ТРУДЫ

**МОСКОВСКОГО ИНСТИТУТА
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ И АВТОМАТИКИ (МИЭА)**

Основаны в 2010 году

Выпуск 7

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Под общей редакцией доктора технических наук А.Г. Кузнецова

**Москва
2013**

УДК 62-501.42

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОМЕРНЫХ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ: НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

***А. Г. КУЗНЕЦОВ**, д. т. н.,*
***Ю. П. НИКОЛАЕВ,** д. физ-мат. наук.*
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Проводится анализ областей устойчивости в пространстве четных и нечетных коэффициентов характеристического полинома линейной системы. Необходимые и достаточные условия асимптотической устойчивости представлены в форме линейного матричного неравенства вида $Bx \le 0$, где $x \in R^N$ – вектор четных (нечетных) коэффициентов, B – квадратная матрица. Показывается, что область асимптотической устойчивости в N-мерном пространстве четных (нечетных) коэффициентов характеристического полинома при фиксированных значениях нечетных (четных) коэффициентов является выпуклым многогранным конусом (ВМК) с вершиной в начале координат. Анализируются свойства ВМК, инвариантные к порядку системы. Решается задача о пересечении множества областей устойчивости. Рассматривается простое условие, при выполнении которого ВМК становится N-пирамидой. Приводятся примеры.

***Ключевые слова:** многомерная область устойчивости, пространство четных (нечетных) коэффициентов характеристического полинома, линейное матричное неравенство, выпуклый многогранный конус, N-пирамида, объем области устойчивости.*

MULTIDIMENSIONAL STABILITY REGIONS RESERCH: NEW RESULTS

***A. G. KUZNETSOV**, D.Sc. in Engineering,*
***J. P. NIKOLAEV**, D.Sc. in Physics and Mathematics,*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

The article describes the analysis of stability regions in the space of linear system characteristic polynomial's even and odd coefficients. Nessessary and sufficient conditions of asymptotic stability are shown as a linear matrix inequality of the type $B x$ 0, where x RN is a even (odd) coefficients vector and B is a square matrix. It is shown that asymptotic stability region in N-dimensional space of characteristic polynomial's even (odd) coefficients is a convex polyhedral cone (CPC) in the case of fixed values of odd (even) coefficients. CPC's system order-invariant characteristics are analyzed. The problem of transversing a multitude of stability regions is solved. It is shown that CPC becomes an N-pyramid in the case of a constrained higher even coefficient. The examples are given.

***Keywords:** multidimensional stability region, space of characteristic polynomial's even (odd) coefficients, linear matrix inequality, convex polyhedral cone, N-pyramid, stability region volume.*

1. Введение

Анализ геометрии многомерной области устойчивости в пространстве коэффициентов характеристического полинома линейных систем – одна из сложных и пока еще не решенных проблем теории и практики автоматического управления. Проблема известна давно – она восходит к классической диаграмме Вышнеградского [1]. На ее важность для прикладных задач обращали внимание акад. А. А. Андронов [2] и акад. Б. Н. Петров [3]. Формально, для ее решения можно использовать критерий Гурвица. Однако геометрия области и, соответственно, характеризующие ее алгебраические соотношения оказываются очень сложными даже при невысоком порядке n системы. Так, область устойчивости в трехмерном пространстве коэффициентов a_0, a_1, a_2 характеристического полинома системы третьего порядка ($n = 3$) – гиперболический параболоид [2, стр. 460]. Поэтому критерий Гурвица применяется обычно только при $n \leq 4$ (см., например, [4, стр. 132]). Но что делать при произвольном порядке системы?

В статье предлагается новый подход к исследованию указанной проблемы. Он заключается в том, что область устойчивости рассматривается не в пространстве всех коэффициентов характеристического полинома (*каноническая* область устойчивости), а в пространстве только *четных* или только *нечетных* коэффициентов. Коротко остановимся на работах, близких к предлагаемому подходу.

Полином $P(s) = a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s_n$ всегда можно записать в виде $P(s) = U(s^2) + sV(s^2)$, где вспомогательные полиномы $U(s^2)$, $V(s^2)$ образованы с использованием соответственно только *четных* или только *нечетных* коэффициентов $P(s)$. В статье Хуанг Лина и Холлота [5] на основании этого свойства полиномов были получены необходимые и достаточные условия устойчивости, представленные в виде системы линейных неравенств. При доказательстве использован математический аппарат с применением *положительной пары* полиномов [6]. На основании полученных линейных неравенств был проведен анализ областей устойчивости семейства полиномов вида:

$$P(s) = U(s^2) + \Sigma^{\gamma}{}_{i=1} k_i\, U_i(s^2) + sV(s^2), k = \{k_1, \ldots, k_\nu\} \in \mathrm{R}^{\gamma}.$$

В работе Александрова, Николаева [7] был предложен алгебраический критерий асимптотической устойчивости, который имеет форму системы линейных неравенств. При доказательстве были использованы основные положения критерия Михайлова. Выполнено *аналитическое* исследование геометрии областей устойчивости систем порядка $n \leq 6$.

В статье Грязиной, Поляка [8] анализировалась с использованием идей D-разбиения структура области устойчивости в пространстве параметров для непрерывных и дискретных систем. Для непрерывных систем рассматривались семейства полиномов с вещественными коэффициентами

$$P(s,k) = P_0(s) + F(s)\Sigma^{\upsilon}{}_{i=1} k_i P_i(s^2), k = \{k_1, \ldots, k_\upsilon\} \in \mathrm{R}^{\upsilon}.$$

Показано, что область устойчивости для полиномов рассматриваемого вида является объединением выпуклых многогранников в пространстве параметров. Следует также отметить работы Аккермана [9], Мунро [10], Бхаттачарии [11] и др., в которых подробно рассмотрены особенности областей устойчивости в пространстве параметров ПИД-регулятора с передаточной функцией $L(s) = k_i/s + k_p + k_d s$ (при фиксированных значениях коэффициента k_p).

В данной статье в рамках указанного выше подхода рассматривается задача анализа геометрии многомерной области устойчивости в пространстве четных (нечетных) коэффициентов характеристического полинома.

2. Постановка задачи

Пусть задан характеристический полином линейной непрерывной системы произвольного порядка с вещественными коэффициентами:

$$P(s) = a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n,\ a_i \in \mathrm{R}\ \forall i = 0,1,\ldots,n;\ n \geq 1. \tag{2.1}$$

Общая задача, которая ставится в статье: анализ геометрии сечения области асимптотической устойчивости в пространстве коэффициентов $a_0, a_1, \ldots, a_n$ некоторой k-плоскостью, для которой все нечетные (четные) коэффициенты полинома фиксированы. Другими словами, требуется провести исследование основных геометрических свойств области устойчивости, которая рассматривается:

а) в пространстве четных коэффициентов $a_0, a_2, a_4, \ldots$ при заданных, в общем случае произвольных, значениях всех нечетных коэффициентов $a_1, a_3, a_5, \ldots$;

б) в пространстве нечетных коэффициентов $a_1, a_3, a_5, \ldots$ при заданных, в общем случае произвольных, значениях всех четных коэффициентов $a_0, a_2, a_4, \ldots$

3. Вспомогательные данные, обозначения и определения

При решении задачи нам придется иметь дело с полиномом четной (нечетной) степени n и с четными (нечетными) коэффициентами этого полинома. Из комбинаторики следует, что здесь количество возможных вариантов равно четырем: четная степень n полинома, четные коэффициенты; четная степень n полинома, нечетные коэффициенты; нечетная степень n полинома, четные коэффициенты; нечетная степень n полинома, нечетные коэффициенты. В работе используются известные вспомогательные уравнения, которые получаются из (2.1) подстановкой $s = j\omega$, где $j = \sqrt{-1}$, и приравниванием нулю найденного выражения: $P(j\omega) = U(\omega^2) + j\omega V(\omega^2) = 0$. Уравнения $U(\lambda) = 0$, $V(\lambda) = 0$, где обозначено $\lambda = \omega^2$, можно представить для последующих выкла-

док, с учетом указанных выше четырех вариантов, в следующем виде:

а) для четных значений n:

$$U(\lambda) = a_0 - a_2\lambda + a_4\lambda^2 - \ldots + (-1)^{n/2} a_n \lambda^{n/2} = 0, \tag{3.1}$$

$$V(\lambda) = a_1 - a_3\lambda + a_5\lambda^2 - \ldots + (-1)^{(n-2)/2} a_{n-1} \lambda^{(n-2)/2} = 0; \tag{3.2}$$

б) для нечетных значений n:

$$U(\lambda) = a_0 - a_2\lambda + a_4\lambda^2 - \ldots + (-1)^{(n-1)/2} a_{n-1} \lambda^{(n-1)/2} = 0, \tag{3.3}$$

$$V(\lambda) = a_1 - a_3\lambda + a_5\lambda^2 - \ldots + (-1)^{(n-1)/2} a_n \lambda^{(n-1)/2} = 0. \tag{3.4}$$

Число (q) корней уравнений $V(\lambda) = 0$, $U(\lambda) = 0$, т. е. $q^{(V)}$, $q^{(U)}$, а так же количество (N) четных (a_{2i}) и нечетных (a_{2i+1}) коэффициентов полинома (2.1), т. е. $N(a_{2i})$ и $N(a_{2i+1})$, $i = 0,1, \ldots$, определяются соотношениями:

– для четного порядка n:

$$q^{(V)} = \frac{n+2}{2}, q^{(U)} = \frac{n}{2}, N(a_{2i}) = \frac{n+2}{2}, N(a_{2i+1}) = \frac{n}{2}; \tag{3.5}$$

– для нечетного порядка n:

$$q^{(V)} = \frac{n-1}{2}, q^{(U)} = \frac{n-1}{2}, N(a_{2i}) = \frac{n+1}{2}, N(a_{2i+1}) = \frac{n+1}{2}. \tag{3.6}$$

В дальнейшем нам понадобятся следующие необходимые условия устойчивости, вытекающие из критерия Эрмита – Билера [12]:

– все корни уравнения $V(\lambda) = 0$ с положительным старшим коэффициентом ($a_{n-1} > 0$ для четных n или $a_n > 0$ для нечетных n), обозначаемые $\upsilon_1, \ldots, \upsilon_q$, должны быть вещественными, положительными и простыми (при анализе четных коэффициентов полинома):

$$0 < \upsilon_1 < \ldots < \upsilon_i < \ldots < \upsilon_q; \tag{3.7}$$

– все корни уравнения $U(\lambda) = 0$ с положительным старшим коэффициентом ($a_{n-1} > 0$ для четных n или $a_n > 0$ для нечетных n), обозначаемые $\upsilon_1, \ldots, \upsilon_q$, должны быть вещественными, положительными и простыми (при анализе четных коэффициентов полинома):

$$0 < u_1 < \ldots < u_i < \ldots < u_q. \tag{3.8}$$

Так как в дальнейшем мы будем использовать условные обозначения, принятые в выпуклом анализе, то придется соответственно переобозначить коэффициенты полинома (2.1).

Вектор четных коэффициентов (a_0, a_2, a_4, ...) будем обозначать (x_1, ..., x_N), а для вектора нечетных коэффициентов (a_1, a_3, a_5,...) будет использоваться обозначение (y_1, ..., y_N). Остановимся на определениях, принятых в N-геометрии и выпуклом анализе – см., например, [13-17]. Ограничимся только самым необходимым для дальнейшего изложения.

А) Система координат

Рассматривается N-мерное евклидово пространство R^N, точки которого задаются координатами (x_1, x_2,..., x_N). Система координат – прямоугольная. Начало координат, т. е. точка (0, 0,..., 0), обозначается O.

Б) Каждой точке евклидова пространства может быть поставлен в соответствие N-мерный вектор. Визуально вектор $x \in \mathrm{R}^N$ представляется как столбец вещественных чисел x_i, $i = 1, ..., N$, которые называются компонентами данного вектора.

В пространстве R^N вводятся *координатные гиперплоскости* (см. ниже), по аналогии с координатными плоскостями для трехмерного пространства.

Определение 3.1. Множество точек в евклидовом пространстве R^N *со всеми положительными (неотрицательными) координатами* называется *первым ортантом*, по аналогии с *первым квадрантом* в обычной геометрии, т. е. множеством точек на плоскости, имеющих положительные (неотрицательные) координаты.

В) Гиперплоскости и k-плоскости

В N-мерном пространстве существуют *подпространства* всех размерностей $k < N$, называемые k-плоскостями, где k — размерность подпространства. Никакого принципиального различия между k-плоскостью и k-пространством нет. Для ($N - 1$)-плоскости обычно используется специальный термин – *гиперплоскость*. Двумерное подпространство называется, по аналогии с обычной геометрией, плоскостью, одномерное подпространство – прямой линией.

Определение 3.2. Гиперплоскостью в N-мерном пространстве называется совокупность точек M (x_1, x_2, ..., x_N), координаты которых удовлетворяют уравнению

$$d_1x_1 + d_2x_2 + \ldots + d_Nx_N + c = 0, \tag{3.9}$$

где хотя бы одно из чисел d_1, d_2, ..., d_N отлично от нуля. При $N = 3$ это плоскость в трехмерном пространстве, при $N = 2$ – прямая на плоскости.

По отношению к гиперплоскости все N – мерное пространство разбивается на две части: область, в которой выполняется неравенство

$$d_1x_1 + d_2x_2 + \ldots + d_Nx_N + c \geq 0, \tag{3.10а}$$

и область, в которой справедливо неравенство

$$d_1x_1 + d_2x_2 + \ldots + d_Nx_N + c \leq 0. \tag{3.10б}$$

Данные области называются полупространствами.

Г) Выпуклые множества и многогранники

Рассмотрим в пространстве R^N две точки: $M_1(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, ..., x_N^{(1)})$ и $M_2(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, ..., x_N^{(2)})$.

Определение 3.3. Отрезком, соединяющим две точки $M_1(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, ..., x_N^{(1)})$ и $M_2(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, ..., x_N^{(2)})$, называется множество точек $M(x^1, x^2, ..., x_N)$, которые могут быть представлены в виде:

$$M = \lambda M_1 + (1->)M_2,\ 0 \leq \lambda \leq 1. \tag{3.11}$$

В координатах точек это записывается так:

$$x_i = \lambda x_i^{(1)} + (1-\lambda)x_i^{(2)},\ i = 1, 2, \ldots, N,\ 0 \leq \lambda \leq 1. \tag{3.12}$$

Сами точки M_1 и M_2 называются *концами отрезка*. Заметим, что при $\lambda = 0$ имеет место равенство $M = M_2$, а при $\lambda = 1$ – равенство $M = M_1$, т. е. при $\lambda = 0$ и $\lambda = 1$ получаются концы отрезка. Пусть $G \subset R^N$ есть некоторая область в пространстве R^N. Другими словами, G есть некоторое множество точек из R^N.

Определение 3.4. Множество (область) $G \subset R^N$ называется *выпуклым*, если оно, вместе с любыми двумя своими точками, содержит в себе отрезок, соединяющий эти точки.

