной функции (6) найдем функцию вещественного корня

$$\alpha_1(k_{Vy}) = -\frac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} - 2\alpha_2(k_{Vy}), \tag{7}$$

а из второго уравнения (4) с учетом (7) и (6) найдем мнимую часть комплексного корня

$$\beta_2(k_{Vy}) = \frac{\sqrt{-\alpha_1(k_{Vy})\left[\alpha_1(k_{Vy})\alpha_2(k_{Vy})^2T_{n_y}^2 + gk_{Vy}\right]}}{\alpha_1(k_{Vy})T_{n_y}}. \tag{8}$$

Выражения (6), (7) и (8) представляют собой функции аргумента k_{V_y} — коэффициента настройки контура стабилизации V_y. Построим эти функции для фиксированных пар величин $\left(T_{n_y}, \xi_{n_y}\right)$ из области их значений для тяжелого самолета

$$T_{n_y} \in [0{,}3,\ 0{,}8]\text{с} \quad \text{и} \quad \xi_{n_y} \in [0{,}75,\ 1{,}1]. \tag{9}$$

На рис. 2, 3, 4, 5 (стр. 34) показаны траектории движения корней и корневые годографы для пары комплексно-сопряженных корней на комплексной координатной плоскости *Re*0*Jm* для интервальных пар значений $\left(T_{n_y}, \xi_{n_y}\right)$.

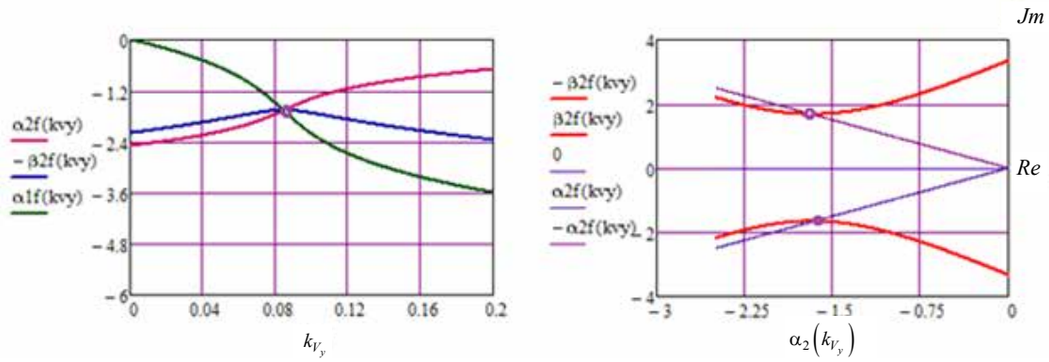

Рис. 2. Годографы корней системы стабилизации V_y при T_{n_y} = 0,3 с и ξ_{n_y} = 0,75

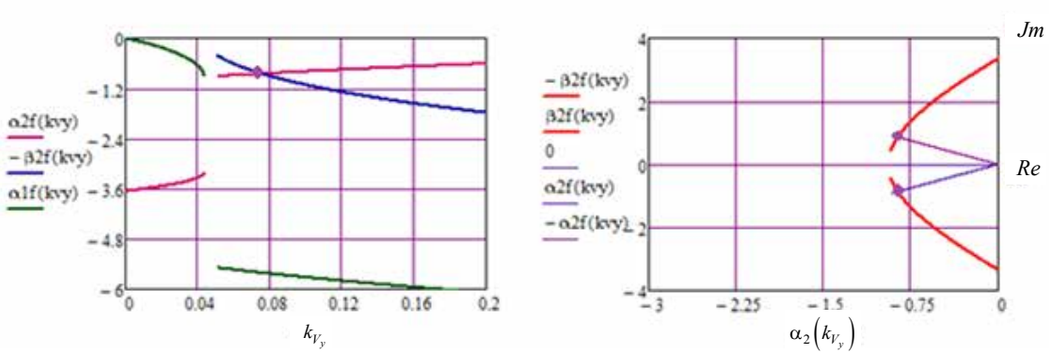

Рис. 3. Годографы корней системы стабилизации V_y при T_{n_y} = 0,3 с и ξ_{n_y} = 1,1

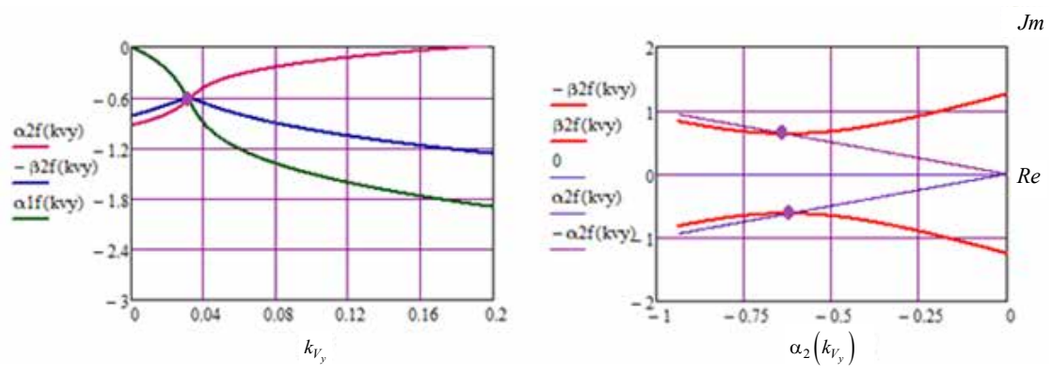

Рис. 4. Годографы корней системы стабилизации V_y при T_{n_y} = 0,8 с и ξ_{n_y} = 0,75

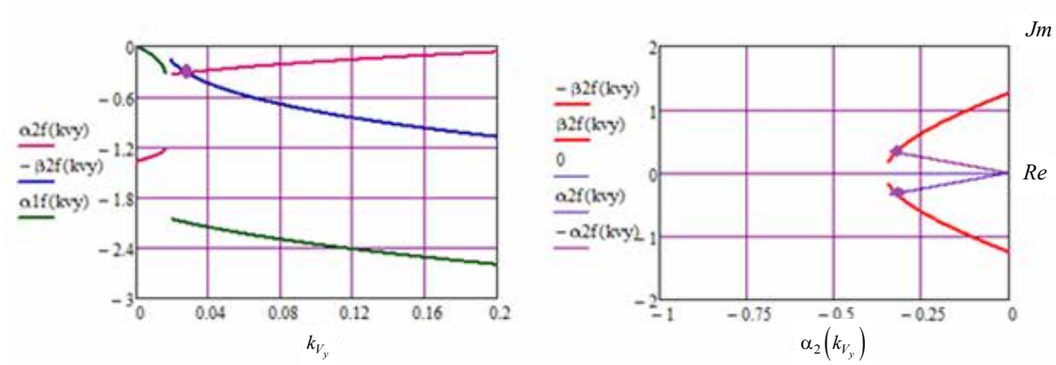

Рис. 5. Годографы корней системы стабилизации V_y при T_{n_y} = 0,8 с и ξ_{n_y} = 1,1

Годографы корней в функции коэффициента усиления k_{V_y} (графики слева) показывают единственное пересечение действительной и комплексной частей колебательного корня. Для графиков годографа стандартного вида (справа) факт совпадения

$$|\alpha_2| = |\beta_2| \tag{10}$$

продемонстрирован точками пересечения кривых годографа с прямыми единичного наклона. Значения коэффициента k_{V_y} в этих точках обеспечивают относительный коэффициент затухания колебательного звена-сомножителя в полиноме (3), равном оптимальному [11] значению

$$\xi_2 = \frac{\alpha_2}{\sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2}} = \frac{\alpha_2}{\sqrt{2\alpha_2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \tag{11}$$

Следует также заметить, что в указанных точках всегда $|\alpha_1| \geq |\alpha_2|$, то есть соотношение постоянных времени апериодического T_1 и колебательного T_2 звеньев-сомножителей из (3) всегда меньше величины $\sqrt{2}$, а именно:

$$T_1 = \frac{1}{|\alpha_1|},\ T_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2^2 + \beta_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}|\alpha_2|},\ \frac{T_1}{T_2} \leq \sqrt{2}. \tag{12}$$

Из (12) следует, что для указанных условий выбора корней доминирующее влияние на быстродействие синтезируемого контура V_y в рассматриваемом диапазоне параметров T_{n_y} и ξ_{n_y} оказывает колебательная составляющая, сама являющаяся по быстродействию в силу (10) оптимальной. Тогда при условии (10), гарантирующем получение быстродействующего контура V_y, представляющим собой

произведение апериодического звена и колебательного звена с оптимальным (11) качеством переходного процесса, система (4) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} = -\left(\alpha_1 + 2\alpha_2\right), \\ \dfrac{1}{T_{n_y}^2} = \alpha_2^2 + 2\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2, \\ \dfrac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2} = -\alpha_1 2\alpha_2^2 \end{cases} \tag{13}$$

и имеет единственное решение

$$k_{V_y} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{2\xi_{n_y}^2 - 1}\left(4\xi_{n_y}^2 - 1 - 2\sqrt{2}\xi_{n_y}\sqrt{2\xi_{n_y}^2 - 1}\right)}{gT_{n_y}},$$
$$\alpha_1 = -\frac{\sqrt{2}\sqrt{2\xi_{n_y}^2 - 1}}{T_{n_y}},\ \alpha_2 = -\frac{\sqrt{2}\xi_{n_y} - \sqrt{2\xi_{n_y}^2 - 1}}{\sqrt{2}T_{n_y}}. \tag{14}$$

Условием существования решения (14) является требование к контуру отработки нормальной перегрузки по относительному коэффициенту затухания

$$\xi_{n_y} > \frac{1}{\sqrt{2}}. \tag{15}$$

Для рассматриваемого диапазона вариаций параметров (9) контура перегрузки условие (15) усилено до значения $\xi_{n_y} \geq 0{,}75$, которое с запасом обеспечивает существование аналитического решения (14). Понятно, что это требование должно быть заранее выполнено для контура перегрузки с целью последующего синтеза контура вертикальной скорости полета.