Определение 3.5. Пересечение конечного числа полупространств называется *многогранником* (если область ограничена) или многогранной областью (если область не ограничена).

Определение 3.6. Решение системы m линейных неравенств с N неизвестными

$$\begin{gathered} d_{11}x_1 + d_{12}x_2 + \ldots + d_{1N}x_N + c_1 \leq 0, \\ d_{21}x_1 + d_{22}x_2 + \ldots + d_{2N}x_N + c_2 \leq 0, \\ \ldots \\ d_{m1}x_1 + d_{m2}x_2 + \ldots + d_{m\,N}x_N + c_m \leq 0 \end{gathered} \tag{3.13}$$

есть выпуклый многогранник или выпуклая многогранная область N-мерного пространства (или $\varnothing$), получающаяся в результате пересечения всех полупространств, отвечающих неравенствам данной системы.

Определение 3.7. Выпуклым многогранным конусом (*Polyhedral Convex Cone*) называется конус, образованный пересечением конечного числа замкнутых полупространств N-мерного евклидова пространства R^N и имеющий в матричной записи вид:

$$K = \{x \in \mathrm{R}^N \mid Bx \le 0\}. \tag{3.14а}$$

Матричному неравенству $B\,x \le 0$ в формуле (3.14а) соответствует система линейных неравенств:

$$\begin{aligned} b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \ldots + d_{1N}x_N &\le 0, \\ b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \ldots + b_{2N}x_N &\le 0, \\ &\ldots \\ b_{N1}x_1 + b_{N2}x_2 + \ldots + b_{NN}x_N &\le 0. \end{aligned} \tag{3.14б}$$

Гиперплоскости $b_{i1}x_1 + b_{i2}x_2 + \ldots + b_{iN}x_N = 0$, $i = 1, 2, \ldots, N$, образованные из приведенной выше системы линейных неравенств, называются *граничными гиперплоскостями конуса* или просто – *гиперплоскостями конуса*.

Определение 3.8. N-пирамидой называется фигура, состоящая из произвольного $(N-1)$-многогранника (основания) и еще одной точки (вершины), не лежащей в $(N-1)$-плоскости этого многогранника и соединенной ребрами со всеми его вершинами.

В трехмерном пространстве пирамида определяется как многогранник, одна из граней которого (основание) — произвольный многоугольник, а остальные (боковые грани) — треугольники с общей вершиной.

Пирамида обладает важным для нас свойством — любое параллельное основанию сечение пирамиды подобно основанию. Такое сечение можно представить как проекцию основания, причем проектирующими лучами будут ребра боковых граней. Коэффициент подобия равен отношению высоты к расстоянию от вершины до плоскости сечения.

Можно сказать также, что внутренний объем пирамиды ограничен $(N-1)$ плоскостями, которые проведены через вершину пирамиды и каждую из $(N-2)$ граней ее основания.

4. Область устойчивости в пространстве четных (нечетных) коэффициентов

А) *Пространство четных коэффициентов полинома*

Пусть выполняются следующие необходимые условия устойчивости, вытекающие из критерия Эрмита – Билера: старший коэффициент вспомогательного уравнения $V(\lambda) = a_1 - a_3\lambda + a_5\lambda^2 - \ldots = 0$ положителен ($a_{n-1} > 0$ для четных n или $a_n > 0$ для нечетных n), а все корни уравнения, обозначаемые υ_i, $i = 1, \ldots, q$, – вещественные, положительные и простые. Тогда имеет место следующая теорема.

Теорема 4.1. Область асимптотической устойчивости в пространстве *четных* коэффициентов полинома $P(s) = a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n$ существует (является не пустым множеством) только при выполнении всех указанных выше необходимых условий устойчивости; при этом область асимптотической устойчивости представляет собой выпуклый многогранный конус K с вершиной в начале координат O, расположенный в первом (неотрицательном) ортанте пространства; для всех точек области выполняется линейное матричное неравенство

$$Bx \le 0, \tag{4.1}$$

где: $x = (x_1, ..., x_N)$ – вектор-столбец неизвестных переменных, т. е. четных коэффициентов ($x_i = a_{2i-2}$, $i = 1,..., N$) полинома (2.1), а $N \times N$ матрица B равна:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & \upsilon_0 & -\upsilon_0^2 & \upsilon_0^3 & ... \\ 1 & -\upsilon_1 & \upsilon_1^2 & -\upsilon_1^3 & ... \\ -1 & \upsilon_2 & -\upsilon_2^2 & \upsilon_2^3 & ... \\ 1 & -\upsilon_3 & \upsilon_3^2 & -\upsilon_3^3 & ... \\ ... & ... & ... & ... & ... \end{bmatrix}. \tag{4.2}$$

Здесь $\upsilon_0 = 0$; υ_i является i-м корнем, $i = 1, ..., q$, уравнения $V(\lambda) = 0$. Для четных n последняя строка матрицы имеет вид [0...0...– 1]. Число строк (столбцов) матрицы B: $N = (n + 1)/2$ – для нечетных n, $N = (n + 2)/2$ – для четных n.

Если же оговоренные выше необходимые условия устойчивости нарушаются, например, если старший коэффициент уравнения $V(\lambda) = 0$ будет отрицательным или если любые два различных корня этого уравнения становятся кратными (или, тем более, комплексно-сопряженными), то область асимптотической устойчивости перестает существовать (превращается в пустое множество).

Доказательство *Теоремы 4.1* рассматривается в [18].

Б) *Пространство нечетных коэффициентов полинома*

Пусть выполняются следующие необходимые условия устойчивости, вытекающие из критерия Эрмита – Билера: старший коэффициент вспомогательного уравнения $U(\lambda) = a_0 - a_2\lambda + a_4\lambda^2 - ... = 0$ положителен ($a_n > 0$ для четных n или $a_{n-1} > 0$ для нечетных n), а все корни уравнения, обозначаемые u_i, $i = 1, ..., q$, – вещественные, положительные и простые. Тогда имеет место следующая теорема.

Теорема 4.2. Область асимптотической устойчивости в пространстве нечетных коэффициентов полинома $P(s) = a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n$ существует (является не пустым множеством) только при выполнении всех указанных выше необходимых условий устойчивости; при этом область асимптотической устойчивости представляет собой выпуклый многогранный конус K с

вершиной в начале координат O, расположенный в первом (неотрицательном) ортанте пространства; для всех точек области выполняется линейное матричное неравенство:

$$Dy \le 0, \tag{4.3}$$

где: $y = (y_1, ..., y_N)$ – вектор-столбец неизвестных переменных, т. е. четных коэффициентов ($y_i = a_{2i-1}$, $i = 1, ..., N$) полинома (2.1), а $N \times N$ матрица D равна:

$$D = \begin{bmatrix} -1 & u_1 & -u_1^2 & u_1^3 & \dots \\ 1 & -u_2 & u_2^2 & -u_2^3 & \dots \\ -1 & u_3 & -u_3^2 & u_3^3 & \dots \\ 1 & -u_4 & u_4^2 & -u_4^3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}. \tag{4.4}$$

Здесь u_i является i - м корнем, $i = 1, ..., q$, уравнения $U(\lambda) = 0$. Для нечетных n последняя строка матрицы имеет вид [0...0...– 1].

Число строк (столбцов) матрицы B: $N = (n + 1)/2$ – для нечетных n, $N = n/2$ – для четных n.

Если же оговоренные выше необходимые условия устойчивости нарушаются, например, если старший коэффициент уравнения $U(\lambda) = 0$ будет отрицательным или если любые два различных корня этого уравнения становятся кратными (или, тем более, комплексно-сопряженными), то область асимптотической устойчивости перестает существовать (превращается в пустое множество).

Доказательство *Теоремы 4.2* – аналогично доказательству *Теоремы 4.1.*

5. Свойства многомерной области устойчивости

Как показано в предыдущем разделе, многомерная область устойчивости в пространстве четных (нечетных) коэффициентов характеристического полинома представляет собой выпуклый многогранный конус. Общие свойства выпуклого многогранного конуса и других выпуклых многомерных геометрических фигур (многогранников) изучаются достаточно подробно в многочисленных работах, связанных с исследованием систем линейных неравенств и выпуклым анализом (см., например, [13-17]).

Как подойти к изучению свойств многомерных областей устойчивости, определяемых приведенными выше *Теоремой 4.1* и *Теоремой 4.2*? Представляется целесообразным вначале проанализировать известные свойства выпуклых многогранных конусов и выделить из них свойства, важные именно для теории управления. А затем дополнительно установить специфические свойства областей устойчивости, определяемых соотношениями (4.1)-(4.4).

Это самостоятельная, достаточно сложная задача. Здесь, учитывая размер статьи, мы остановимся только на нескольких свойствах областей устойчивости, инвариантных к порядку исследуемого полинома.

А) Пусть K_1, K_2, K_3, ... – области устойчивости в пространстве четных коэффициентов полинома (2.1). Каждая из перечисленных областей устойчивости K_1, K_2, K_3, ... соответствует некоторой точке в пространстве нечетных коэффициентов того же полинома.

Теорема 5.1. Область устойчивости $K_\Sigma = K_1 \cap$ K2 $\cap$ K3 $\cap$ ... в пространстве четных коэффициентов полинома (2.1) является выпуклым многогранным конусом. Данная теорема является следствием *Теоремы 4.1* данной работы и *Теоремы 2.5* из главы 1 работы [15] о пересечении произвольного числа выпуклых конусов.

Примечание. Теорема, аналогичная *Теореме 5.1*, доказана и для пространства нечетных коэффициентов полинома (2.1).

Б) Рассмотрим область устойчивости в пространстве четных коэффициентов полинома (2.1). Как следует из *Теоремы 4.1*, область устойчивости представляет собой выпуклый многомерный конус K с вершиной в начале координат, расположенный в первом октанте пространства R^N.

Могут ли координатные гиперплоскости N-мерного пространства четных коэффициентов быть граничными гиперплоскостями области устойчивости K? Ответ на этот вопрос дают следующие утверждения.

Лемма 5.3. Для области устойчивости (4.1) в пространстве R^N четных коэффициентов:

а) *при нечетном значении N* только одна координатная гиперплоскость, соответствующая условию $x_1 = 0$, является одновременно и граничной гиперплоскостью области устойчивости (многомерного конуса K);

б) *при четном значении N* таких координатных гиперплоскостей две (они соответствуют равенствам $x_1 = 0$ и $x_N = 0$).

Это утверждение следует непосредственно из анализа соотношений (4.1), (4.2). Несколько иное положение имеет место и для пространства нечетных коэффициентов полинома (2.1):

а) при *нечетном* значении N только одна координатная гиперплоскость, соответствующая условию $x_N = 0$, является одновременно и граничной гиперплоскостью области устойчивости (многомерного конуса K);

б) при *четном* значении N ни одна из координатных гиперплоскостей не является одновременно и граничной гиперплоскостью области устойчивости.

В) Несколько слов о гранях области устойчивости, являющейся выпуклым многогранным конусом K (см. *Теорема 4.1*, *Теорема 4.2*).

Утверждение 5.4. Количество граней области устойчивости равно N.

Утверждение 5.5. Каждой i-ой грани области устойчивости, $i = 1,2, ..., N$, соответствует i-ая граничная гиперплоскость выпуклого многогранного конуса K. Для пространства четных коэффициентов эта граничная гиперплоскость имеет вид:

$$a_0 - a_2\upsilon_r + a_4\upsilon_r^{\ 2} - a_6\upsilon_r^{\ 3} + \ldots = 0,\ r = 0,1. \tag{5.1}$$

Здесь при $r = 0$: $\upsilon_0 = 0$; при $1 \le r \le q$: υ_r является r-м корнем, $r = 1, ..., q$, уравнения $V(\lambda) = 0$. Для $r = q + 1$ имеет место особый случай – см. *Теорема 4.1.*

Утверждение 5.6. Если рабочая точка расположена на любой i-ой грани области устойчивости, $i = 1,2, ..., N$, то это означает, что система с характеристическим полиномом (2.1) находится на границе устойчивости.

При этом в системе возникают незатухающие колебания (автоколебания). Частота незатухающих колебаний: $\omega_r = \sqrt{\upsilon_r}$ – для пространства четных коэффициентов полинома, $\omega_r = \sqrt{u_r}$ – для пространства нечетных коэффициентов; $r = 0,1, ...$

6. Область устойчивости при наличии ограничений на коэффициенты характеристического полинома

Рассматривается область устойчивости K в пространстве четных коэффициентов полинома (2.1). Очевидно, что старший четный коэффициент полинома, обозначим его a_m, равен a_n при четном порядке полинома, для нечетного порядка имеем $a_m = a_{n-1}$. Пусть старший четный коэффициент a_m положителен и *ограничен* по величине (величина ограничения, в общем случае, произвольная):

$$0 < a_m \le a_m^{\text{огр}},\ \textit{где}\ a_m^{\text{огр}} \in (0, +\infty). \tag{6.1}$$

Отметим, что это условие является обязательным для большинства прикладных задач теории управления.

Лемма 6.1. При выполнении условий (6.1) область устойчивости в пространстве четных коэффициентов полинома (2.1) из выпуклого многогранного конуса K, являющегося *неограниченным* (по определению) множеством, становится выпуклым N-мерным многогранником (N-пирамидой), т. е. превращается в *ограниченное множество*.

Данное утверждение непосредственно следует из *Теоремы 4.1*, в которой доказывается, что область устойчивости в пространстве четных коэффициентов представляет собой выпуклый многогранный конус с вершиной в начале координат O, расположенный в первом (неотрицательном) ортанте пространства R^n, и известного определения N-пирамиды.

Теорема 6.2. Объем области устойчивости в пространстве четных коэффициентов полинома при ограниченном старшем четном коэффициенте $a_m \in (0, a_m^{\text{огр}}]$ полинома (2.1), определяется формулой

$$V_N = Sa_m^{\text{огр}} / N. \tag{6.2}$$

Здесь S – объем исходного $(N-1)$ – многогранника (основания области устойчивости).

Доказательство теоремы основывается на приведенной выше лемме 6.1 и использовании известного метода определения объема N-пирамиды [13-15].

Аналогичная теорема получена и для пространства нечетных коэффициентов полинома (2.1).

Для дискретных систем эта тематика рассматривалась в [19, 20].

7. Примеры

Пример 1

Рассматривается система с характеристическим полиномом третьего порядка: $P(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s_2 + a_3 s_3$. Требуется построить и проанализировать область устойчивости на плоскости четных (a_0, a_2) и нечетных (a_1, a_3) коэффициентов полинома.

А) Плоскость четных коэффициентов a_0, a_2. Старший коэффициент вспомогательного уравнения $V(\lambda) = a_1 - a_3\lambda = 0$, по определению, положителен, т. е. $a_3 > 0$.