Рассмотрим результаты применения аналитического решения (14) задачи синтеза контура стабилизации вертикальной скорости полета тяжелых самолетов с параметрами контура перегрузки в диапазоне (9). Переходное движение контура с передаточной функцией (2) при воздействии на вход стандартного возмущения в виде единичного ступенчатого сигнала получается при обратном преобразовании Лапласа

$$V_y(t) = L^{-1}\left\{W_{V_y}^{V_y^{зад}}(p)\cdot V_y^{зад}(p)\right\},\ V_y^{зад}(p) = \frac{1}{p}. \tag{16}$$

На рис. 6, 7 зеленым цветом показаны графики переходных движений $V_y(t)$ для граничных значений исследуемого диапазона значений параметров контура перегрузки. Фиолетовым цветом показаны для сравнения по быстродействию графики отработки нормальной перегрузки

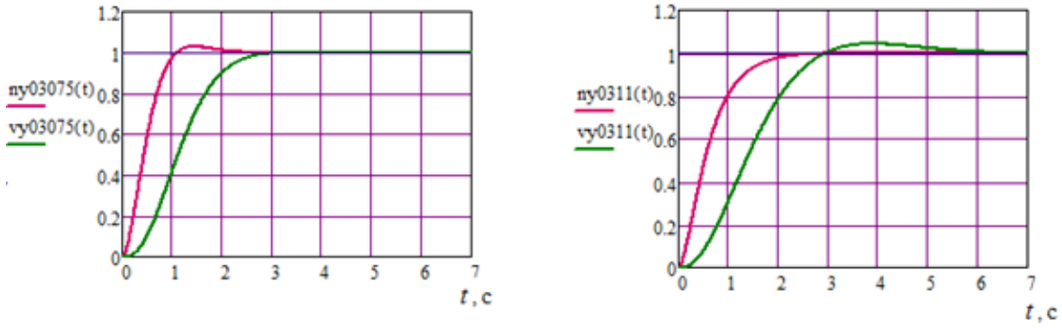

Рис. 6. Переходные процессы по $V_y(t)$ и $n_y(t)$ для T_{n_y} = 0,3 с и ξ_{n_y} = 0,75, 1,1

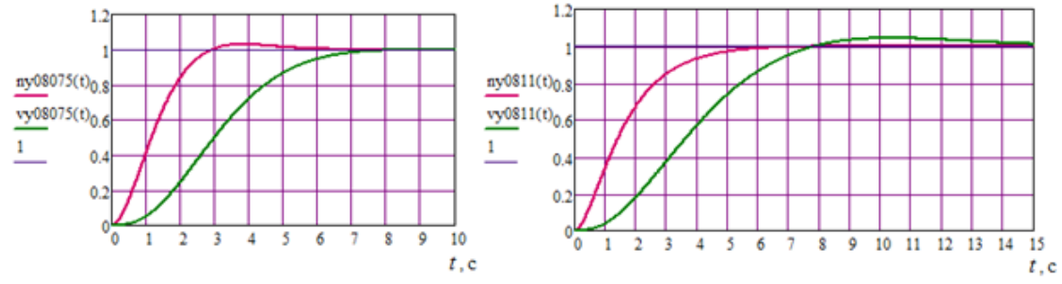

Рис. 7. Переходные процессы по $V_y(t)$ и $n_y(t)$ для T_{n_y} = 0,8 с и ξ_{n_y} = 0,75, 1,1

Для всех переходных процессов вертикальной скорости полета из области исследуемых значений параметров контура перегрузки с найденным коэффициентом k_{V_y} (14) перерегулирование не превышает 4,2%, что удовлетворяет требованиям динамической точности отработки заданной вертикальной скорости.

Управление высотой полета.

Рассмотрим далее по предложенному методу синтеза задачу построения системы стабилизации высоты с учетом полученных выше результатов.

Тогда следящая система стабилизации высоты полета может быть представлена в следующем виде:

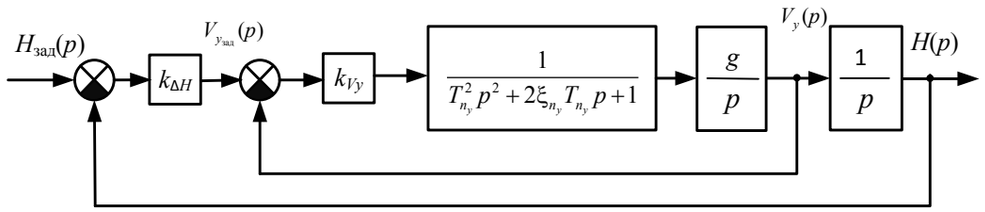

Рис. 8. Структурная схема стабилизации высоты полета

В структуре (рис. 8) следует обратить внимание на вложенный контур вертикальной скорости полета, на вход которого поступает сигнал заданной вертикальной скорости

$$V_y^{зад}(p) = k_{\Delta H}\left[H_{зад}(p) - H(p)\right],$$

сформированный на основе рассогласования по высоте. Сохранение контура V_y позволяет применить подход метода годографа для поиска желаемого качества процесса стабилизации высоты, так как опять искомый коэффициент $k_{\Delta H}$ представляет собой коэффициент усиления в прямой цепи разомкнутой системы стабилизации высоты.

Передаточная функция синтезируемого контура высоты полета, согласно структуре (рис. 8), примет вид:

$$W_H^{H^{зад}}(p) = \frac{\dfrac{gk_{V_y}k_{\Delta H}}{T_{n_y}^2}}{p^4 + \dfrac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}}p^3 + \dfrac{1}{T_{n_y}^2}p^2 + \dfrac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2}p + \dfrac{gk_{V_y}k_{\Delta H}}{T_{n_y}^2}}. \qquad (18)$$

Представим разложение характеристического полинома (18) на произведение трехчленов, то есть двух колебательных полиномов. Построение корневого годографа системы четвертого порядка в аналитическом виде затруднительно. Учитывая стандартную динамику изменения траекторий корней, при которой с увеличением коэффициента усиления возрастает колебательность системы, закрепим условие совпадения действительной и мнимой составляющей одного из трехчлена-сомножителя.

Тогда получим следующее разложение характеристического полинома:

$$\left(p^2 - 2\alpha_3 p + 2\alpha_3^2\right)\left(p^2 + \frac{2\xi_4}{T_4}p + \frac{1}{T_4^2}\right) =$$
$$= p^4 + \left(\frac{2\xi_4}{T_4} - 2\alpha_3\right)p^3 + \left(2\alpha_3^2 + \frac{1}{T_4^2} - \frac{4\alpha_3\xi_4}{T_4}\right)p^2 + \left(\frac{4\alpha_3^2\xi_4}{T_4} - \frac{2\alpha_3}{T_4^2}\right)p + \frac{2\alpha_3^2}{T_4^2}. \qquad (19)$$

Здесь первый полином-сомножитель с комплексно-сопряженным корнем $\alpha_3 \pm j\beta_3$ содержит по аналогии с (10) единственный корневой параметр α_3

$$|\alpha_3| = |\beta_3|, \qquad (20)$$

а второй колебательный полином (19) с комплексно-сопряженным корнем $\alpha_4 \pm j\beta_4$ имеет два неизвестных параметра: постоянную времени и относительный коэффициент затухания

$$T_4 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_4^2 + \beta_4^2}},\ \xi_4 = \frac{\alpha_4}{\sqrt{\alpha_4^2 + \beta_4^2}}. \qquad (21)$$

С учетом неизвестных параметров (20), (21) и искомого коэффициента усиления $k_{\Delta H}$ при сравнении полиномов (18) и (19) становится возможным составление системы четырех уравнений с четырьмя неизвестными: α_3, T_4, ξ_4 и $k_{\Delta H}$, имеющей единственной решение

$$\begin{cases} \dfrac{2\xi_{n_y}}{T_{n_y}} = \dfrac{2\xi_4}{T_4} - 2\alpha_3, \\ \dfrac{1}{T_{n_y}^2} = 2\alpha_3^2 + \dfrac{1}{T_4^2} - \dfrac{4\alpha_3\xi_4}{T_4}, \\ \dfrac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2} = \dfrac{4\alpha_3^2\xi_4}{T_4} - \dfrac{2\alpha_3}{T_4^2}, \\ \dfrac{gk_{V_y}k_{\Delta H}}{T_{n_y}^2} = \dfrac{2\alpha_3^2}{T_4^2}. \end{cases} \qquad (22)$$

Проведем последовательно следующие действия. Домножим обе части первого уравнения (22) на α_3 и проведем сложение одноименных частей преобразованного уравнения и второго уравнения из (22), получим

$$\frac{4\xi_{n_y}}{T_{n_y}}\alpha_3+\frac{1}{T_{n_y}^2}=\frac{1}{T_4^2}-2\alpha_3^2. \qquad (23)$$

Сложение по частям домноженного на α_3 второго уравнения с третьим уравнением дает следующий результат:

$$\frac{\alpha_3}{T_{n_y}^2}+\frac{gk_{V_y}}{T_{n_y}^2}=2\alpha_3^2-\frac{\alpha_3}{T_4^2}. \qquad (24)$$

Из (24) найдем формулу для параметра T_4:

$$T_4=T_{n_y}\sqrt{\frac{\alpha_3}{2\alpha_3^2T_{n_y}^2-\alpha_3-gk_{V_y}}}. \qquad (25)$$

Далее также домножим на α_3 левую и правую части уравнения (23) и проведем последующее сложение по частям с уравнением (24). Получим следующее квадратное уравнение относительно переменной α_3

$$\frac{1}{T_{n_y}^2}\left(4\xi_{n_y}T_{n_y}\alpha_3^2+2\alpha_3+gk_{V_y}\right)=0, \qquad (26)$$

которое имеет физически значимое решение

$$\alpha_3=\frac{C-1}{4\xi_{n_y}T_{n_y}},\ C=\sqrt{1-4g\xi_{n_y}T_{n_y}}. \qquad (27)$$

Выражение для найденного параметра α_3 является функцией только параметров контура нормальной перегрузки (1).

Подстановкой (27) в (25) после преобразований окончательно найдем выражение для постоянной времени

$$T_4=2\sqrt{2}\xi_{n_y}T_{n_y}\sqrt{\frac{1-C}{32D\cdot\xi_{n_y}^2+(C-1)\left[8\xi_{n_y}^2-(C-1)^2\right]}},\ D=gk_{V_y}\xi_{n_y}T_{n_y} \qquad (28)$$

также в функции только исходных параметров контура перегрузки, фактически являющимся базовым аэродинамическим объектом управления.

После подстановки результатов (27) и (28) в первое уравнение (22) находим относительный коэффициент затухания составляющей разложения характеристического полинома

$$\xi_4=\frac{4\xi_{n_y}^2-1+C}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{C-1}{(C-1)\left[(C-1)^2-8\xi_{n_y}^2\right]-32D\cdot\xi_{n_y}^2}}. \qquad (29)$$

При найденных параметрах (28) и (29) из четвертого уравнения определяем в окончательном виде искомый коэффициент усиления контура стабилизации высоты

$$k_{\Delta H}=\frac{(1-C)\left[C\left(2\xi_{n_y}^2+D-1\right)+2\xi_{n_y}^2(4D-1)-3D+1\right]}{16DT_{n_y}\xi_{n_y}^3},$$
$$C=\sqrt{1-4g\xi_{n_y}T_{n_y}},\ D=gk_{V_y}\xi_{n_y}T_{n_y}. \qquad (30)$$

Выражение для коэффициента $k_{\Delta H}$ зависит от априорных параметров контура перегрузки T_{n_y},ξ_{n_y} и коэффициента усиления k_{V_y} контура вертикальной скорости полета.

Построим для граничных значений исследуемого диапазона (9) параметров контура перегрузки переходные процессы по относительной высоте $\bar{H}(t)$ синтезированной системы (18) с настройками (14) и (18) при поступлении на ее вход единичного ступенчатого сигнала. Соответствующие графики показаны на рис. 9а), б).

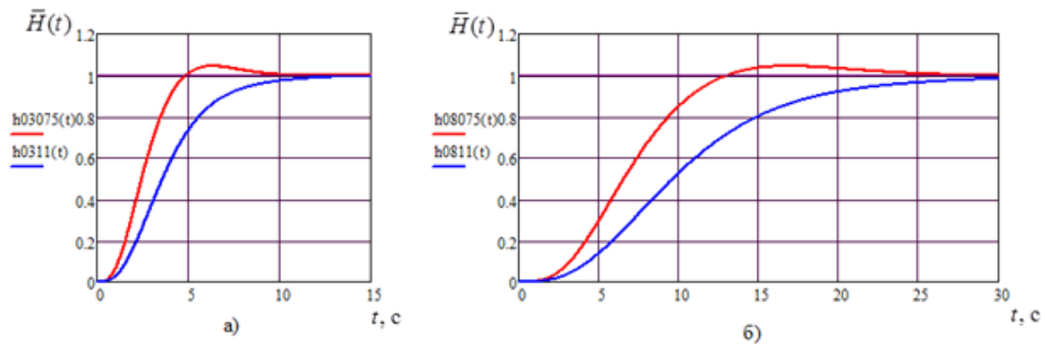

Рис. 9. Переходные процессы отработки высоты:
а) при T_{n_y} = 0,3 с и ξ_{n_y} = 0,75 (красный цвет), ξ_{n_y} = 1,1 (синий цвет);
б) при T_{n_y} = 0,8 с и ξ_{n_y} = 0,75, 1,1

Характер графиков (рис. 9) явно указывает на снижение перерегулирования от 4,3% вплоть до полного его исчезновения при увеличении относительного коэффициента затухания ξ_{n_y} от 0,75 до 1,1 при одновременном увеличение времени регулирования. Таким образом, для повышения быстродействия контура стабилизации высоты существует возможность дополнительно по отношению к значению, полученному по формуле (30), увеличивать коэффициент $k_{\Delta H}$. Например, при линейной коррекции

$$k_{\Delta H}^{\text{корр}} = k_{\Delta H}\left(\xi_{n_y} + 0{,}25\right). \tag{31}$$

Тогда на основании (31) переходные процессы будут иметь вид, показанный на рис. 10. При этом существенно уменьшается время регулирования для высоких значений относительного коэффициента затухания контура перегрузки. Время процесса становится близким ко времени переходного движения для самого быстрого контура перегрузки.

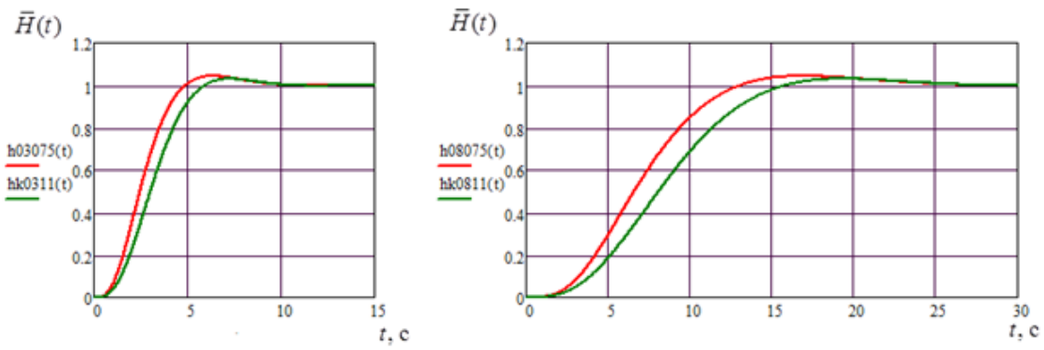

Рис. 10. Переходные процессы по высоте для скорректированного коэффициента усиления (зеленый цвет) при ξ_{n_y} = 1,1 для постоянных времени T_{n_y} = 0,3, 08 с

По сравнению с рис. 9 быстродействие отработки высоты полета для $\xi_{n_y} = 1{,}1$ увеличилось почти в два раза без ухудшения перерегулирования.

В практике применения самолетов тяжелого класса нашел принцип управления скоростью полета через руль высоты при сохранении постоянной тяги, что широко применяется в решении задачи выхода самолета на заданный эшелон на постоянной скорости набора (снижения) высоты. Структурная схема такого контура управления приведена на рис. 11.

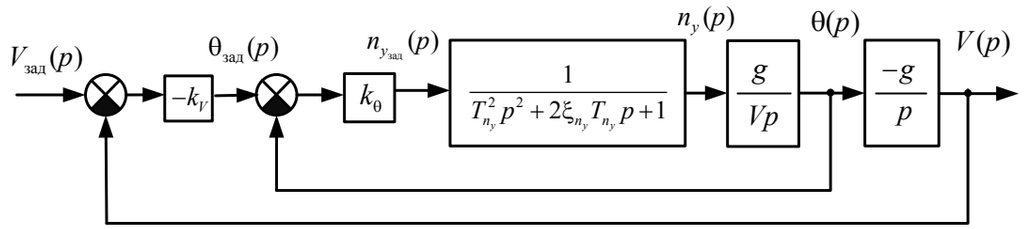

Рис. 11. Структурная схема стабилизации скорости полета через руль высоты

Сравнение рис. 8 и 11 показывает структурное подобие схем управления высотой и скоростью с помощью руля высоты. Здесь при соответствующем масштабировании коэффициентов усиления контуров вертикальной скорости и угла наклона траектории и контуров управления высоты и скорости полета

$$k_\theta = V \cdot k_{V_y},\ k_V = \frac{k_{\Delta H}}{g} \tag{32}$$

правомерно применение результатов синтеза (14), (30), (31) для формирования режимов стабилизации угла наклона траектории и скорости полета. При этом переходные процессы в соответствующем масштабе по динамическим параметрам аналогичны полученным при синтезе контуров стабилизации V_y и H.