Используя формулы (4.1), (4.2) *Теоремы 4.1*, найдем:

$$\begin{bmatrix} -1 & \upsilon_0 \\ 1 & -\upsilon_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_2 \end{bmatrix} \le 0,$$

где $\upsilon_0 = 0$, $\upsilon_1 = \lambda = a_1/a_3$. Представим матричное неравенство в виде системы двух неравенств: $-a_0 + a_2\upsilon_0 \le 0$; $a_0 - a_2\upsilon_1 \le 0$. В итоге получим:

$$a_0 \ge 0, a_0 \le a_2(a_1 / a_3);\ a_3 > 0. \tag{7.1a}$$

Область устойчивости, построенная на плоскости Oa_0a_2 в соответствии с (7.1а), представлена на рис. 1а. Область ограничена сверху прямой $a_0 \le a_2\,(a_1/a_3)$, а снизу – осью абсцисс a_2. Отметим, что указанная область устойчивости может рассматриваться и как результат пересечения двух полуплоскостей $a_0 \ge 0$ и $a_0 \le a_2\,(a_1/a_3)$.

Б) Плоскость нечетных коэффициентов a_1, a_3. Старший коэффициент уравнения $U(\lambda) = a_0 - a_2\lambda = 0$, по определению, положителен, т. е. $a_2 > 0$. На основании формул (4.3), (4.4) *Теоремы 4.2* получим:

$$\begin{bmatrix} -1 & \upsilon_1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \end{bmatrix} \le 0,$$

где $u_1 = \lambda = (a_0/a_2)$. Представим матричное неравенство в виде системы двух неравенств: $-a_1 + a_3u_1 \le 0$; $-a_3 \le 0$. В результате получим:

$$a_1 \ge a_3(a_0/a_2),\ a_3 \ge 0;\ a_2 > 0. \qquad (7.1б)$$

Область устойчивости, построенная на плоскости Oa_1a_3 в соответствии с (7.1б), представлена на рис. 1б. Область ограничена слева осью ординат a_1, а справа – прямой $a_1 = a_3(a_0/a_2)$. Отметим, что указанная область устойчивости может рассматриваться и как результат пересечения двух полуплоскостей $a_1 \ge a_3(a_0/a_2)$ и $a_3 \ge 0$.

Нетрудно убедиться, что каждая из двух систем неравенств (7.1а), (7.1б), полученных выше на основании *Теоремы 4.1* и *Теоремы 4.2* для полинома третьего порядка, тождественна необходимым и достаточным условиям устойчивости Гурвица: $a_3 > 0$, $\Delta_1 = a_2 > 0$, $\Delta_2 = a_1a_2 - a_0a_3 > 0$. Задача решена.

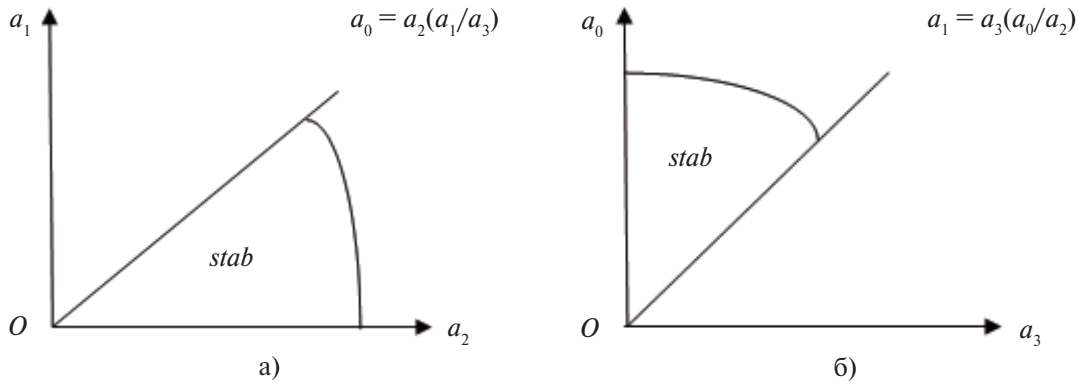


Рис. 1. Область устойчивости (*stab*) для полинома $P(s) = a_0 + a_1s + a_2s_2 + a_3s_3$:
а) на плоскости четных коэффициентов a_0, a_2;
б) на плоскости нечетных коэффициентов a_1, a_3.

Пример 2а

Рассматривается система с характеристическим полиномом пятого порядка $P(s) = a_0 + a_1s + ... + a_5s^5$. Требуется построить и пранализировать область устойчивости в трехмерном пространстве четных коэффициентов a_0, a_2, a_4 полинома.

Как следует из *Теоремы 4.1*, область устойчивости в данном случае представляет собой выпуклый многогранный конус с вершиной в начале координат, расположенный в первом (неотрицательном) ортанте пространства. Для всех точек области выполняется однородная система неравенств $Bx \le 0$:

$$\begin{bmatrix} -1 & \upsilon_0 & -\upsilon_0^2 \\ 1 & -\upsilon_1 & \upsilon_1^2 \\ -1 & \upsilon_2 & -\upsilon_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_2 \\ a_4 \end{bmatrix} \le 0, \qquad (7.2)$$

где $\upsilon_0 = 0$; υ_1, υ_2 – корни уравнения $V(\lambda) = a_1 - a_3\lambda + a_5\lambda^2 = 0$. Корни определяются соотношением:

$$\upsilon_{2,1} = \frac{a_3 \pm \sqrt{a_3^2 - 4a_1a_5}}{2a_5}. \tag{7.3}$$

Примем, в соответствии с условием для *Теоремы 4.1*, что оба корня υ_1, υ_2 уравнения $V(\lambda) = 0$ вещественные, положительные и простые. Из формулы (7.3) следует, что это условие достигается при

$$0 < a_1 < (a_3^2)/(4a_5). \tag{7.4}$$

Матричному неравенству (7.2) соответствует система линейных однородных уравнений:

$$\begin{bmatrix} -1 & \upsilon_0 & -\upsilon_0^2 \\ 1 & -\upsilon_1 & \upsilon_1^2 \\ -1 & \upsilon_2 & -\upsilon_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_2 \\ a_4 \end{bmatrix} = 0. \tag{7.5}$$

Можно показать, что система (7.5) линейных однородных уравнений совместна и имеет, при фиксированных значениях корней υ_1, υ_2, единственное решение: $a_0 = 0$, $a_2 = 0$, $a_4 = 0$.

С геометрической точки зрения, каждому из трех уравнений системы (7.5) соответствует плоскость A_i, $i = 1, 2, 3$ в трехмерном пространстве коэффициентов a_0, a_2, a_4. Единственное нулевое решение системы уравнений (7.5) означает, что все три плоскости A_1, A_2, A_3 пересекаются в одной точке и эта точка – начало координат.

Область устойчивости, построенная в соответствии с (7.2) – (7.5), показана на рис. 2. Геометрия области устойчивости проста: область представляет собой бесконечную трехгранную пирамиду (выпуклый трехгранный конус) с вершиной в начале координат, расположенную в неотрицательном ортанте R^3 и неограниченно простирающуюся в направлении от вершины.

Каждая грань образована одной из трех плоскостей системы (7.5). Три ребра OL_1, OL_2, OL_3 пирамиды образованы тремя линиями пересечения трех различных пар плоскостей из (7.5). Два ребра из трех расположены в координатной плоскости $a_0 = 0$. Параметрические уравнения ребер:

$$\begin{aligned} a_0(OL_1) &= 0, \quad a_2(OL_1) = a_4\upsilon_1; \\ a_0(OL_2) &= 0, \quad a_2(OL_2) = a_4\upsilon_2; \\ a_0(OL_3) &= a_4(a_1/a_5), \quad a_2(OL_3) = a_4(a_3/a_5). \end{aligned}$$

Сечения области устойчивости плоскостями $a_4 = \text{const} \in R+$ являются подобными тупоугольными треугольниками. Каждая вершина каждого треугольника расположена на соответствующем ребре пирамиды.

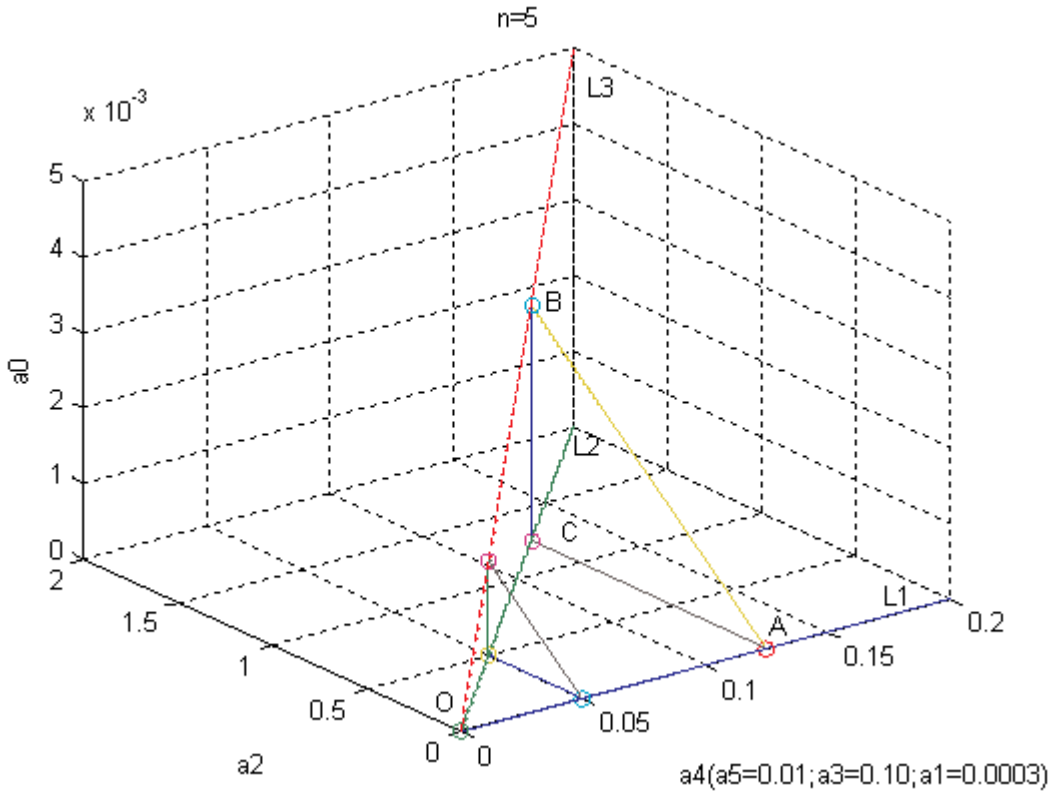


Рис. 2. Область устойчивости в пространстве четных коэффициентов a_0, a_2, a_4 для полинома $P(s) = a_0 + a_1 s + ... + a_5 s_5$. Область имеет форму трехгранной пирамиды с вершиной в начале координат. Показаны ребра OL_1, OL_2, OL_3 пирамиды и пара ее сечений плоскостями $a_4 = const$.

Пример 2б

Вернемся к области устойчивости в трехмерном пространстве четных коэффициентов a_0, a_2, a_4 полинома $P_5(s)$, рассмотренной в *Примере 2а*. Требуется определить ее объем.

Геометрия области устойчивости проста: область представляет собой бесконечную трехгранную пирамиду (трехгранный конус) с вершиной в начале координат, расположенную в первом (неотрицательном) ортанте пространства R^3 и неограниченно простирающуюся в направлении от вершины. Т. е. в общем случае объем пирамиды равен бесконечности.

Перейдем к частному случаю. Пусть старший четный коэффициент a_4 ограничен: $a_4 \in (0, a_4^{огр})$, где $a_4^{огр} \in (0, +\infty)$. Координаты вершин треугольника ABC (основания пирамиды): $a_2(A) = a_4^{огр} \upsilon_1$, $a_0(A) = 0$; $a_2(B) = a_4^{огр}(a_3/a_5)$, $a_0(B) = a_4^{огр}(a_1/a_5)$; $a_2(C) = a_4^{огр} \upsilon_2$, $a_0(C) = 0$.

Площадь треугольника ABC:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a_0(B)\left[a_2(C) - a_2(A)\right] = \frac{1}{2} a_1 (a_4^{огр} / a_5)^2 \sqrt{a_3^2 - 4a_1 a_5}$$

Объем пирамиды равен:

$$V_{N=3} = a_4^{\text{огр}} S_{ABC} = [a_1 (a_4^{\text{огр}})^3 / 6a_5^2] \sqrt{a_3^2 - 4a_1 a_5}.$$

8. Заключение

Анализ геометрии многомерной области устойчивости в пространстве коэффициентов характеристического полинома линейных систем продолжает оставаться важной проблемой теории и практики автоматического управления. В данной работе предложен новый подход к ее решению. Он заключается в том, что область устойчивости рассматривается не в пространстве всех коэффициентов характеристического полинома (*каноническая* область устойчивости), а в пространстве только *четных* или только *нечетных* коэффициентов. Доказано, что каждая из двух указанных областей устойчивости имеет, независимо от порядка исследуемого полинома, сравнительно простую геометрию: это многомерный выпуклый конус (ВМК) с вершиной в начале координат, расположенный в первом (неотрицательном) ортанте пространства. Для всех точек ВМК выполняется линейное матричное неравенство вида $Bx \leq 0$, где x – вектор столбец четных (нечетных) коэффициентов. Изучены некоторые характеристики ВМК, инвариантные к порядку полинома. В частности, доказано, что пересечение любого числа областей устойчивости K_1, K_2, K_3, ... в пространстве четных (нечетных) коэффициентов является выпуклым многогранным конусом: $K_\Sigma = K_1 \cap K_2 \cap K_3 \cap \ldots$ При *ограниченном* старшем четном (нечетном) коэффициенте полинома область устойчивости становится *ограниченным* выпуклым множеством (N-пирамида). Получена формула для определения объема области устойчивости. Основные результаты работы сопровождаются примерами.

Литература

1. Вышнеградский И. А. О регуляторах прямого действия // Известия С.П.Б. Практического Технологического института. Т.1. 1877.

2. Булгаков Б. В. Колебания. М.: Гостехиздат, 1954.

3. Многорежимные и нестационарные системы автоматического управления. Под ред. акад. Б.Н. Петрова. М.: Машиностроение,1978.

4. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Изд. 2-е. М.: Энергия, 1980.

5. Huang Lin, C. V. Hollot. Results on positive pairs of polynomials and their application to the construction of stability domains // Int. J. Control. 1987. V.46. No 1. P.153–159.

6. Гантмахер Р. Ф. Теория матриц. Изд. 5-е. М.: Физматлит, 2004.

7. Александров А. Д., Николаев Ю. П. Анализ устойчивости и синтез многорежимных систем управления / Многорежимные и нестационарные системы автоматического управления. Под ред. акад. Б.Н. Петрова. М.: Машиностроение,1978. С.93-118.

8. Грязина Е. Н., Поляк Б. Т. Многомерная область устойчивости полиномиальных семейств специального вида // АиТ. 2007. №12. С. 38-52.

9. Ackermann J., Kaesbauer D. Stable polyhedral in parameter space // Automatica. 2003. V.39. P. 937-943.

10. Soylemez M. T., Munro N., Baki H. Fast calculation of stabilizing PID controllers // Automatica. 2003.V. 39. P.121-126.