В результате получен общий способ синтеза быстродействующих контуров траекторного движения самолета в вертикальной плоскости с использованием управления от руля высоты, аналитически устанавливающий зависимость настройки коэффициентов усиления от параметров контура перегрузки объекта управления.

Литература

1. *Бессекерский В. А.* Динамический синтез систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1970. – 576 с.

2. *Ким Д. П.* Алгебраические методы синтеза систем автоматического управления. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 164 с.

3. *Крутько П. Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели, 1987. – 304 с.

4. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.

5. *Сэйдж Э., Мэлс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. – 495 с.

6. *Кузовков Н. Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.

7. *Куликов В. Е.* Решение обратной задачи модального управления при синтезе регулятора минимальной размерности для режима стабилизации вертикальной скорости полета самолета. // Навигация и управление летательными аппаратами. – М.: МИЭА, Вып. 38, 2022. – С. 39–59.

8. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 472 с.

9. *Удерман Э. Г.* Метод корневого годографа в теории автоматического управления. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 112 с.

10. *Бендриков Г. А., Теодорчик К. Ф.* Траектории корней линейных автоматических систем. – М.: Наука, 1964. – 162 с.

11. *Попов Е. П.* Динамика систем автоматического управления. – М.: Гостехиздат, 1954. – 798 с.

УДК 629.7.058

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО СИНТЕЗА РЕЖИМА СТАБИЛИЗАЦИИ УГЛА НАКЛОНА ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА САМОЛЕТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ

Алексей Алексеевич КУЗИН,
Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, *д. т. н., профессор*
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru

Рассмотрен подход к аналитическому синтезу режима автоматического управления в продольном канале путем идентификации размерных коэффициентов составляющих подъемной силы и момента тангажа с целью расчета постоянных времени и затухания характеристического полинома замкнутой системы, описывающей продольное угловое движение самолета. Расчет постоянных времени и затухания по результатам идентификации обеспечивает расчет оптимальных параметров контура управления угла наклона траектории. Синтезированный контур оценивался в рамках динамической модели тяжелого самолета, приведены результаты моделирования, показано влияние динамики приводов на переходные процессы с учетом введенного демпфирующего момента тангажа, повышающего качество управления перегрузкой.

Ключевые слова: *идентификация, динамическая система, желаемое качество, перерегулирование, коэффициент затухания, угол наклона траектории.*

APPLICATION OF ANALYTICAL SYNTHESIS OF FLIGHT PATH ANGLE HOLD BASED ON ANGULAR MOTION DYNAMIC PARAMETERS IDENTIFICATION

Alexey A. KUZIN
Vladimir E. KULIKOV, *D. Sc. in Engineering, professor*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru

The approach to analytical synthesis of automatic control mode in longitudinal channel by dimensional coefficients of lift and pitching moment components identification is considered. The aim is to calculate the constants of time and damping of closed-loop system characteristic polynomial. The system describes the aircraft longitudinal angular motion. Time and damping constants calculation based on identification results provides the calculation of optimal parameters of flightpath angle control loop. The synthesized loop is evaluated within the heavy aircraft dynamics model, and simulation results are presented. The effect of actuator dynamics on transients with respect to introduced damping pitching moment that improves the overload control is shown.

Keywords: *identification, dynamic system, desired quality, overshoot, damping coefficient, flightpath angle.*

Синтез системы автоматического управления (САУ) проводится в целях построения системы отработки регулируемого параметра движения при обеспечении заданного качества управления. Общее решение задачи синтеза сводится к желаемому распределению корней динамической системы, учитывая вектор состояния системы и наблюдаемость ее параметров. На практике в процессе проектирования САУ и стремлении обеспечить требуемые характеристики переходных процессов замкнутого контура управления исходят из систем дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение объекта.

Постановка задачи синтеза САУ с определением на основе знаний о параметрах свободного движения распределения корней характеристического уравнения замкнутого контура, удовлетворяющего требованиям устойчивости и качества переходного процесса, является обратной задачей теории модального управления (ОЗМУ). Однако решение этой задачи на практике обычно основывается на эмпирических подходах к учету характеристик летательного аппарата.

Исследование характеристических полиномов высокой размерности для замкнутого контура управления, включающих динамические параметры неизменяемой части объекта, например, подсистемы выхода самолета на перегрузку, не позволяет устанавливать зависимости распределения корней от настроек параметров законов управления. При синтезе режима стабилизации вертикальной скорости полета методом ОЗМУ [1] была установлена аналитическая связь коэффициента усиления прямого тракта усиления от постоянной времени T_{n_y} контура перегрузки и относительного коэффициента затухания ξ_{n_y}. Однако параметры T_{n_y} и ξ_{n_y} напрямую не являются характеристиками аэродинамической базы данных самолета и требуют своего определения, в том числе и по результатам летных экспериментов. Возникает вопрос об установлении значений этих параметров и, при необходимости, их коррекции с помощью автоматов устойчивости и управляемости [2]. Эта задача может быть решена с помощью идентификации аэродинамических характеристик [3, 4] продольного движения самолета.

Задача формирования контура отработки перегрузки для получения назначенного относительного коэффициента затухания ξ_{n_y} рассмотрена в работе [5], в которой показана возможность формирования относительного коэффициента затухания с помощью демпфера угловой скорости тангажа ω_z.

Рассмотрим вопрос о совместном применении идентификации и формировании желаемого контура перегрузки для синтеза законов управления траекторным движением самолета.

На основании линеаризованных уравнений продольного движения [6] в предположении постоянства скорости полета V = const и тяги P = const можно записать следующую систему:

$$\begin{cases} \Delta\dot{\alpha} = \Delta\omega_z - \bar{Y}_y^{\alpha}\Delta\alpha - \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\Delta\delta_{рв}, \\ \Delta\dot{\omega}_z = \bar{M}_z^{\alpha}\Delta\alpha + \bar{M}_z^{\omega_z}\Delta\omega_z + \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\Delta\dot{\alpha} + \bar{M}_z^{\delta_{рв}}\Delta\delta_{рв}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\Delta\alpha$ — приращение угла атаки, $\Delta\omega_z$ — приращение угловой скорости вращения по поперечной оси самолета, $\Delta\delta_{рв}$ — приращение руля высоты относительно балансировочного значения, $\bar{Y}_y^{\alpha}$, $\bar{Y}_y^{\delta_{рв}}$ — коэффициенты соответственно производной подъемных сил крыла по углу атаки и стабилизатора по отклонению руля высоты размерности «с$^{-1}$», $\bar{M}_z^{\alpha}$, $\bar{M}_z^{\delta_{рв}}$ — соответственно коэффициенты производных моментов по углу атаки и по отклонению руля высоты размерности «с$^{-2}$», $\bar{M}_z^{\omega_z}$, $\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}$ — соответственно коэффициенты производных моментов по угловой скорости тангажа и производной угла атаки размерности «с$^{-1}$».

Уравнения (1) записаны в системе измерений СИ. Заметим, что по правилу знаков, принятых в динамике движения летательных аппаратов [7], значения величин производных подъемной силы имеют положительные значения, а моментов — отрицательные значения. Поэтому в дальнейшем при выводе соотношений будем сохранять алгебраические знаки из уравнений (1).

На основании [8] с учетом ранее сделанных допущений для системы (1) уравнение для нормальной перегрузки примет вид:

$$\Delta n_y = \frac{V}{g}\left(C_y^{\alpha}\Delta\alpha + C_y^{\delta_{рв}}\Delta\delta_{рв}\right), \quad (2)$$

где Δn_y — приращение нормальной перегрузки в скоростной системе координат, V — модуль вектора воздушной скорости полета, g — ускорение свободного падения.

Представим систему (1) в матричной форме записи в преобразовании Лапласа, опуская для приращений переменных символ «Δ», а именно:

$$\begin{bmatrix} p + \bar{Y}_y^{\alpha} & -1 \\ -\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}p - \bar{M}_z^{\alpha} & p - \bar{M}_z^{\omega_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha(p) \\ \omega_z(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{Y}_y^{\delta_{рв}} \\ \bar{M}_z^{\delta_{рв}} \end{bmatrix} \left[\delta_{рв}(p)\right]. \quad (3)$$

Используя правило Крамера, найдем передаточные функции по углу атаки угловой скорости тангажа по отклонению руля высоты

$$W_{\alpha}^{\delta_{рв}}(p) = \frac{\begin{Vmatrix} -\bar{Y}_y^{\delta_{рв}} & -1 \\ \bar{M}_z^{\delta_{рв}} & p - \bar{M}_z^{\omega_z} \end{Vmatrix}}{\begin{Vmatrix} p + \bar{Y}_y^{\alpha} & -1 \\ -\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}p - \bar{M}_z^{\alpha} & p - \bar{M}_z^{\omega_z} \end{Vmatrix}} = \frac{-\bar{Y}_y^{\delta_{рв}}p + \bar{M}_z^{\delta_{рв}} + \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\bar{M}_z^{\omega_z}}{p^2 + \left(\bar{Y}_y^{\alpha} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\right)p - \left(\bar{M}_z^{\alpha} + \bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}\right)}. \quad (4)$$

$$W_{\omega_z}^{\delta_{рв}}(p) = \frac{\begin{Vmatrix} p + \bar{Y}_y^{\alpha} & -\bar{Y}_y^{\delta_{рв}} \\ -\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}p - \bar{M}_z^{\alpha} & \bar{M}_z^{\delta_{рв}} \end{Vmatrix}}{\begin{Vmatrix} p + \bar{Y}_y^{\alpha} & -1 \\ -\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}p - \bar{M}_z^{\alpha} & p - \bar{M}_z^{\omega_z} \end{Vmatrix}} = \frac{\left(\bar{M}_z^{\delta_{рв}} - \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\right)p + \bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\delta_{рв}} - \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\bar{M}_z^{\alpha}}{p^2 + \left(\bar{Y}_y^{\alpha} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\right)p - \left(\bar{M}_z^{\alpha} + \bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}\right)}. \quad (5)$$

С учетом (4) и (5), изображение уравнения (2) примет вид:

$$n_y(p) = W_{n_y}^{\delta_{рв}}(p)\cdot\delta_{рв}(p) = \frac{V}{g}\left[\bar{Y}_y^{\alpha}\cdot W_{\alpha}^{\delta_{рв}}(p)\cdot\delta_{рв}(p) + \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\cdot\delta_{рв}(p)\right]. \quad (6)$$

Из равенства (6) определяем передаточную функцию по перегрузке

$$W_{n_y}^{\delta_{рв}}(p) = \frac{V}{g}\left(\bar{Y}_y^{\alpha}\cdot W_{\alpha}^{\delta_{рв}}(p)\cdot + \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\right) = \frac{V}{g}\cdot\frac{\bar{Y}_y^{\delta_{рв}}p^2 + \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\left(-\bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\right)p + \bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\delta_{рв}} - \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\bar{M}_z^{\alpha}}{p^2 + \left(\bar{Y}_y^{\alpha} - \bar{M}_z^{\omega_z} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\right)p - \left(\bar{M}_z^{\alpha} + \bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}\right)}. \quad (7)$$

На основании того, что производная подъемной силы по рулю высоты по сравнению с производной по углу атаки мала $\left(\bar{Y}_y^{\delta_{рв}} \ll \bar{Y}_y^{\alpha}\right)$, выражение (7) для передаточной функции по перегрузке может быть преобразовано к виду:

$$W_{n_y}^{\delta_{рв}}(p) = \frac{V}{g}\cdot\frac{\bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\delta_{рв}} - \bar{Y}_y^{\delta_{рв}}\bar{M}_z^{\alpha}}{p^2 + \left(\bar{Y}_y^{\alpha} - \bar{M}_z^{\dot{\alpha}} - \bar{M}_z^{\omega_z}\right)p - \left(\bar{M}_z^{\alpha} + \bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}\right)}. \quad (8)$$

Обратим внимание на то, что динамические системы движения по углу атаки (4), угловой скорости тангажа (5) и перегрузки (8) имеют один и тот же характеристический полином. Приведем выражения передаточных функций (5) и (8) к стандартному виду, для этого разделим их числители и знаменатели на свободный член характеристического полинома $\left(-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}\right)$ и, в итоге, получим следующие передаточные функции:

$$W_{\omega_z}^{\delta_{рв}}(p)=\frac{k_{\omega_z}\left(T_{\omega_z}p+1\right)}{T_{n_y}^2p^2+2\xi_{n_y}T_{n_y}p+1}, \tag{9}$$

$$W_{n_y}^{\delta_{рв}}(p)=\frac{k_{n_y}}{T_{n_y}^2p^2+2\xi_{n_y}T_{n_y}p+1} \tag{10}$$

с параметрами:

$$T_{n_y}=\frac{1}{\sqrt{-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}}},\quad \xi_{n_y}=\frac{\bar{Y}_y^{\alpha}-\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}-\bar{M}_z^{\omega_z}}{2\sqrt{-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}}}, \tag{11}$$

$$k_{\omega_z}=\frac{C_y^{\alpha}M_z^{\delta_{рв}}-M_z^{\alpha}C_y^{\delta_{рв}}}{-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\omega_z}}, \tag{12}$$

$$k_{n_y}=\frac{V}{g}k_{\omega_z}. \tag{13}$$

Анализ выражения (11) для относительного коэффициента затухания ξ_{n_y} показывает, что в случае недостаточного демпфирования движения самолета по перегрузке имеется возможность искусственного введения дополнительной составляющей в коэффициент производной момента по угловой скорости тангажа от демпфера тангажа

$$\Delta\bar{M}_z^{\omega_z}=\bar{M}_z^{\delta_{рв}}\cdot\mu_{\omega_z}, \tag{14}$$

где μ_{ω_z} — передаточное число демпфера, увеличивающего демпфирование углового движения самолета. Угловое движение свободного тяжелого самолета преобладающим образом имеет затухание, соответствующее относительному коэффициенту затухания в диапазоне $\xi_{n_y}\in 0{,}4,\ 0{,}8]$. Для построения контуров траекторного движения предпочтительно всегда иметь относительный коэффициент затухания $\xi_{n_y}>0{,}8$.

В соответствии с этим определим желаемое значение коэффициента $\xi_{n_y}^{ж}>0{,}8$ и найдем для него соответствующий коэффициент демпфирования μ_{ω_z} с помощью добавки к производной по угловой скорости тангажа (14) во втором уравнении (1), которое будет выглядеть следующим образом:

$$\dot{\omega}_z=\bar{M}_z^{\alpha}\alpha+\left(\bar{M}_z^{\omega_z}+\Delta\bar{M}_z^{\omega_z}\right)\omega_z+\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\dot{\alpha}+\bar{M}_z^{\delta_{рв}}\delta_{рв}. \tag{15}$$

Тогда на основании (11) с учетом (14) можно записать

$$\xi_{n_y}^{ж}=\frac{\bar{Y}_y^{\alpha}-\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}-\left(\bar{M}_z^{\omega_z}+\bar{M}_z^{\delta_{рв}}\cdot\mu_{\omega_z}\right)}{2\sqrt{-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\left(\bar{M}_z^{\omega_z}+\bar{M}_z^{\delta_{рв}}\cdot\mu_{\omega_z}\right)}}. \tag{16}$$

Уравнение (16) имеет относительно искомого коэффициента μ_{ω_z} физически значимое решение

$$\mu_{\omega_z}=\frac{\bar{Y}_y^{\alpha}-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{M}_z^{\omega_z}-2\xi_{n_y}^{ж}\sqrt{\left(\bar{Y}_y^{\alpha}\right)^2\left(\xi_{n_y}^{ж}\right)^2-\left(\bar{Y}_y^{\alpha}\right)^2+\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}\bar{Y}_y^{\alpha}-\bar{M}_z^{\alpha}}-2\bar{Y}_y^{\alpha}\xi_{n_y}^{ж}}{\bar{M}_z^{\delta_{рв}}}. \tag{17}$$

Тогда, считая привод руля высоты безынерционным, получим передаточную функцию по угловой скорости тангажа с демпфером, обеспечивающим желаемый относительный коэффициент затухания $\xi_{n_y}^{ж}$, а именно:

$$W_{\omega_z\,д}^{\delta_{рв}^{упр}}(p)=\frac{-k_{\omega_z}^{д}\left(T_{\omega_z}^{д}p+1\right)}{\left(T_{n_y}^{д}\right)^2p^2+2\xi_{n_y}^{д}T_{n_y}^{д}p+1},\quad \delta_{рв}^{упр}=-\delta_{рв}, \tag{18}$$

с параметрами

$$T_{\omega_z}^{д}=T_{\omega_z},\ T_{n_y}^{д}=\frac{1}{\sqrt{-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\left(\bar{M}_z^{\omega_z}+\bar{M}_z^{\delta_{рв}}\cdot\mu_{\omega_z}\right)}},$$
$$k_{\omega_z}^{д}=\frac{\bar{Y}_y^{\alpha}\bar{M}_z^{\delta_{рв}}-\bar{M}_z^{\alpha}\bar{Y}_y^{\delta_{рв}}}{-\bar{M}_z^{\alpha}-\bar{Y}_y^{\alpha}\left(\bar{M}_z^{\omega_z}+\bar{M}_z^{\delta_{рв}}\cdot\mu_{\omega_z}\right)}. \tag{19}$$

В формуле (18) для правильного замыкания контура демпфирования введен управляющий сигнал руля высоты $\delta_{рв}^{упр}$, совпадающий по знаку с получаемой угловой скоростью тангажа, так как знак руля высоты $\delta_{рв}$

и создаваемая им угловая скорость ω_z по определению имеют противоположные знаки. Замыкание по правилам структурных преобразований [9] свободного объекта (9) обратной связью демпфера при тех же по знаку руля условиях дает следующую передаточную функцию:

$$W_{\omega_z\,\text{д}}^{\delta_{\text{рв}}^{\text{упр}}}(p)=\frac{-k_{\omega_z}\left(T_{\omega_z}p+1\right)}{T_{n_y}^2p^2+2\xi_{n_y}T_{n_y}p-k_{\omega_z}T_{\omega_z}\mu_{\omega_z}p-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}+1}. \qquad (20)$$