11. Bhattacharyya S. P., Chapellat H., Keel L. H. Robust control: the parametric approach. Upper Sadle River: Prentice Hill, 1995.

12. Постников М. М. Устойчивые многочлены. М.: Наука, 1981; УРСС, 2004.

13. Солодовников А. С. Системы линейных неравенств. М.: Наука, 1977.

14. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973.

15. Голдман А. Дж. и Таккер А. У. Многогранные выпуклые конусы / Линейные неравенства и смежные вопросы. Сб. статей под ред. Г.У. Куна и А.У. Такера. Пер. с англ. М.: ИЛ, 1959.

16. Вайда С. Теория игр и линейное программирование / Линейные неравенства и смежные вопросы. Сб. статей под ред. Г.У. Куна и А.У. Такера. Пер. с англ. М.: ИЛ, 1959.

17. Лунгу К. Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач. М.: Физматлит, 2005.

18. Николаев Ю. П. Геометрия многомерных областей устойчивости в пространстве четных (нечетных) коэффициентов характеристического полинома линейных систем // АиТ. 2013 (в печати).

19. Fam A. T., Medich J. S. A canonical parameter space for linear systems design // IEEE Trans. Automat. Control. 1978. V.AC-23. №3. P.454-458.

20. Fam A. T. The volume of the coefficient space stability domain of monic polynomials // IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems. 1989. V.2. Portland, Oregon. P.1780-1783.

УДК 629.7.05

РЕЗУЛЬТАТЫ СОВЕШЕНСТВОВАНИЯ ПРОГРАММНО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ СИСТЕМЫ БИНС-СП-2 ПО МАТЕРИАЛАМ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ

***А. В. ФОМИЧЕВ**, к. ф.-м. н.,*
***С. Е. КУХТЕВИЧ**, к. ф.-м. н,*
***Е. А. ИЗМАЙЛОВ**, д. т. н.*
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

На основе анализа результатов летных испытаний бесплатформенной инерциальной навигационной системы и проведенного моделирования влияния инструментальных погрешностей на точность формирования выходной информации системы с учетом реального профиля движения объекта разработаны и внедрены алгоритмические способы повышения ее точности. Приведены фактические данные, подтверждающие эффективность проведенных работ.

***Ключевые слова:** повышение точности, инерциальный режим, движение объекта*

THE RESULTS OF SYSTEM'S BINS-SP2 SOFTWARE IMPROVING ON THE BASIS OF FLIGHT TRIALS INFORMATION

***A. V. FOMICHEV,** PhD in Physics and Mathematics,*
***S. E. KUKHTEVICH**, PhD in Physics and Mathematics,*
***E. A. IZMAYLOV**, D.Sc. in Engineering*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

On the basis of the Strapdown Initial Reference System flight trials analysis results, and the conducted simulation of the instrumental errors impact on system output generation accuracy, with consideration for real object motion profile, the algorithmic techniques for its accuracy rising have been developed and implemented. Factual data, sustaining effectivity of the work conducted is cited.

***Keywords:** accuracy improvement, , inertial mode, object motion*

Введение

Бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) авиационного применения БИНС-СП-2, как практически все современные системы аналогичного назначения [1, 2, 3], представляет собой моноблочную конструкцию с встроенным модулем приемника спутниковой навигационной системы. В качестве инерциальных чувствительных элементов в системе применены одноосные лазерные гироскопы (ЛГ) и кварцевые акселерометры (АК).

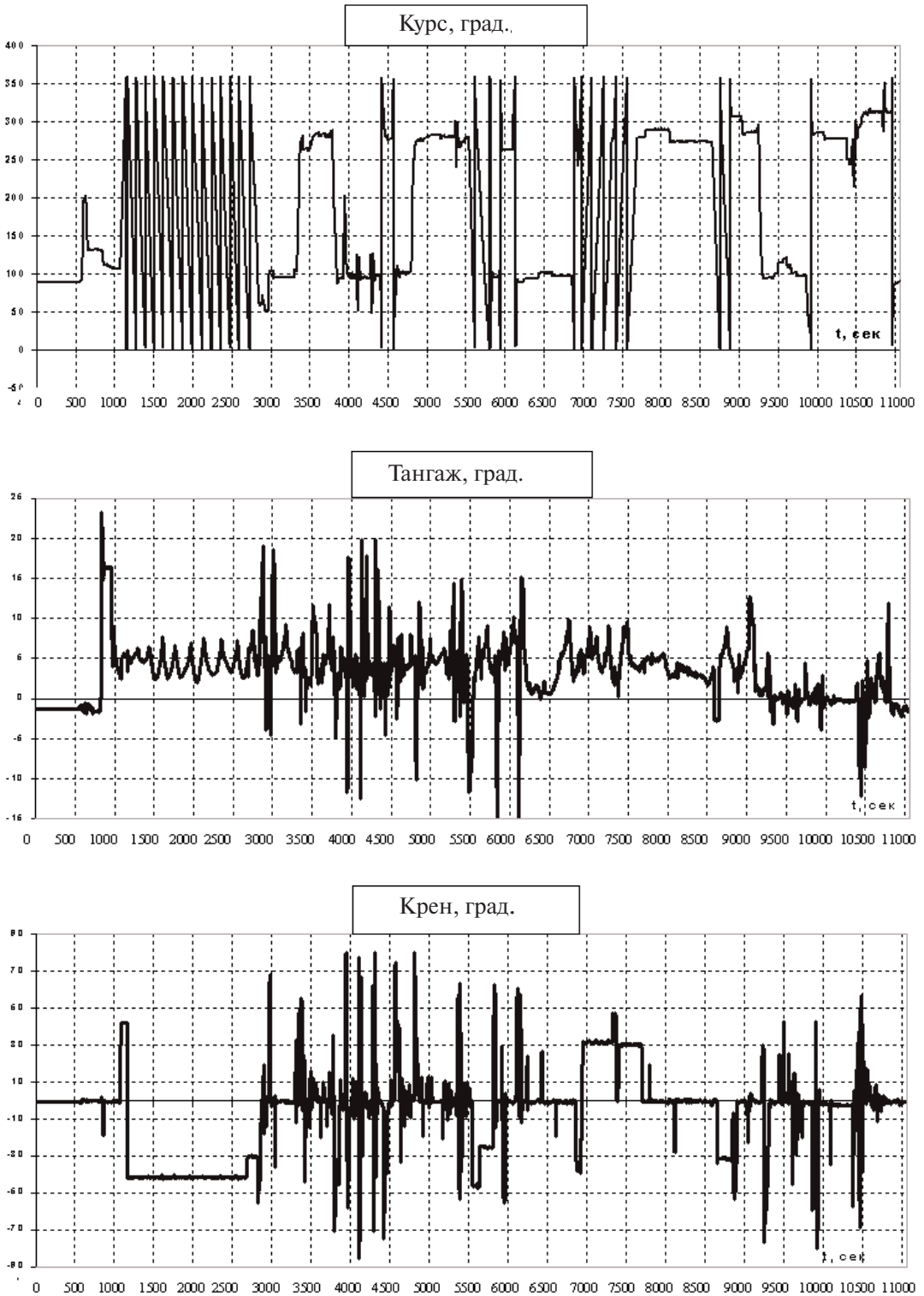


Рис. 1. Профиль полета и погрешности инерциального режима

Система одновременно формирует три вида навигационной информации: инерциальную, спутниковую и инерциально-спутниковую. Очевидно, что класс точности системы определяется погрешностями формирования инерциальной информации (автономный режим).

Летные испытания бесплатформенных инерциальных навигационных систем БИНС-СП-2 выявили недопустимые погрешности навигации в автономном режиме, возникающие преимущественно на высокоманевренных полетах.

На рис. 1 приведен типичный пример профиля одного из полетов и графики соответствующих навигационных погрешностей.

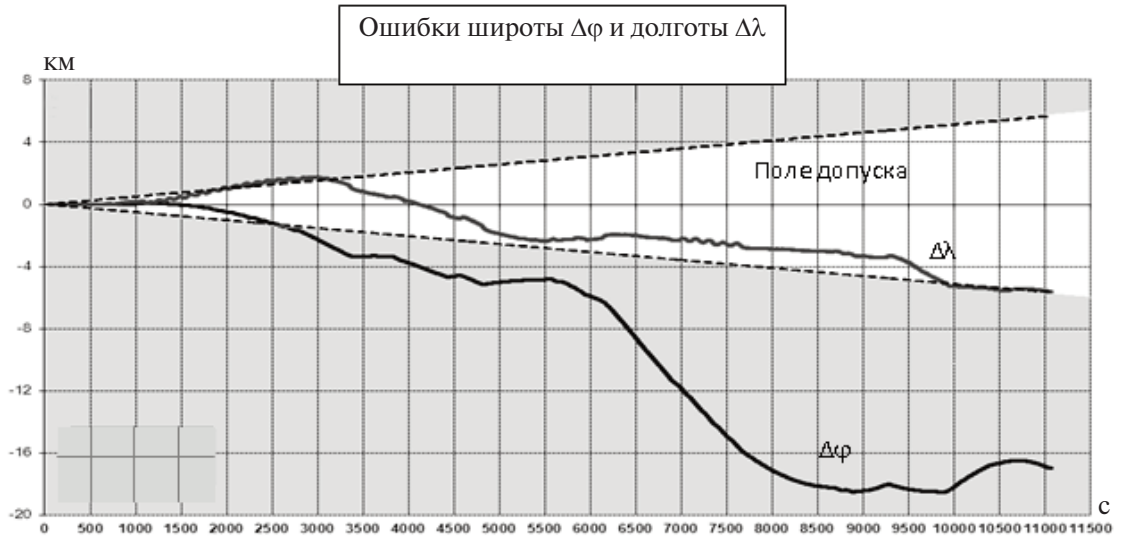


Рис. 1. Профиль полета и погрешности инерциального режима

Первый этап совершенствования программно-математического обеспечения (ПМО) БИНС-СП-2

Для исследования навигационных погрешностей, обусловленных инструментальными ошибками инерциальных датчиков, на реальной траектории использовалась программа-имитатор, принципиальная схема которой приведена на рис. 2.

Рис. 2. Принципиальная схема программы-имитатора

В программу помещается файл траекторных данных, содержащий углы ориентации и компоненты вектора скорости, зарегистрированные в полете, и инструментальные погрешности инерциальных датчиков.

Инструментальные погрешности при моделировании считались постоянными величинами. Перечень инструментальных погрешностей и характерные величины, задававшиеся при моделировании, следующие:

- Дрейфы ЛГ $v_i = 0{,}01$ °/час;
- Смещения нулей АК $\Delta f_i = 1'$;
- Погрешность масштабных коэффициентов АК $C_{ii} = 5 \times 10^{-4}$;
- Погрешность масштабных коэффициентов ЛГ $\mathbf{\Gamma}_{ii} = 5 \times 10^{-6}$;
- Неортогональности осей чувствительности АК $C_{ij} = 1'$, $i \neq j$;
- Неортогональности осей чувствительности ЛГ $\mathbf{\Gamma}_{ij} = 1'$, $i \neq j$;
- Погрешность выставки вертикали $\alpha = 0{,}1'$;
- Погрешность выставки азимута $\beta = 6'$,

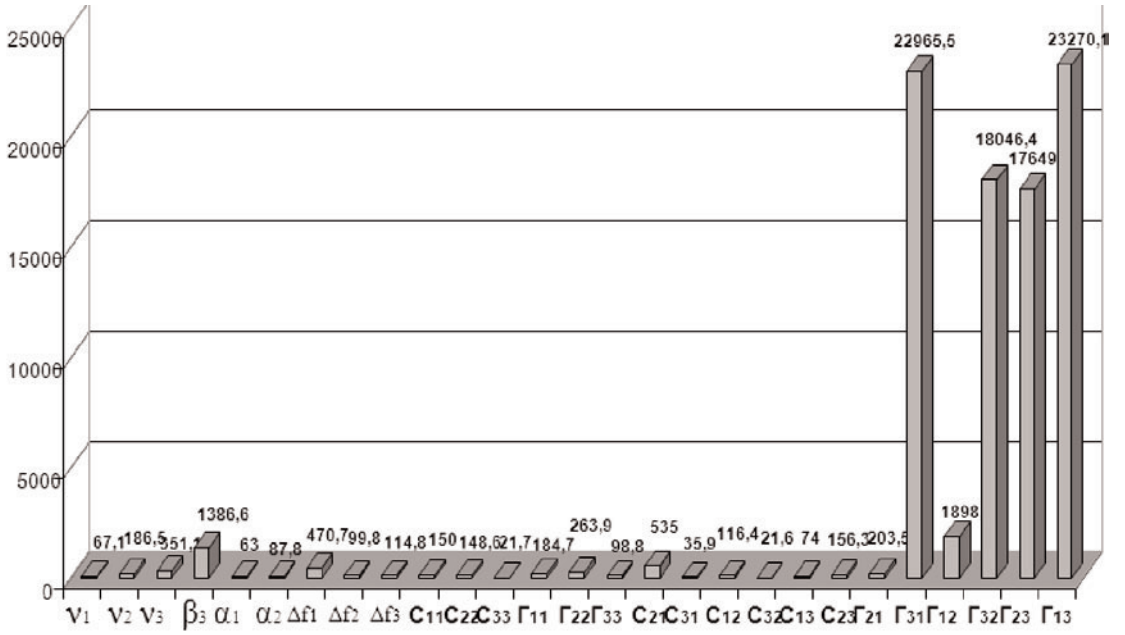
где i, j – номера осей, 1 – продольная ось летательного аппарата (ЛА), 3 – ось, направленная по правому крылу, 2 – дополняет оси 1 и 3 до правого трехгранника.

Программа-имитатор реализует численное интегрирование уравнений ошибок БИНС [4], в результате чего вычисляются навигационные погрешности, соответствующие заложенным инструментальным ошибкам и профилю полета.

На рис.3 показано распределение навигационных ошибок к концу полета, вычисленное для траектории, приведенной на рис.1. Моделирование проводилось для каждой инструментальной погрешности по отдельности. По горизонтальной оси отложены инструментальные ошибки, по вертикальной – ошибки широты и долготы.

Анализ инструментальных погрешностей БИНС на основе математической модели обнаружил доминирующее влияние перекосов осей чувствительности гироскопов на точность навигационного счисления. Возникающие навигационные погрешности на порядок превосходят допуск. Полученные результаты имеют очевидную физическую интерпретацию – взаимная неортогональность осей чувствительности гироскопов в случае высокоманевренного полета в первую очередь нарушает исходную ориентацию математической платформы. Кроме того, полученные данные позволили оценить допустимую погрешность требуемой алгоритмической компенсации.

Перекосы осей чувствительности гироскопов обладают значительной температурной зависимостью (порядка угловых минут). Для обеспечения точности навигационного решения необходима температурная компенсация данной группы инструментальных ошибок.