Нетрудно убедиться, что передаточные функции (18) и (20) тождественно равны, Передаточную функцию (20) удобно применять для построения системы управления по перегрузке, передаточная функция которой, с учетом (10) и (13), будет равна

$$W_{n_y\,\text{д}}^{\delta_{\text{рв}}^{\text{упр}}}(p)=\frac{V}{g}\cdot\frac{-k_{\omega_z}}{T_{n_y}^2p^2+2\xi_{n_y}T_{n_y}p-k_{\omega_z}T_{\omega_z}\mu_{\omega_z}p-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}+1}. \qquad (21)$$

Для получения эффекта следящей системы отработки заданной перегрузки (с астатизмом первого порядка по входному сигналу) передаточная функция по отработке заданной перегрузки с внутренним контуром демпфирования (20) может быть представлена в виде:

$$W_{n_y\,\text{д}}^{n_y^{\text{зад}}}(p)=k_{\delta_{\text{рв}}^{\text{упр}}}^{n_y^{\text{зад}}}\cdot W_{n_y\,\text{д}}^{\delta_{\text{рв}}^{\text{упр}}}(p),\quad k_{\delta_{\text{рв}}^{\text{упр}}}^{n_y^{\text{зад}}}=\frac{g\left(1-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}\right)}{-Vk_{\omega_z}} \qquad (22)$$

или

$$W_{n_y\,\text{д}}^{n_y^{\text{зад}}}(p)=\frac{1-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}}{T_{n_y}^2p^2+2\xi_{n_y}T_{n_y}p-k_{\omega_z}T_{\omega_z}\mu_{\omega_z}p-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}+1}. \qquad (23)$$

Передаточная функция (22) обеспечивает переходное движение по перегрузке с заданным относительным коэффициентом затухания $\xi_{n_y}^{\text{ж}}$ и представляет собой идеальный вариант программной отработки перегрузки по прямой цепи без формирования обратной связи по перегрузке, но за счет точно рассчитанного по результатам идентификации прямого коэффициента усиления. Характеристики требуемого качества управления гарантируются рассчитанным указанным способом передаточным числом демпфера тангажа (17), включенного в работу автопилота.

В реальной системе управления самолета руль перемещается от силового рулевого привода, который, в свою очередь при включенной автоматическом управлении отрабатывает перемещение рулевой машины автопилота.

Передаточная функция рулевой машины [10] в линейном представлении описывается звеном второго порядка и имеет вид:

$$W_{\delta_{\text{рв}}^{\text{упр}}}^{\delta_{\text{рм}}}(p)=\frac{1}{T_{\text{рм}}^2p^2+2\xi_{\text{рм}}T_{\text{рм}}p+1}, \qquad (24)$$

где $T_{\text{рм}}$ — постоянная времени и $\xi_{\text{рм}}$ — относительный коэффициент затухания рулевой машины автопилота. Силовой привод руля достаточно представить [11] в виде апериодического звена.

$$W_{\delta_{\text{рм}}}^{\delta_{\text{рв}}}(p)=\frac{1}{T_{\text{рп}}p+1}, \qquad (25)$$

где $T_{\text{рм}}$ — постоянная времени силового рулевого агрегата, механически отклоняющего руль высоты.

Структурная схема отработки заданной перегрузки с учетом динамики приводов и демпфером представлена на рис. 1.

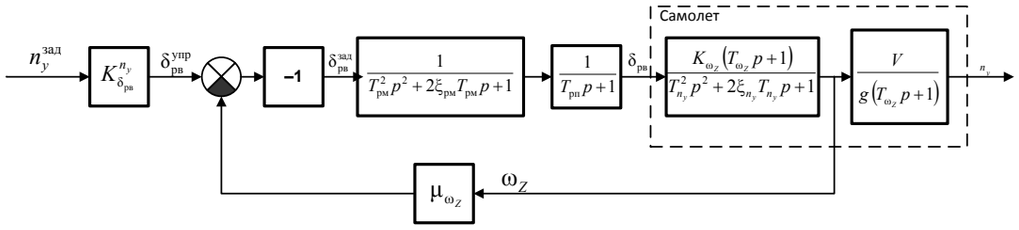

Рис. 1. Структура контура отработки перегрузки с приводами

Передаточная функция отработки заданной перегрузки, соответствующая структуре (рис. 1) примет вид:

$$W_{n_y\,\text{д}}^{n_{y\text{зад}}}(p)=\frac{a_0}{a_5p^5+a_4p^4+a_3p^3+a_2p^2+a_1p+a_0},$$

$$a_5=T_{n_y}{}^2T_{\text{рп}}T_{\text{рм}}^2,\quad a_4=T_{n_y}{}^2T_{\text{рм}}^2+2T_{\text{рп}}\xi_{\text{рм}}T_{n_y}^2T_{\text{рм}}+2\xi_{n_y}T_{n_y}T_{\text{рп}}T_{\text{рм}}^2,$$

$$a_3=2\xi_{\text{рм}}T_{n_y}{}^2T_{\text{рм}}+T_{\text{рп}}T_{n_y}{}^2+2\xi_{n_y}T_{\text{рм}}^2+4\xi_{n_y}T_{\text{рм}}\xi_{\text{рм}}T_{n_y}T_{\text{рп}}+T_{\text{рп}}T_{\text{рм}}^2,$$

$$a_2=T_{n_y}{}^2+4\xi_{\text{рм}}\xi_{n_y}T_{\text{рм}}+2\xi_{n_y}T_{\text{рп}}T_{n_y}+T_{\text{рм}}^2+2T_{рп}\xi_{\text{рм}}T_{\text{рм}},$$

$$a_1=T_{\text{рп}}+2\xi_{n_y}T_{n_y}+2T_{\text{рм}}\xi_{\text{рм}}-k_{\omega_z}T_{\omega_z}\mu_{\omega_z},\quad a_0=1-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}. \qquad (26)$$

Как следует из (26), несмотря на пропорциональный способ управления, то есть когда получаемая перегрузка пропорциональна порции руля высоты, удалось добиться эффекта следящей системы по «отработке» заданной перегрузки за счет точного знания аэродинамических коэффициентов продольного движения самолета. Система «контура» отработки нормальной перегрузки имеет астатизм первого порядка, не имея обратной связи по сигналу перегрузки. Такая возможность построения внутреннего контура перегрузки, необходимого для синтеза контуров траекторного движения самолета в вертикальной плоскости, определяется исходным свойством устойчивости свободного углового движения, которое скорректировано обратной связью демпфера по сигналу ω_z для получения желаемого качества переходного процесса. Здесь параметр движения скорости тангажа становится параметром траекторного движения с получаемой при этом перегрузкой, собственно искривляющей траекторию.

Получение «идеальной» (23) и реальной системы с учетом динамики рулевых приводов (26) основывается на точном получении основных трех параметров T_{n_y}, ξ_{n_y} и коэффициента усиления k_{ω_z} объекта управления. Эти параметры, как было показано, выражаются через размерные аэродинамические коэффициенты — составляющие подъемной силы и момента тангажа. Принципиальным преимуществом прямой идентификации размерных аэродинамических параметров при синтезе САУ по сравнению с безразмерными (что принято в аэродинамике) является независимость их получения от моментов инерции, центровки, массы самолета, скоростного напора и измерения числа Маха в полете, истинной воздушной скорости — факторов, влияющих на точность определения безразмерных коэффициентов.

Непосредственный аналитический учет аэродинамических свойств объекта управления в решении задачи формирования законов автоматического управления полетом самолета предполагает проведение идентификации аэродинамических коэффициентов продольного движения. Значимые результаты на практике показывает методика применения модифицированного метода Ньютона [12], использующая запись реакции движения самолета по угловой скорости тангажа и нормальной перегрузке на выполненные дачи руля высоты в диапазоне от 2° до -3° с интервалами фиксации руля 2–5 секунды. По этой методике была проведена идентификация параметров углового движения на участке полета тяжелого самолета на высоте $H = 1500$ м и приборной скорости $V_{\text{пр}} = 450$ км/ч, в результате чего получены оценки необходимых размерных аэродинамических коэффициентов, сведенные в таблицу 1.