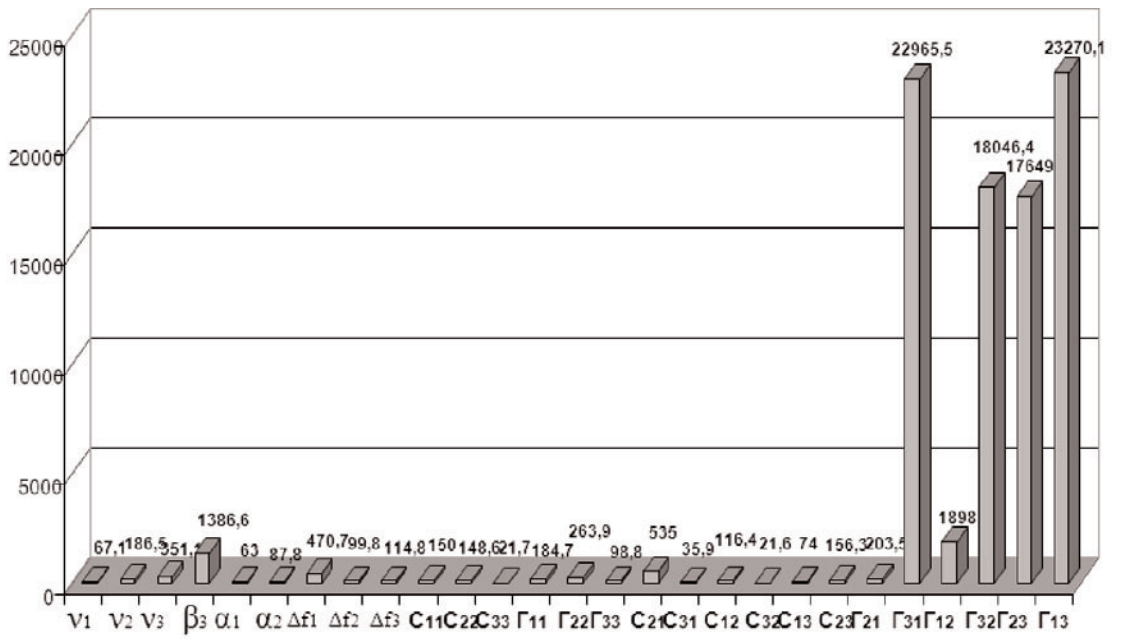


Рис. 3. Навигационные погрешности, соответствующие заданным инструментальным ошибкам

Для этой цели были разработаны и внедрены технологическая и бортовая программы термокомпенсации перекосов осей чувствительности гироскопов, реализующие сглаживание и аппроксимацию экспериментальных термозависимостей. Температурные поправки к перекосам осей чувствительности ЛГ хранятся в памяти БИНС в виде квадратичных сплайнов.

Кроме этих стандартных инструментальных погрешностей, в условиях высокоманевренного полета важны такие факторы, как ресинхронизация информационных каналов гироскопов и акселерометров и разнесение чувствительных масс акселерометров [5]. Ресинхронизация может быть выявлена в стендовом эксперименте. БИНС разворачивается относительно креновой или тангажной оси на 360°. Это приводит к накоплению погрешности скорости во время разворота. Эксперимент с системой БИНС-СП-2 показал наличие задержки 13 мс, приводящей к набору скорости 0,76 м/с на один оборот. Разворот в обратном направлении приводит к списыванию ошибки. Для устранения данного эффекта в ПМО системы БИНС-СП-2 был внедрен алгоритм, компенсирующий задержку. Результаты соответствующего эксперимента приведены на рисунке 4. На верхнем рисунке построен график зависимости крена от времени, на нижнем – погрешности скорости до и после компенсации. Верхняя кривая на графике погрешностей скорости соответствует погрешности скорости без компенсационного алгоритма, нижняя кривая, фактически совпавшая с горизонтальной осью, – результат введения компенсационного алгоритма в бортовое ПО.

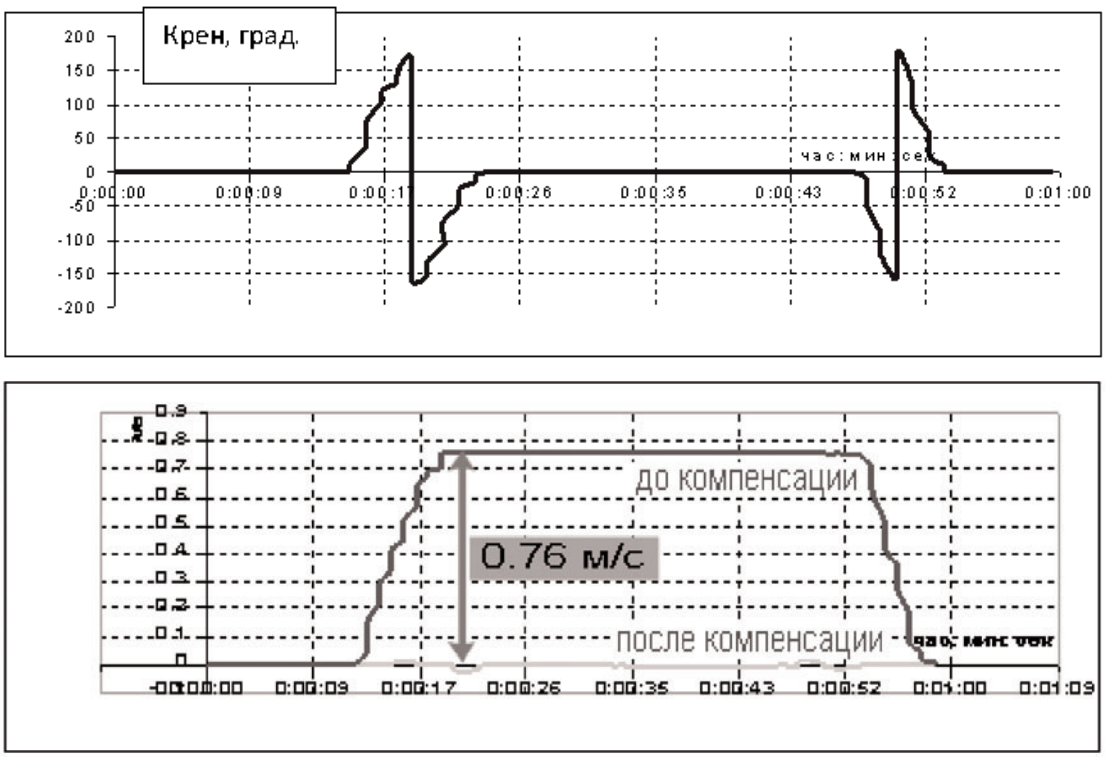


Рис. 4. Разворот по крену и погрешности скорости

Из графика погрешностей скорости видно, что внедрение алгоритма, компенсирующего задержку информации между трактами гироскопов и акселерометров, фактически убирает погрешность скорости.

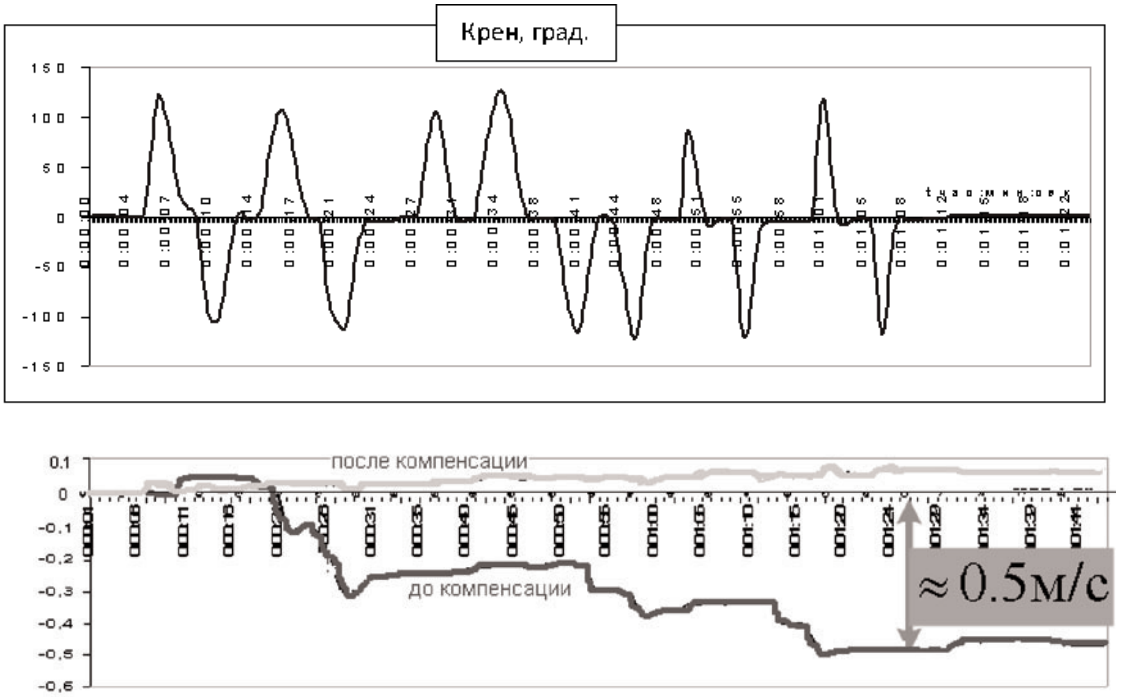


Рис. 5. Навигационные погрешности, соответствующие заданным инструментальным ошибкам

Навигационная погрешность, обусловленная разнесением чувствительных масс акселерометров, обнаруживается в лабораторных условиях при качке. Компенсация паразитных ускорений, приводящих к данной навигационной ошибке, осуществляется путем приведения показаний блока акселерометров к единому полюсу с использованием формулы Эйлера для распределения ускорений в твердом теле.

Результаты стендового эксперимента приведены на рисунке 5. На верхнем графике – зависимость угла крена от времени при качке. На нижнем – погрешности скоростей, соответствующие этому движению до и после введения компенсационного алгоритма. Как видно из графика, погрешность скорости после введения алгоритма компенсации уменьшилась примерно на порядок.

Описанные мероприятия были реализованы на первом этапе модернизации программно-математического обеспечения (ПМО) систем БИНС-СП-2. Результаты лабораторных и летных испытаний выявили значительное улучшение точности навигации в автономном режиме.

Второй этап совершенствования программно-математического обеспечения (ПМО) БИНС-СП-2: дополнительная выставка при стоянке и маневрировании по аэродрому

После доработки ПМО системы БИНС-СП-2 на первом этапе в ряде полетов по-прежнему выявлялись недопустимые погрешности, причем не всегда сопряженные с выполнением интенсивных маневров.

Анализ соответствующих летных данных показал, что достаточно частыми причинами погрешностей являются ошибки начальной выставки БИНС, обусловленные возмущающими факторов, например, ветровыми колебаниями летательного аппарата во время выставки БИНС, и нестабильностью инструментальных погрешностей инерциальных датчиков БИНС, влияющих как на выставку, так и последующую навигацию.

Для уменьшения влияния данных источников погрешностей был разработан алгоритм довыставки во время стоянки и движения по аэродрому до взлета самолета на базе фильтра Калмана, позволяющий оценивать погрешности вертикали, курса и нестабильность смещений нулей трактов горизонтальных акселерометров от запуска к запуску и вносить соответствующие поправки в автономный режим. Возможность реализации данного режима на практике определяется наличием в составе системы встроенного спутникового приемника.

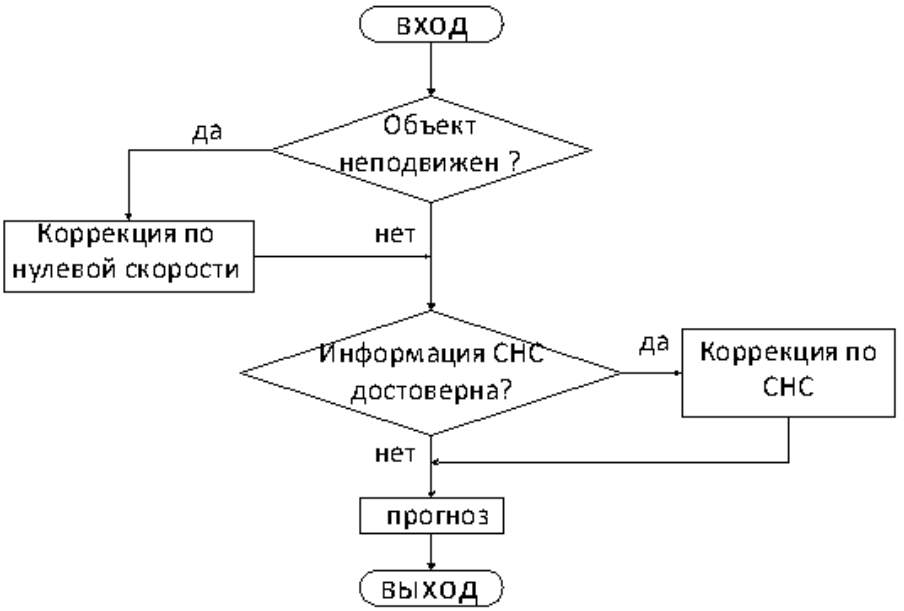


Рис. 6. Принципиальная схема работы алгоритма фильтра Калмана

Алгоритм подключается сразу после перехода из режима «Выставка» в «Навигацию» и продолжает работать до взлета. Во время довыставки на аэродроме система работает в режиме «Навигация». При стоянке доступна корректирующая информация о нулевой скорости и спутниковая навигационная информация. При движении доступна только спутниковая информация. Фильтр Калмана использует всю имеющуюся в наличии корректирующую информацию. Принципиальная схема алгоритма фильтра Калмана представлена на рис. 6.

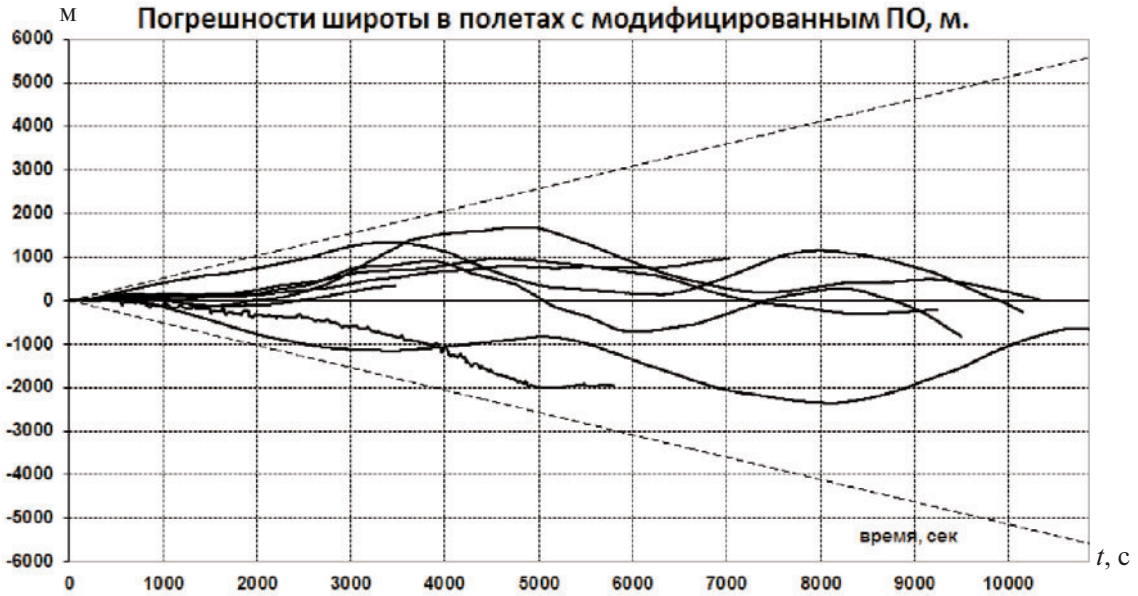
По всем достоверным корректирующим замерам проводятся шаги коррекции. Анализ достоверности замеров осуществляется как по формальным признакам достоверности корректирующей информации, так и по результатам проверки при помощи специальных алгоритмов, позволяющих отбраковывать сбойные замеры. После прохода серии шагов коррекции фильтр выполняет шаг прогноза, после чего цикл повторяется. При полном отсутствии достоверной корректирующей информации фильтр выполняет на каждом такте шаг прогноза.