Таблица 1. Оценки аэродинамических коэффициентов

$\bar{Y}_y^{\alpha}$, с$^{-1}$	$\bar{M}_z^{\alpha}$, с$^{-2}$	$\bar{M}_z^{\omega_z}$, с$^{-1}$	$\bar{M}_z^{\dot{\alpha}}$, с$^{-1}$	$\bar{M}_z^{\delta_{\text{рв}}}$, с$^{-2}$	$\bar{Y}_y^{\delta_{\text{рв}}}$, с$^{-1}$
0,5967	−2,86	−1,1685	−0,398	−2,388	−0,00784

По формулам (11), (12) были получены следующие параметры продольного движения свободного самолета

$$T_{n_y} = 0{,}53\,\text{с},\ \xi_{n_y} = 0{,}57,\ k_{\omega_z} = -0{,}394\,\text{с}^{-1}. \tag{27}$$

В теории автоматического управления [13, стр. 70] оптимальным по быстродействию и по перерегулированию (4,3%) для системы второго порядка является относительный коэффициент $\xi_{\text{опт}} = 1/\sqrt{2}$. На практике величина относительного коэффициента затухания по перегрузке ξ_{n_y} не должна быть менее 0,75 (с целью получения перерегулирования менее 2,8%). Исходя из этого, установим желаемое значение относительного коэффициента затухания для синтезируемого контура перегрузки равным

$$\xi_{n_y}^{\text{ж}} = 0{,}9. \tag{28}$$

С учетом полученных результатов определения параметров (27) для желаемого значения затухания (28), рассчитаем по формуле (17) передаточное число демпфера

$$\mu_{\omega_z} = 0{,}703 \tag{29}$$

Соответствующие значениям (28) и (29) параметры контура с демпфером, согласно (19), составляют следующие величины

$$T_{n_y}^{\text{д}} = 0{,}468\,\text{с},\ k_{\omega_z}^{\text{д}} = -0{,}307\,\text{с}^{-1}. \tag{30}$$

По полученным данным (27), (30) и при найденных [14] параметрах динамических звеньев (24), (25) реальных приводов

$$T_{\text{рм}} = 0{,}14\,\text{с},\ \xi_{\text{рм}} = 0{,}8,\ T_{\text{рп}} = 0{,}065\,\text{с} \tag{31}$$

были построены стандартные переходные процессы по перегрузке свободного самолета $n_y^{\text{своб}}(t)$, с идеальным демпфером $n_y^{\text{демпф}}(t)$ и с реальным демпфером, учитывающим рулевую машинку САУ и силовой привод $n_{y_{\text{привод}}}^{\text{демпф}}(t)$, изображенные на рис. 2 (стр. 56).

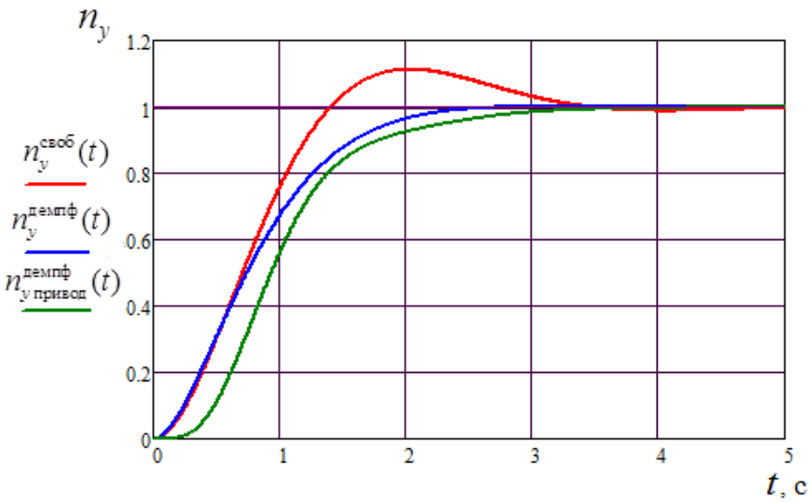

Рис. 2. Переходные процессы по перегрузке в свободном движении, с идеальным и реальным демпферами

Полученные переходные процессы имеют для свободного самолета перерегулирование 11,2% с желаемым демпфером 0,2%, а с учетом приводов не имеет перерегулирования. Сами привода практически не искажают переходное движение, сдвигая процесс по времени на 0,3...0,5 с, что в целом не оказывает влияния на результат синтеза по полученным с помощью (17), (19) параметрам (29), (30) и не требует уточнения перенастройки реального демпфера.

Покажем применение полученного результата формирования желаемого динамического контура нормальной перегрузки для синтеза режима стабилизации угла наклона траектории (УНТ) полета самолета. Представим структуру системы управления этим режимом аналогично системе управления вертикальной скорости полета [1], как показано на рис. 3.

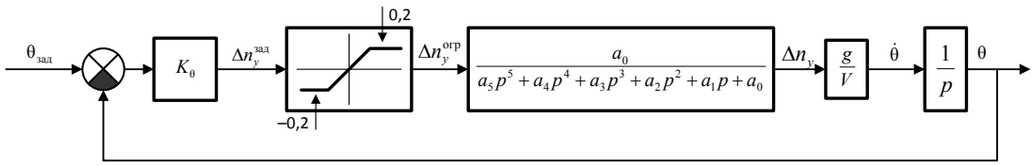

Рис. 3. Структурная схема контура отработки угла наклона траектории

В структуре контура учтены привода самолета и для обеспечения безопасности движения введено ограничение по приращению перегрузки, предусмотренное в требованиях к системе автоматического управления.

Для нашего случая улучшения демпфирования самолета коэффициент усиления контура управления углом наклона траектории k_θ связан с полученным в [1] коэффициентом усиления контура стабилизации вертикальной скорости следующим образом:

$$k_\theta = V\cdot k_{V_y},\quad k_{V_y} = \frac{\sqrt{2\left(\xi_{n_y}^{ж}\right)^2\xi_{n_y}^2-1}\cdot\left[\sqrt{2}\left(4\left(\xi_{n_y}^{ж}\right)^2-1\right)-4\xi_{n_y}^{ж}\sqrt{2\left(\xi_{n_y}^{ж}\right)^2-1}\right]}{gT_{n_y}^{д}}. \tag{32}$$

Коэффициент (32) определяет долю приращения заданной перегрузки по рассогласованию заданного и текущего углов наклона траектории. Для рассмотренного выше режима полета самолета при полученных параметрах контура перегрузки (28 – 30) коэффициент прямого усиления равен

$$k_\theta = 7{,}143. \tag{33}$$

Передаточная функция идеального контура УНТ с безынерционными приводами на основании (23) и структуре замыкания (рис. 3) примет вид:

$$W_{\theta_{ид}}^{\theta_{зад}}(p) = \frac{gk_\theta\left(1-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}\right)}{VT_{n_y}^2p^3+V\left(2\xi_{n_y}T_{n_y}-k_{\omega_z}T_{\omega_z}\mu_{\omega_z}\right)p^2+V\left(1-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}\right)p+gk_\theta\left(1-k_{\omega_z}\mu_{\omega_z}\right)}. \tag{34}$$

Передаточная функция в линейной зоне изменения перегрузки для реального контура УНТ с приводами, согласно рис. 3, примет вид:

$$W_{\theta_{пр}}^{\theta_{зад}}(p) = \frac{gk_\theta a_0}{Va_5p^6+Va_4p^5+Va_3p^4+Va_2p^3+Va_1p^2+Va_0p+gk_\theta a_0}. \tag{35}$$

Построим для систем (34) и (35) переходные процессы по углу наклона траектории при выходе самолета на $\theta_{зад} = 3^\circ$, показанные на рис. 4 (стр. 58).

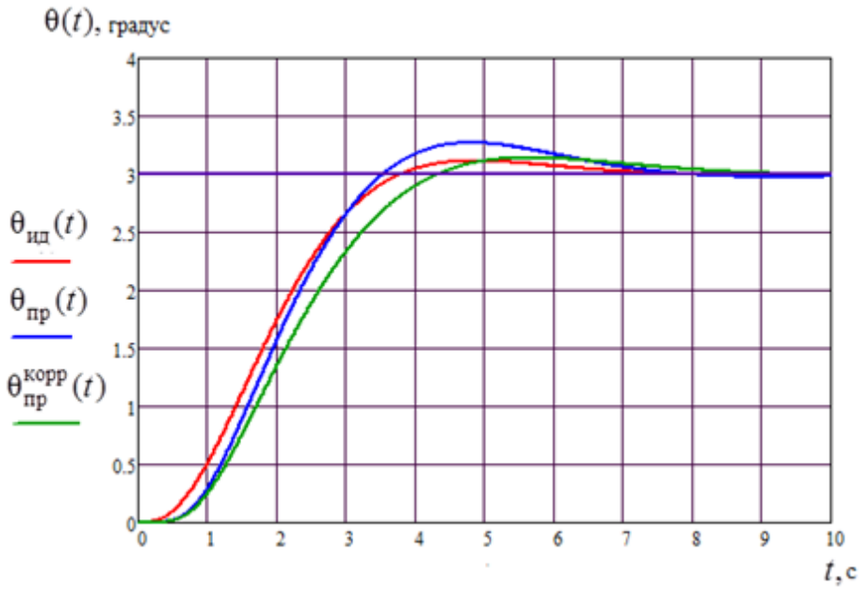

Рис. 4. Переходные движения по углу наклона траектории при выходе на заданный угол 3°

Идеальный контур обеспечивает перерегулирование 3,8%. Контур с включением приводов при таком же, как и для идеального контура коэффициенте $k_\theta(33)$, имеет перерегулирование по $\theta_{пр}$ 9%. Для его снижения достаточно уменьшения коэффициента усиления на 15% $k_\theta^{корр} = 0{,}85k_\theta$ с получением приемлемого перерегулирования 4,7%.

Рассмотрим на том же режиме полета реализацию синтезированного контура для отработки заданного угла наклона траектории в рамках полноразмерной модели тяжелого самолета, летящего со стабилизацией скорости под управлением автомата тяги, и оценим качество переходного процесса при рассчитанных по найденным аэродинамическим коэффициентам параметрах САУ. Результаты проверки показаны на рис. 5 при отработке $\theta_{зад} = 3^\circ$ и на рис. 6 при перекладке с заданного угла $+5^\circ$ на угол -5°.