При отрыве от полосы, чему соответствует команда «Шасси обжато» ШО = 0, работа алгоритма довыставки прекращается, и вносятся поправки в инерциальный режим.

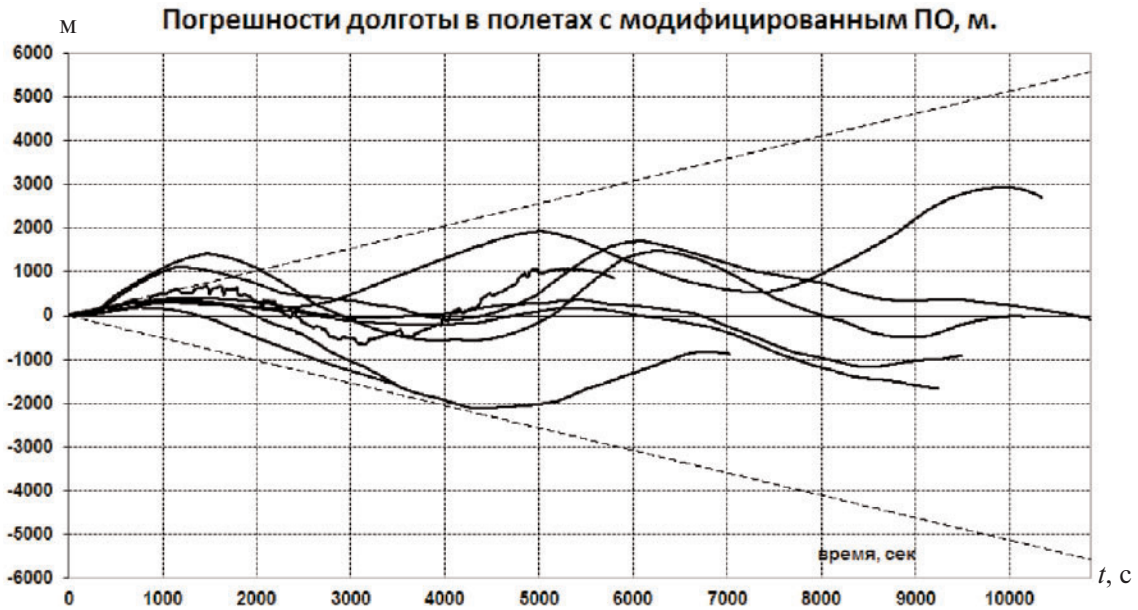
В алгоритме довыставки делается оценка достоверности поправок, вносимых в инерциальный режим, для чего анализируется полное время пребывания фильтра в режиме коррекции. Для этого на каждом шаге работы фильтра, включающем коррекцию хотя бы по одному источнику информации, значение счетчика времени коррекции увеличивается на единицу. При работе фильтра в режиме прогноза счетчик останавливается. Если полное время коррекции достаточно для затухания переходных процессов фильтра, его оценки считаются достоверными и при взлете в инерциальный режим вносятся поправки к углам ориентации и смещениям нулей горизонтальных акселерометров. Если время коррекции недостаточно велико, поправки в инерциальный режим при взлете не вводятся.

Алгоритм довыставки был внедрен в ПМО систем БИНС-СП-2 на втором этапе. Результаты летных испытаний после внедрения этого алгоритма подтвердили повышение точности автономного режима примерно в 1,5 раза.

Приведенные на рис. 7 результаты летных испытаний системы БИНС-СП-2 с вышеописанными модификациями ПО для профилей полета самолета, аналогичных представленному на рис. 1, показывают практическое соответствие точности автономного режима требуемому допуску 1850 м за час полета.



а) погрешности широты



б) погрешности долготы

Рис. 7. Погрешности инерциальных координат системы БИНС-СП-2 после модификации ПО:

Литература

1. А. А. Голован, Н. А. Парусников. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е изд., испр. и доп. М.: МАКС Пресс, 2011. – 136 с.
2. С. Е. Кухтевич, В. Ф. Рафельсон, А. В. Фомичев. О погрешностях БИНС, обусловленных несинхронностью трактов измерения угловых скоростей и линейных ускорений и геометрией блока акселерометров. Труды МИЭА. Вып. 3. 2011, с. 86-95.
3. http://www.aerospace.honeywell.com./guidance-sensor-inertial-products.
4. http://www.usd.es.nortropgrumman/com.
5. http://www/sagem-ds/com.

УДК 531.775

ОБ ИМИТАЦИИ ИДЕАЛЬНЫХ ПОКАЗАНИЙ ДАТЧИКОВ БИНС ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ОБЪЕКТА

О. Н. БОГДАНОВ,
А. А. ГОЛОВАН, *д.ф.-м.н.,*
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Приводится описание алгоритмов имитации идеальных показаний инерциальных датчиков бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС). Входной информацией служат идеальные координаты объекта и параметры ориентации его корпуса, а также вектор скорости объекта в начальный момент времени. Имитация показаний датчика угловой скорости (ДУС) основана на частном случае интегрируемости кинематического уравнения Пуассона, имитация показаний ньютонометров - на уравнениях движения материальной точки, записанных в осях географической и приборной систем координат. Имитация показаний инерциальных датчиков является одним из основных элементов построения систем полунатурной отработки интегрированных инерциальных навигационных систем.

Ключевые слова: *произвольное движение, имитация, идеальные показания, инерциальные датчики*

IMITATION OF STRAPDOWN INS SENSORS IDEAL MEASURES UNDER THE OBJECT'S ARBITRARY MOTION

O. N. BOGDANOV,
A. A. GOLOVAN, *D. Sc. ib Physics and Mathematics,*
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

The article provides a desciption of algorythms imitating strapdown inertial navigation systems (SINS) sensors ideal readings. An object's ideal coordinates and its hull's orientation parameters, as well as object's velocity vector at the initial time, are used as input data. Angular velocity sensor readings imitation is based on the special case of Poisson's kinematic equation, newton meters readings imitation is based on point mass equations of motion written on axes of georgaphic and instrument coordinate systems. Inertial sensors measures imitation plays a vital role in creation of the seminatural exercise systems and inergrated INS.

Keywords: *arbitrary motion, imitation, ideal measures, inertial sensors*

1. Используемые значения

Все используемые системы координат ортогональные, правые. O – центр навигационного эллипсоида. Инерциальная система координат $O\xi$: $O\xi_3$ – ось вращения Земли, оси $O\xi_1$ и $O\xi_2$ находятся в экваториальной плоскости Земли и направлены на неподвижные звезды. $O\eta$ – гринвичская система координат: ось $O\eta_3$ совпадает с $O\xi_3$, ось $O\eta_1$ лежит в плоскости гринвичского меридиана и в экваториальной плоскости. Точка M – начало приборного трехгранника

БИНС [1]. Географическая система координат Mx: Mx_1 направлена на восток, Mx_2 – на север, Mx_3 – географическая вертикаль места. Mz – приборная система координат БИНС. Введем также аналогичные Mx, Mz системы координат Ox, Oz, но с началом в точке O.

Обозначим через $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)^T$, $z = (z_1, z_2, z_3)^T$, радиус-векторы точки M в осях $O\eta$, Ox, Oz; φ, λ и h – географическая широта, долгота и высота точки M. Вектор абсолютной скорости точки M в осях Ox, Oz будем обозначать v_x, v_z вектор относительной скорости (относительно системы $O\eta$) в осях Ox – через V_x.

Для матриц ориентации координатных трехгранников относительно гринвичской системы координат $O\eta$ будем использовать обозначение B с соответствующим нижним индексом, относительно инерциальной $O\xi$ обозначение A. Для вектора абсолютной угловой скорости будем использовать обозначение ω, для относительной угловой скорости (относительно системы $O\eta$) – обозначение Ω.

Измерения гироскопов представляют собой абсолютную угловую скорость ω_z приборного трехгранника Mz БИНС. Измерения ньютонометров f_z представляют собой вектор удельной внешней силы, действующей на объект.

Вектор нормальной силы тяготения обозначим через g^0, u – вектор угловой скорости вращения Земли, a – большая полуось модельного эллипсоида Земли, e – его первый эксцентриситет, μ – константа гравитационного поля Земли, R_E и R_N – долготный и широтный радиусы кривизны.

Каждому вектору c можно поставить в соответствие кососимметрическую матрицу $\hat{c}$:

$$\hat{c} = \begin{pmatrix} 0 & c_3 & -c_2 \\ -c_3 & 0 & c_1 \\ c_2 & -c_1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Тогда $c \times b = -\hat{c}b$.

2. Основные соотношения

Выражения для радиусов кривизны имеют вид:

$$R_E = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}, \quad R_N = R_E \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \sin^2 \varphi}. \tag{2}$$

Связь гринвичских и географических координат точки M:

$$\begin{gathered} \eta_1 = (R_E + h)\cos\lambda\cos\varphi, \quad \eta_2 = (R_E + h)\sin\lambda\cos\varphi, \\ \eta_3 = (R_E + h)\sin\varphi - R_E e^2 \sin\varphi. \end{gathered} \tag{3}$$

Удельная нормальная силы тяжести g вычисляется по формуле Гельмерта [1]:

$$g = 9{,}78030 \cdot (1 + 0{,}005302 \sin^2 \varphi + 0{,}000007 \sin^2 2\varphi) = 0{,}00014 - 2\frac{\mu}{a^3} h. \tag{4}$$

Удельная нормальная силы тяготения g^0 связана с силой тяжести g соотношением (например, в осях Mx):

$$g_x^0 = g_x + \hat{u}_x^2 x, \quad u_x = (0, \cos\varphi, \sin\varphi)^T. \tag{5}$$

Матрицы A_η, B_x и A_x вычисляются следующим образом (считаем, что в начальный момент времени t_0 системы $O\xi$ и $O\eta$ совпадают):

$$A_\eta = \begin{pmatrix} \cos u(t-t_0) & \sin u(t-t_0) & 0 \\ -\sin u(t-t_0) & \cos u(t-t_0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
$$B_x = \begin{pmatrix} -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\cos\lambda\sin\varphi & -\sin\lambda\sin\varphi & \cos\varphi \\ \cos\lambda\cos\varphi & \sin\lambda\cos\varphi & \sin\varphi \end{pmatrix}, \quad A_x = B_x A_\eta. \tag{6}$$

Отсюда

$$x = B_x \eta. \tag{7}$$

3. Определение показаний гироскопов

Задача ставится следующим образом. Предполагаются известными координаты объекта и параметры его ориентации в моменты времени t_j и t_{j+1} ($t_{j+1} - t_j = \Delta t$). Требуется вычислить вектор измерений гироскопов ω_z.

Рассмотрим уравнение Пуассона для матрицы ориентации A_z[1]:

$$\dot{A}_z = \hat{\omega}_z A_z. \tag{8}$$

Если вектор угловой скорости ω_z не меняет своего направления на интервале времени $[t_j, t_{j+1}]$, то точное решение уравнения Пуассона может быть записано в следующем виде:

$$A_z(t_{j+1}) = \left(E + \frac{\sin\gamma}{\gamma}\hat{\gamma} + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma}^2 \right) A_z(t_j). \tag{9}$$

Здесь $\gamma = \left| \int_{t_j}^{t_{j+1}} \omega_z dt \right| = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2}$ – модуль вектора поворота приборной системы координат за интервал времени $[t_j, t_{j+1}]$, γ_i – компоненты вектора поворота ($i = 1, 2, 3$).

Покажем как на основе (9) можно определить компоненты γ_i. Введем обозначение $A_z(t_j+1)A_z^T(t_j) - E = P$. Тогда несложно получить три выражения для определения величины γ через элементы $\{p_{ij}\}$ матрицы P:

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{|p_{31} - p_{13}|}{2}\sqrt{\frac{p_{11} + p_{22} + p_{33}}{p_{11} - p_{22} + p_{33}}}\right),$$
$$\gamma = \arcsin\left(\frac{|p_{23} - p_{32}|}{2}\sqrt{\frac{p_{11} + p_{22} + p_{33}}{p_{22} - p_{11} + p_{33}}}\right). \quad (10)$$

Рекомендуется к использованию то выражение, у которого наибольший по модулю знаменатель. Компоненты вектора γ вычисляются по следующим формулам:

$$\gamma_1 = \frac{\gamma(p_{23} - p_{32})}{2\sin\gamma}, \quad \gamma_2 = \frac{\gamma(p_{31} - p_{13})}{2\sin\gamma}, \quad \gamma_3 = \frac{\gamma(p_{12} - p_{21})}{2\sin\gamma}. \quad (11)$$

Если все три знаменателя в (10) меньше, например, 10^{-14}, то компоненты вектора γ следует вычислять по более простым формулам:

$$\gamma_1 = \frac{p_{23} - p_{32}}{2}, \quad \gamma_2 = \frac{p_{31} - p_{13}}{2}, \quad \gamma_3 = \frac{p_{12} - p_{21}}{2}. \quad (12)$$

4. Вычисление показаний ньютонометров

Задача ставится следующим образом. Предполагаются известными координаты объекта и параметры его ориентации в моменты времени $t_j, j = 0, ..., N$, а также вектор скорости объекта в момент времени t_0. Требуется вычислить вектор измерений ньютонометров f_z на интервале $[t_j, t_{j+1}]$ для $j = 0, ..., N - 1$.

Приборная система координат Oz. Запишем систему модельных уравнений движения точки M в проекциях на оси приборной системы координат Oz [1]:

$$\dot{z} = \nu_z + \omega_z z, \quad \dot{\nu}_z = \hat{\omega}_z \nu_z + f_z + g_z^0 \quad (13)$$

Сила тяготения g_x^0 получается из g_x^0 перепроектировкой: $g_x^0 = A_z A_X^T g_x^0$.