Анализ переходных процессов показывает, что перерегулирование по УНТ не превышает 3% при обеспечении заданных ограничений на приращения перегрузки $\pm 0{,}2$.

Полученный синтезированный контур отработки заданного угла наклона траектории регулируется напрямую через входящий в него коэффициент усиления, который в свою очередь является функцией от заданного коэффициента относительного затухания и постоянной времени контура отработки заданной перегрузки свободного самолета.

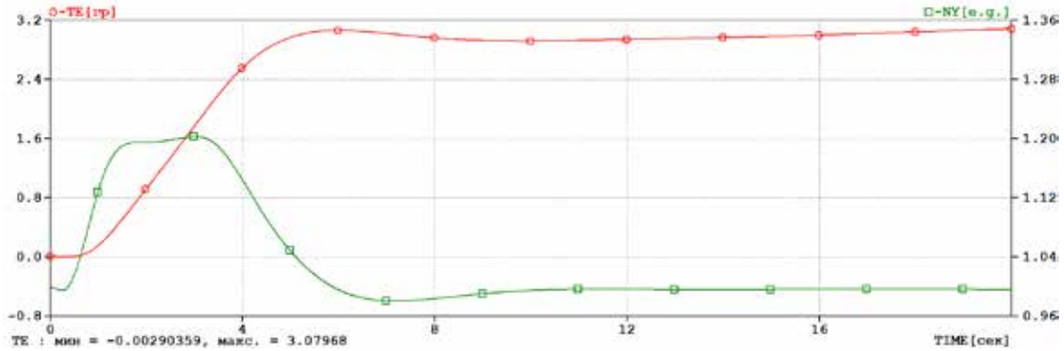

Рис. 5. График переходного процесса по углу наклона траектории и нормальной перегрузке синтезированного контура управления при отработке заданного значения +3°

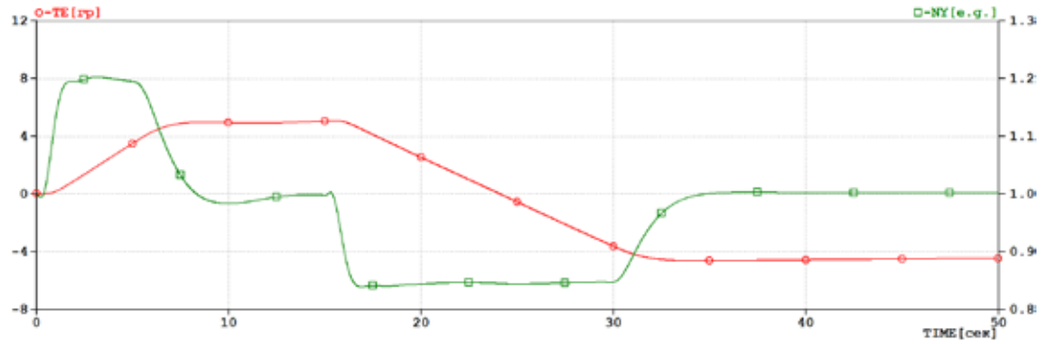

Рис. 6. График переходного процесса по углу наклона траектории и нормальной перегрузке при перекладке заданного угла с +5° на −5°

Поскольку все параметры контура напрямую зависят от размерных коэффициентов, описывающих аэродинамические свойства объекта, необходимо учитывать, что значения параметров настройки САУ могут изменяться в зависимости от текущих высотно-скоростных параметров движения или изменении геометрии крыла при выпуске закрылков. В этих случаях задача синтеза будет требовать учета изменения параметров настройки как функций параметров высоты, скорости (числа М) и геометрии крыла. Таким образом, при изменении условий полета требуется коррекция передаточных коэффициентов полученного контура УНТ от указанных параметров.

В результате предложен способ синтеза контура отработки заданной угла наклона траектории по методу обратной задачи модального управления с применением идентификации аэродинамических параметров тяжелого самолета. Найденные размерные оценки аэродинамических коэффициентов используются в расчете параметров настройки синтезируемого контура по найденным аналитическим зависимостям. Такой подход позволяет обеспечивать требования к качеству переходных процессов автоматических режимов траекторного управления с возможностью гибкой настройки контура в эксплуатационном диапазоне применения летательного аппарата.

Литература

1. *Куликов В. Е.* Решение обратной задачи модального управления при синтезе регулятора минимальной размерности для режима стабилизации вертикальной скорости полета самолета. // Навигация и управление летательными аппаратами. – М.: МИЭА, Вып. 38, 2022. – С 39–59.

2. *Ефремов А. В.*, *Захарченко В. Ф.*, *Овчаренко В. Н.* и др. Динамика полета; под ред. Г. С. Бюшгенса. – М.: Машиностроение, 2011. – С. 694–700.

3. *Кулифеев Ю. Б.* Дискретно-непрерывный метод идентификации непрерывных систем, Изв. АН СССР. Механика твердого тела. № 5, 1981. – С. 47–55.

4. *Корсун О. Н.* Принципы параметрической идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний. Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. № 06, 2008. – С. 2–7.

5. *Куликов В. Е.* Аналитический синтез демпфера тангажа с использованием аэродинамических параметров линеаризованных силовых уравнений продольного движения самолета. // Труды Московского института электромеханики и автоматики. Навигация и системы управления летательными аппаратами. – М.: МИЭА, Вып. 10, 2015. – С. 2–19.

6. *Овчаренко В. Н.* Аэродинамические характеристики летательных аппаратов: Идентификация по полетным данным. – М.: ЛЕНАНД, 2019. – 236 с.

7. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения, обозначения. – М.: Издательство стандартов, 1981.

8. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. / Под ред. Г. С. Бюшгенса. – М.: Наука. Физматлит, 1998. – 816 с.

9. *Кочетков Ю. А.* Основы автоматики авиационного оборудования. – М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1975. – 454 с.

10. *Воронин С. Г.* Электропривод летательных аппаратов: Конспект лекций. Часть 1. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2006. – 171 с.

11. *Васечкин Ю. С.* Гидравлические приводы летательных аппаратов: учебное пособие. / Ю. С. Васечкин, Ю. Г. Оболенский. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. – 44 с.

12. *Корсун О. Н.*, *Николаев С. В.* Методика идентификации аэродинамических коэффициентов продольного движения самолета в эксплуатационном диапазоне углов атаки. // Мехатроника, автоматизация, управление. Т. 16, № 4, 2015. – С. 269–276.

13. *Бесекерский В. А.*, *Попов Е. П.* Теория систем автоматического управления. / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2003. – 752 с.

14. *Куликов В. Е.*, *Куликов В. В.*, *Юрченко Д. Б.* Модель наблюдения в пространстве фазовых координат рулевого привода самолета. // Труды Московского института электромеханики и автоматики. Навигация и системы управления летательными аппаратами. – М.: МИЭА, Вып. 20, 2018. – С. 62–76.

Правила оформления материалов, направляемых для опубликования в журнале «Навигация и управление летательными аппаратами»

- Для опубликования в журнале принимаются статьи объемом до 30 с., а также краткие сообщения объемом до 5 стр.
- Статья должна иметь аннотацию не более 600 знаков, ключевые слова.
- На первой странице должны быть указаны: фамилии и инициалы авторов, полное название текста статьи без сокращений, проставлен индекс УДК.
- Материалы должны быть подготовлены в формате *.doc, лист А4, ориентация книжная (вертикальное расположение), шрифт Times New Roman, размер шрифта 12, интервал между строками одинарный, поля (мм): верхнее 22, нижнее 50, левое 30, правое 28, расположение страниц зеркальное. Установить «Автоматическую расстановку переносов». Переносы вручную не ставить.
- Формат формул в MathType или Microsoft Equation: Define Sizes, Full 12 pt, Subscript/Superscript 7 pt, Sub-Subscript/Superscript 5 pt, Symbol 18 pt, Sub-Symbol 12 pt.
- Иллюстрированный материал представляется в формате *.jpg, *.bmp, *.png (разрешение не менее 300 точек на дюйм) или в виде рисунка Word, фрагменты которого объединены в единый объект. Цветные иллюстрации приветствуются.
- В конце текста указывается информация о каждом авторе: Ф. И. О., ученая степень, ученое звание, полное название и почтовый адрес организации, должность, контактные телефоны (служебный, мобильный или домашний), адрес электронной почты.
- В редакцию предоставляется электронный носитель с текстом статьи и ее распечатка в двух экземплярах, подписанная всеми авторами.
- К статье прилагается экспертное заключение о возможности ее открытой публикации, рецензия, лицензионный договор.
- Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

Содержание

А. В. Гребёнкин, А. Г. Кузнецов, В. Н. Колбасов
Оценка алгоритмов и логики автоматической посадки магистрального самолета по категории IIIb.....2

А. Г. Кузнецов, А. В. Фомичев
О вычислительном дрейфе от рассинхронизации ДУС при вибрационных воздействиях на БИНС.....19

В. Е. Куликов
Синтез режимов траекторного управления тяжелого самолета в вертикальной плоскости по методу обратной задачи модального управления.....29

А. А. Кузин, В. Е. Куликов
Применение аналитического синтеза режима стабилизации угла наклона траектории полета самолета по результатам идентификации динамических параметров углового движения.....45