Если векторы f_z, g_x^0 и ω_z не меняют своего направления на интервале времени $[t_j, t_{j+1}]$, точное решение системы запишется следующим образом:

$$v_z(t_{j+1}) = \left(E + \frac{\sin\gamma}{\gamma}\hat{\gamma} + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma}^2\right)v_z(t_j) + \left(E + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\gamma + \frac{\gamma - \sin\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma}^2\right)\left(f_z + g_z^0\right)\Delta t,$$
$$z(t_{j+1}) = \left(E + \frac{1-\sin\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma} + \frac{\gamma - \cos\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma}^2\right)\left(z(t_j) + \nu_z(t_j)\Delta t\right) + \quad (14)$$
$$+\left(\frac{1}{2}E + \frac{\sin\gamma - \gamma\cos\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma} + \frac{1 + 0{,}5\gamma^2 - \cos\gamma - \gamma\sin\gamma}{\gamma^4}\hat{\gamma}^2\right)\left(f_z + g_z^0\right)\Delta t^2.$$

Введем следующие матричные обозначения:

$$C_1 = E + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma} + \frac{\gamma - \sin\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma}^2,$$
$$C_2 = \frac{1}{2}E + \frac{\sin\gamma - \gamma\cos\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma} + \frac{1 + 0{,}5\gamma^2 - \cos\gamma - \gamma\sin\gamma}{\gamma^4}\hat{\gamma}^2. \quad (15)$$

Из второго уравнения (14) находится вектор измерений ньютонометров на интервале $[t_0, t_1]$ по формуле:

$$f_z = \frac{1}{\Delta t^2} C_2^{-1}\left[z(t_1) - C_1[z(t_0) + v_z(t_0)\Delta t\right] - g_z^0. \tag{16}$$

После этого из первого уравнения (14) можно найти величину $v_z(t_1)$ и таким образом распространить описанный алгоритм на все интервалы времени $[t_j, t_{j+1}]$ для $j = 0, ..., N - 1$.

Географическая система координат Ox. Этот вариант важен также для задачи имитации показаний ньютонометров инерциальных систем с гиростабилизированной платформой. Запишем систему модельных уравнений движения точки M в следующей форме:

$$\dot{A}_x = \hat{\omega}_x A_x, \quad \dot{v}_x = \hat{\omega}_x v_x + f_x + g_x^0. \tag{17}$$

Первое уравнение представляет собой кинематическое уравнение Пуассона, поэтому алгоритм определения вектора x совпадает с алгоритмом вычисления показаний гироскопов. Для вычисления вектора $\Omega_x = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)^T$ воспользуемся равенством:

$$\Omega_x = \omega_x - u_x, \tag{18}$$

а затем вычислим компоненты вектора $V_x = (V_1, V_2, V_3)^T$:

$$V_1 = \Omega_2\left(R_E + h(t_1)\right), \quad V_2 = -\Omega_1\left(R_N + h(t_1)\right), \quad V_3 = \left(h(t_1) - h(t_0)\right)/\Delta t. \tag{19}$$

Далее вычисляется вектор абсолютной скорости $v_x(t_1)$:

$$v_x(t_1) = V_x(t_1) - u_x x(t_1). \tag{20}$$

Точное решение второго уравнения системы при условии сохранения векторами f_x, g_x^0 и ω_x своего направления на интервале времени $[t_j, t_{j+1}]$ имеет вид:

$$\begin{aligned} v_x\left(t_{j+1}\right) = &\left(E + \frac{\sin\gamma}{\gamma}\hat{\gamma} + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma}^2\right) v_x(t_j) + \\ &+ \left(E + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma} + \frac{\gamma - \sin\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma}^2\right)\left(f_x + g_x^0\right)\Delta t. \end{aligned} \tag{21}$$

Введем матричные обозначения:

$$\begin{aligned} C_1 &= E + \frac{\sin\gamma}{\gamma}\hat{\gamma} + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma}^2, \\ C_2 &= E + \frac{1-\cos\gamma}{\gamma^2}\hat{\gamma} + \frac{\gamma - \sin\gamma}{\gamma^3}\hat{\gamma}^2. \end{aligned} \tag{22}$$

Тогда вектор измерений ньютонометров в проекциях на оси географической системы координат следует вычислить по формуле:

$$f_x = \frac{1}{\Delta t} C_2^{-1} \left[\nu_x(t_1) - C_1 \nu_x(t_0) \right] - g_x^0. \tag{23}$$

и спроектировать затем на оси приборной системы координат: $f_z = A_z A_x^T f_x$.

После этого описанный алгоритм распространяется на все интервалы времени $[t_j, t_{j+1}]$ для $j = 0, ..., N - 1$.

5. Заключение

1. Рассматриваемая задача имитации показаний инерциальных датчиков распадается на две независимые подзадачи: имитацию показаний гироскопов и показаний ньютонометров.

2. Показания гироскопов моделируются по известным координатам объекта и параметрам его ориентации.

3. Для имитации показаний ньютонометров рассмотрены два различных варианта записи модельных уравнений. При имитации в приборной системе координат на каждом интервале времени по известным значениям координат в левом и правом узле и известной скорости в левом узле сначала определяется результирующая внешняя сила, которую нужно приложить, чтобы попасть в заданное положение в правом узле, а затем вычисляется скорость, с которой объект займет данное положение. При работе в географической системе координат сначала вычисляется скорость в правом узле, а затем определяется внешняя сила, которую необходимо приложить, чтобы достичь вычисленной скорости.

4. Описанные алгоритмы были проверены на большом количестве модельных траекторий, заданных как аналитически, так и построенных на основе экспериментальных данных конкретных полетов. Они показали свою высокую эффективность при отработке алгоритмов интегрированных БИНС различного назначения.

Литература

1. А. А. Голован, Н. А. Парусников. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е изд., М.: Изд-во МГУ. 2011.

УДК 629.7.05

ФОРМИРУЮЩИЙ ФИЛЬТР ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ВЕТРА

В. Е. КУЛИКОВ, *д. т. н., профессор*
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Изложен подход к формированию в дискретном виде дифференцируемого случайного процесса ветровых возмущений в продольном направлении на базе модели Драйдена при ее использовании в моделях движения летательного аппарата. Получено аналитическое выражение для формирующего фильтра, генерирующего с заданным среднеквадратическим отклонением скорость и соответствующее ей ускорение продольного ветра.

Ключевые слова: *турбулентный ветер, формирующий фильтр, дифференцируемый случайный процесс, дискретная система*

FORMING FILTER FOR DIFFERENTIABLE TURBULENT WIND SIMULATION

V. KULIKOV, *D. Sc. in Engineering, professor*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

An approach is described to forming the longitudinal turbulent wind model as a discrete differentiable random process on the basis of the model of Dryden under its usage in aircraft motion models. An analytic expression for the forming filter, generating the speed and the acceleration of the longitudinal turbulent wind with the specified standard deviations is proposed.

Keywords: *turbulent wind, forming filter, differentiable random process, discrete system*

Известна модель Драйдена скорости продольного турбулентного ветра $x(p)$ в операторной форме [1]

$$U_x(p) = \frac{1}{p+\mu} \cdot \xi(p), \mu = \frac{V}{L}, \tag{1}$$

здесь V – продольная скорость полета, L – масштаб турбулентности, $\xi(p)$ – белый шум с интенсивностью

$$S_{1\xi} = 2\mu\sigma_x^2, \tag{2}$$

где $\sigma(x)$ – известное среднеквадратическое отклонение скорости ветра.

Формирующий фильтр с передаточной функцией

$$W_1(p) = \frac{1}{p+\mu} \tag{3}$$

генерирует случайный процесс $U_x(t)$, имеющий спектральную плотность

$$S_1(\omega) = S_{1\xi}\frac{1}{\omega^2+\mu^2} = \sigma_x^2\frac{2\mu}{\omega^2+\mu^2}. \qquad (4)$$

Процесс является недифференцируемым, так как его спектральная плотность (4) не соответствует условию дифференцируемости [2] вида

$$\int_0^\infty \omega^2 S_1(\omega)d\omega < \infty.$$

Для решения задач моделирования полета самолета в замкнутом контуре управления при воздействии случайного турбулентного ветра возникает необходимость учитывать производную ветра в уравнениях движения [3], например, в уравнении формирования угла атаки α, а именно

$$\begin{cases} \dot{\omega}_z = \overline{m}_z^{\alpha}\alpha + \overline{m}_z^{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \overline{m}_z^{\omega_z}\omega_z + \overline{m}_z^{\Delta\varphi_{cm}}\Delta\varphi_{cm}, \\ \dot{\alpha} = \omega_z - \dfrac{g}{V}n_{ya} + \dfrac{\left(\dot{U}_x^* + \dot{U}_y^* + \dot{U}_z^*\right)}{V}, \end{cases} \qquad (6)$$

где $\dot{U}_x^*, \dot{U}_y^*, \dot{U}_z^*$ – проекции производных скорости продольного, вертикального и бокового ветра на скоростную систему координат, n_{ya} – нормальная перегрузка в скоростной системе координат. Прямое использование в (6) сигнала «производной» формирующего фильтра Драйдена с передаточной функцией (3) является математически некорректным и дает неверный практический результат, так как дисперсия производной $\dot{U}_x(t)$ бесконечна.

Для устранения этого недостатка предлагается уточненная модель Драйдена продольного турбулентного ветра с введением в состав формирующего фильтра дополнительного апериодического звена с малой постоянной времени $T_\lambda = \dfrac{1}{\lambda}$ в виде

$$W_2(p) = \frac{1}{p+\mu}\cdot\frac{\lambda}{p+\lambda}, \qquad (7)$$

где λ – собственная частота вводимого апериодического звена, при этом $T_\lambda << T_\mu$, где $T_\mu = \dfrac{1}{\mu}$, ($>>\mu$). В целях сохранения коэффициента усиления исходной модели (3) величина λ введена и в числитель. Тогда спектральная плотность случайного процесса скорости ветра формирующего фильтра с передаточной функцией (7) имеет выражение

$$S_2(\omega) = S_{\xi 2}\frac{\lambda^2}{\left(\omega^2+\mu^2\right)\left(\omega^2+\lambda^2\right)}$$

и генерируемый процесс будет удовлетворять условию дифференцируемости (5), так как интеграл $\int_0^\infty \omega^2 S_2(\omega)d\omega$ конечен.

Общим условием работы фильтров с передаточными функциями (3) и (7) является одинаковость задаваемой дисперсии σ_x^2 выходного сигнала – скорости ветра. Найдем по методу интегральной квадратичной оценки [4] выражение для интенсивности входного белого шума $S_{\xi 2}$. Согласно этому методу в случае системы второго порядка дисперсия выходного сигнала определяется выражением

$$\delta^2 = S_{2\xi}\frac{\Delta_B}{2a_2\Delta},\quad \Delta = \det\begin{bmatrix} a_0 & -a_2 \\ 0 & a_1 \end{bmatrix},\quad \Delta_B = \det\begin{bmatrix} a_0 & -a_2 \\ b_0^2 & b_1^2 \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где a_0, a_1, a_2 коэффициенты характеристического полинома, b_0, b_1 – коэффициенты полинома числителя передаточной функции (7). Подставляя выражения для этих коэффициентов

$$a_0 = \mu\lambda,\ a_1 = \mu + \lambda,\ a_1 = 1,\ b_0 = \lambda,\ b_0 = 0$$

в формулу (8), найдем из нее искомую интенсивность белого шума

$$S_{\xi 2} = \sigma_x^2\frac{2\mu(\lambda+\mu)}{\lambda}.$$

Систему дифференциальных уравнений формирующего фильтра, удовлетворяющую (7), запишем в форме Коши

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -(\lambda+\mu)x_1(t) - \lambda\mu x_2(t) + \lambda\xi(t), \\ x(t) = x_1(t). \end{cases} \tag{10}$$

Для перехода к цифровому виду, необходимому для проведения математического моделирования на ЭВМ, преобразуем систему (10) к разностной системе, в которой белый шум представлен последовательностью центрированных независимых векторов, имеющих конечную дисперсию. Переход состояния стационарной системы (10) из состояния $\vec{x}(t_k) = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$ в последующее состояние $\vec{x}(t_{k+1})$ определяется интегралом Дюамеля [5]:

$$\vec{x}(t_{k+1}) = \Phi(T)\vec{x}(t_k) + \int_{t_{k-1}}^{t_k}\Phi(T-\tau)\vec{\xi}(\tau)d\tau,\ \vec{\xi}(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & \xi(\tau) \end{bmatrix}^T, T = t_{k+1} - t_k. \tag{11}$$

В уравнении (11) фундаментальная матрица $\Phi(T)$ определяется интегрированием уравнения

$$\dot{\Phi}(t) = \mathrm{A}\,\Phi(t),\ \Phi(0) = \mathrm{E}, \tag{12}$$

на интервале дискретизации $[0, T]$. В нашем случае матрица системы (10) имеет вид

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\lambda+\mu) & \lambda\mu \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Решение уравнения матричного уравнения (12) дает искомую фундаментальную матрицу

$$\Phi(\mathrm{T}) = \begin{bmatrix} \varphi_{11}(\mathrm{T}) & \varphi_{12}(\mathrm{T}) \\ \varphi_{21}(\mathrm{T}) & \varphi_{22}(\mathrm{T}) \end{bmatrix}, \tag{14}$$

элементы которой равны

$$\begin{cases} \varphi_{11}(\mathrm{T}) = \dfrac{1}{\lambda-\mu}\left(\lambda e^{-\mu \mathrm{T}} - \mu e^{-\lambda \mathrm{T}}\right), \\ \varphi_{12}(\mathrm{T}) = \dfrac{1}{\lambda-\mu}\left(e^{-\mu \mathrm{T}} - e^{-\lambda \mathrm{T}}\right), \\ \varphi_{11}(\mathrm{T}) = \dfrac{\lambda\cdot\mu}{\lambda-\mu}\left(e^{-\lambda \mathrm{T}} - e^{-\mu \mathrm{T}}\right), \\ \varphi_{11}(\mathrm{T}) = \dfrac{1}{\lambda-\mu}\left(\lambda e^{-\lambda \mathrm{T}} - \mu e^{-\mu \mathrm{T}}\right), \end{cases} \tag{15}$$

Второе слагаемое в правой части уравнения (11) представляет собой реакцию системы (10) на воздействие белого шума, который после прохождения через устойчивую систему дает нормальный случайный процесс с конечной дисперсией по каждой фазовой координате. Тогда в векторной форме для дискретного вида выражения (11) случайное вынужденное движение системы в стационарном состоянии запишется в виде

$$\vec{\psi}(t_k) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(T-\tau)\cdot\vec{\xi}(\tau)d\tau, \;\; \vec{\psi}(t_k) = \left[\psi_1(t_k) \quad \psi_2(t_k)\right]^{\mathrm{T}}. \tag{16}$$

Так как поставлен вопрос получения на выходе формирующего фильтра случайного процесса с заданной дисперсией $\sigma_{\dot{x}}^2$ основной задачей является нахождение решения в среднеквадратическом смысле, то есть получения дисперсионной матрицы системы (10):

$$\mathrm{Q}_{\psi}(T) = M\left[\vec{\psi}(T)\vec{\psi}^T(T)\right] = \begin{bmatrix} q_{11}(T) & q_{12}(T) \\ q_{21}(T) & q_{22}(T) \end{bmatrix}. \tag{17}$$

Дискретная дисперсионная матрица Q(T) случайного выходного сигнала фильтра при нулевых начальных условиях вектора состояния системы $\vec{x}(t_0) = \left[0 \quad 0\right]^T$ удовлетворяет в непрерывном виде матричному дифференциальному уравнению

$$\begin{gathered} \mathrm{A}\,\mathrm{Q}_{\psi}(t) + \mathrm{Q}_{\psi}(t)\mathrm{A}^{\mathrm{T}} + S_{\xi}, \;\; \mathrm{Q}_{\psi}(0) = 0, \\ \mathrm{Q}_{\psi}(t) = \begin{bmatrix} q_{11}(t) & q_{12}(t) \\ q_{21}(t) & q_{22}(t) \end{bmatrix}, q_{12}(t) = q_{21}(t), \end{gathered} \tag{18}$$

где матрица интенсивностей входного белого шума равна

$$S_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 S_{2\xi} \end{bmatrix}.$$

Для установившегося состояния ($t \to \infty$) устойчивой системы (10) производная $\dot{\mathrm{Q}}_\psi(t) = 0$ равна нулю и уравнение (18) можно представить в виде системы трех скалярных уравнений

$$\begin{cases} 2q_{12} = 0, \\ q_{22} - \lambda\mu q_{11} - (\lambda + \mu) q_{12} = 0, \\ -2\lambda\mu q_{12} - 2(\lambda + \mu) q_{22} + \lambda^2 S_{2\xi}. \end{cases} \tag{19}$$

Решением системы (19) будет

$$q_{11} = \frac{\lambda^2}{2\lambda\mu(\lambda + \mu)}, \; q_{12} = 0, \; q_{22} = \frac{\lambda^2}{2(\lambda + \mu)}$$

или

$$\mathrm{Q}_\psi(\infty) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda\mu} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\lambda^2}{2(\lambda + \mu)} S_{2\xi}. \tag{20}$$

Заметим, что матрица является постоянной. Перепишем уравнение системы (11) с учетом (16)

$$\vec{x}(t_{k+1}) = \Phi(T)\vec{x}(t_k) + \vec{\psi}(T). \tag{21}$$

Выражение для дисперсионной матрицы дискретной системы (21) в установившемся режиме будет иметь вид

$$\mathrm{Q}_\psi(\infty) = \Phi(T)\, \mathrm{Q}_\psi(\infty)\, \Phi(T)^T + \mathrm{Q}_\psi(T). \tag{22}$$

Отсюда, с учетом (14) и (15), можно найти выражение для матрицы $\mathrm{Q}_\psi(T)$, а именно

$$\mathrm{Q}_\psi(T) = \frac{\lambda^2}{2(\lambda + \mu)} S_{2\xi} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda\mu} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda\mu} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{21} \\ \varphi_{12} & \varphi_{22} \end{bmatrix} \right\}. \tag{23}$$

Подставим (9) и (15) в выражение (23) и для элементов дискретной дисперсионной матрицы получим

$$q_{11}(T) = \sigma_x^2 \left\{ 1 - \frac{1}{(\mu - \lambda)^2} \left[\left(\mu e^{-\lambda t} - \lambda e^{-\mu t} \right)^2 + \mu\lambda \left(e^{-\mu t} - e^{-\lambda t} \right)^2 \right] \right\},$$

$$q_{12}(T) = \frac{\mu\lambda}{(\mu - \lambda)^2} \sigma_x^2 \left\{ \left[\left(\mu e^{-\mu t} - \lambda e^{-\lambda t} \right) \left(e^{-\mu t} - e^{-\lambda t} \right) - \left(\mu e^{-\lambda t} - \lambda e^{-\mu t} \right) \left(e^{-\mu t} - e^{-\lambda t} \right) \right] \right\}, \tag{24}$$

$$q_{22}(T) = \mu\lambda\sigma_x^2 \left\{ 1 - \frac{1}{(\mu - \lambda)^2} \left[\left(\mu e^{-\mu t} - \lambda e^{-\lambda t} \right)^2 + \mu\lambda \left(e^{-\mu t} - e^{-\lambda t} \right)^2 \right] \right\}.$$

Для использования уравнения (21) в качестве модели генерации дифференцируемого случайного процесса ветра необходимо найти реализацию вектора $\bar{\psi}(T)$. Чтобы получить симметричную дисперсионную матрицу

$$Q_{\psi}(T)=\begin{bmatrix} q_{11}(T) & q_{12}(T) \\ q_{12}(T) & q_{22}(T) \end{bmatrix}, \tag{25}$$

составляющие случайного вектора должны быть равны

$$\psi_1(t_k)=c_{11}(T)n_1(t_k),\ \psi_2(t_k)=c_{21}(T)n_1(t_k)+c_2(T)n_2(t_k),$$

где $n_1(t_k)$, $n_2(t_k)$ – независимые, нормальные, центрированные случайные величины, обновляемые датчиком случайных чисел (процедурой GAUSS). Коэффициенты, распределяющие веса генерируемого шума, для получения значений элементов дисперсионной матрицы (25) определяются в виде

$$c_{11}(T)=\sqrt{q_{11}(T)},\ c_{21}(T)=\frac{q_{12}(T)}{\sqrt{q_{11}(T)}},\ c_{22}(T)=\sqrt{q_{22}(T)-\frac{q_{12}(T)^2}{q_{11}(T)}}. \tag{26}$$

В итоге запишем уравнения искомого дискретного формирующего фильтра для цифрового моделирования продольного дифференцируемого ветра

$$\begin{cases} x_1(t_{k+1})=\varphi_{11}(T)x_1(t_k)+\varphi_{12}(T)x_2(t_k)+c_{11}(T)n_1(t_k), \\ x_2(t_{k+1})=\varphi_{21}(T)x_1(t_k)+\varphi_{22}(T)x_2(t_k)+c_{21}(T)n_1(t_k)+c_{22}(T)n_1(t_k). \end{cases} \tag{27}$$

Система (27) совместно с выражениями для постоянных коэффициентов (26), (24) и (15) при заданном шаге цифрового моделирования T является решением задачи получения продольного дифференцируемого ветра в интересах цифрового моделирования. При этом последовательность $x_1(t_{k+1})$ представляет собой реализацию случайного ветра, а последовательность $x_2(t_{k+1})$ – реализацию производной скорости ветра, в каждый дискретный момент времени в точности соответствующей текущей реализации скорости ветра.

Работа уточненного фильтра Драйдена проверена численно при $\sigma_x = 1$ м/с и $\sigma_x = 2$ м/с, $\lambda = 10\mu$ и шаге $T = 0{,}001$ с. Согласованность генерируемой последовательности скорости и ускорения ветра подтверждено совпадением процесса интегрирования получаемого ускорения методом Эйлера и процесса скорости ветра с точностью не более 0,1% от максимальной величины скорости ветра.

В итоге с помощью полученного фильтра обеспечена одновременная генерация скорости и ускорения ветра для задаваемого среднеквадратического отклонения σ_x скорости продольного ветра.

Литература

1. Доброленский Ю. П. Динамика полета в неспокойной атмосфере — М.: Машиностроение, 1969, 256 с.

2. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: «Наука», Гл. ред. физ.-мат. л-ры. 1968, 463 с.

3. Основные методы анализа динамики полета. Г. С. Бюшгенс, М. Г. Гоман, А. С. Устинов/ В кн. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов/ Под ред. Г. С. Бюшгенса. – М.: Наука. Физматлит, 1998. – 816 с.

4. Кочетков Ю. А. Основы автоматики авиационного оборудования. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского. 1975, 454 с.

5. Кочетков Ю. А. Основы автоматики авиационного оборудования. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского. 1995, 574 с.

УДК 629.7.05 (006.32)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДОКУМЕНТОВ DO-178B И DO-178C

О. Д. БЕРСУЦКАЯ
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Нормативные документы зарубежных сертифицирующих органов (FAA, EASA), в соответствии с которыми сертифицируется авиационная техника гражданского назначения по всему миру, регулярно актуализируются и совершенствуются с появлением новых подходов к разработке, а также проблем и задач, внимание которым не было уделено в предыдущих версиях.

Именно в связи с совершенствованием методов разработки, а также для отражения накопленного опыта сертификации авиационной техники, содержащей программное обеспечение, в 2012 году была выпущена обновленная четвертая версия документа DO-178 C «Требования к программному обеспечению бортовой аппаратуры и систем при сертификации авиационной техники».

В статье произведен сравнительный анализ документа DO-178 C и его предыдущей версии DO-178B на предмет вновь введенных или измененных требований к сертификации программного обеспечения, разрабатываемого в ОАО «МИЭА».

Ключевые слова: *требования к сертификации ПО, сравнительный анализ, DO-178B и DO-178C, процессы жизненного цикла ПО*

COMPARATIVE ANALYSIS OF DO-178B AND DO-178C DOCUMENTS.

O. D. BERSUTSKAYA
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

The guidelines documents of foreign certification organizations (FAA, EASA), in accordance with which airborne systems and equipment is certificated all over the world, are regularly improved and renovated with the advent of new methods of aircraft design, as well as problems and tasks, which hadn't been given consideration in its earlier versions.

Exactly because of improvement of design methods and gaining more experience of aviation equipment and airborne software certification, in 2012 was published the forth version of DO-178C "Software Considerations in Airborne Systems and Equipment Certification".

The article provides analysis DO-178C in comparison with its earlier version DO-178B for the purpose of new or changed certification requirement to airborne software design process in JSC "MIEA".

Keywords: *computer software certification requirements, comparative analysis, DO- 178B and DO- 178C, software life cycle processes*

Начиная с 1982 года разработчики, производители и специалисты по сертификации авионики по всему миру используют документ DO-178 и его национальные эквиваленты в качестве инструктивного материала по созданию и сертификации программного обеспечения (ПО) авиационной техники. За прошедшие годы не раз возникала необходимость детализации требований, устранения ошибок и нестыковок, уточнения формулировок, расширения и дополнения новыми инструкциями, в связи с чем документ пересматривался и выпускалась новая версия.

От версии к версии организации, участвующие в пересмотре документа, балансировали между необходимостью обозначить общие принципы и подходы к сертификации программного обеспечения, не вдаваясь в особенности конкретных типов изделий, и желанием разработчиков авиационной техники получить подробные пошаговые инструкции, учитывающие все тонкости. В результате каждая последующая версия DO-178 являлась неким компромиссом со смещением в сторону описания общих принципов. Для компенсации этого смещения параллельно с выпуском каждой следующей версии DO-178 было решено выпускать документ DO-248, содержащий ответы на часто задаваемые вопросы со стороны разработчиков, разъяснительную информацию по разделам DO-178 и обоснование описываемых в нем решений.

Первый пересмотр документа DO-178 потребовался спустя всего год после выпуска. Для пересмотра был создан специальный комитет SC-152, который в течение двух лет работал над новой, уточненной и расширенной версией DO-178. В результате, в 1985 году был выпущен документ DO-178A, а вслед за ним и его национальные версии.

Следующий пересмотр был инициирован Федеральным Авиационным управлением гражданской авиации США (FAA). Необходимость пересмотра выпуска следующей версии документа была вызвана тем, что специалисты, включенные в состав комитета SC-152, не учли стремительного развития технологии создания программного обеспечения и возможности различной интерпретации обозначенных в DO-178A положений, что делало их сложными для однозначного понимания. На этот раз в группу пересмотра разработки новой версии документа вошли представители большего числа заинтересованных организаций, в том числе представители ARINC (Aeronautical Radio Incorporated), Ассоциации пилотов (Airline Pilots Association), Национальной ассоциации деловой авиации (National Business Aircraft Association), Ассоциации воздушного транспорта (Air Transport Association) и, конечно же, Федерального авиационного управления. Пересмотренная версия DO-178B была выпущена в 1992 году.

Благодаря такому основательному подходу, документ DO-178B не требовал пересмотра в течение шести последующих лет. Однако в связи с непрерывным развитием технологий разработки ПО, в 2004 году FAA посредством RTCA (Radio Technical Commission for Aeronautics) и Специального комитета по вопросам программного обеспечения инициировала выполнение анализа

накопившихся за эти годы проблем и вновь появившихся методов проектирования ПО. Результатом анализа стало решение о необходимости выпуска новой, значительно расширенной версии — DO-178C.

Разработка новой редакции DO-178 выполнялась объединенными усилиями Специального комитета FAA SC-205 и рабочей группы EUROCAE WG-71. В состав группы вошел и основатель учебно-консультационного центра по вопросам сертификации программного обеспечения ACG Solutions — француз Фредерик Потон, который впоследствии выпустил материал «DO-178C/ED-12C versus DO-178B/ED-178B. Changes and Improvements», комментирующий основные изменения содержания DO-178C по сравнению с предыдущей версией.

Объединенной команде WG-71/ SC-205 предстояло решить следующие проблемы и задачи:

1. Устранить все ошибки, пропуски, противоречия и несоответствия, обнаруженные в DO-178B за время его применения.

2. Улучшить формулировки, сделав их более точными и однозначными.

3. Обозначить четкое соответствие целей процессов жизненного цикла (ЖЦ) программного обеспечения и мероприятий, выполнение которых необходимо для их достижения.

4. Создать дополнения к DO-178C, учитывающие существующие методы разработки ПО, при этом значительно не увеличивая объем текста документа.

5. Проработать раздел, описывающий порядок квалификации инструментов, применяемых в процессах жизненного цикла (ЖЦ) ПО.

6. Учесть и отразить современные методы проектирования бортовых систем в разделе, описывающем связь процессов ЖЦ ПО с системными процессами.

7. Четко обозначить цели процессов ЖЦ ПО, которые в предыдущей версии документа лишь неявно подразумевались — так называемые «скрытые цели».

Рассмотрим подробнее, как именно были решены указанные проблемы и задачи в DO-178C. Уже при первичном анализе DO-178B участниками SC-205 и WG-71 были единогласно приняты следующие директивы:

1. В документе должны быть сохранены все основополагающие принципы и подходы к сертификации программного обеспечения бортовых систем, поскольку за время применения они показали свою актуальность и значимость.

2. Внесение изменений должно было быть минимизировано настолько, насколько это возможно при сохранении стремления к достижению заданных целей.

3. Все изменения должны быть легко прослеживаемыми для обеспечения обратной совместимости с DO-178B.

Казалось бы, как можно совместить соблюдение данных директив и решение назревших проблем и задач? Как и раньше, требовался сложно достижимый компромисс, который был найден.

Как и предполагалось, принципиальных изменений в структуру жизненного цикла программного обеспечения внесено не было, в чем можно убедиться, взглянув на рисунок 1.

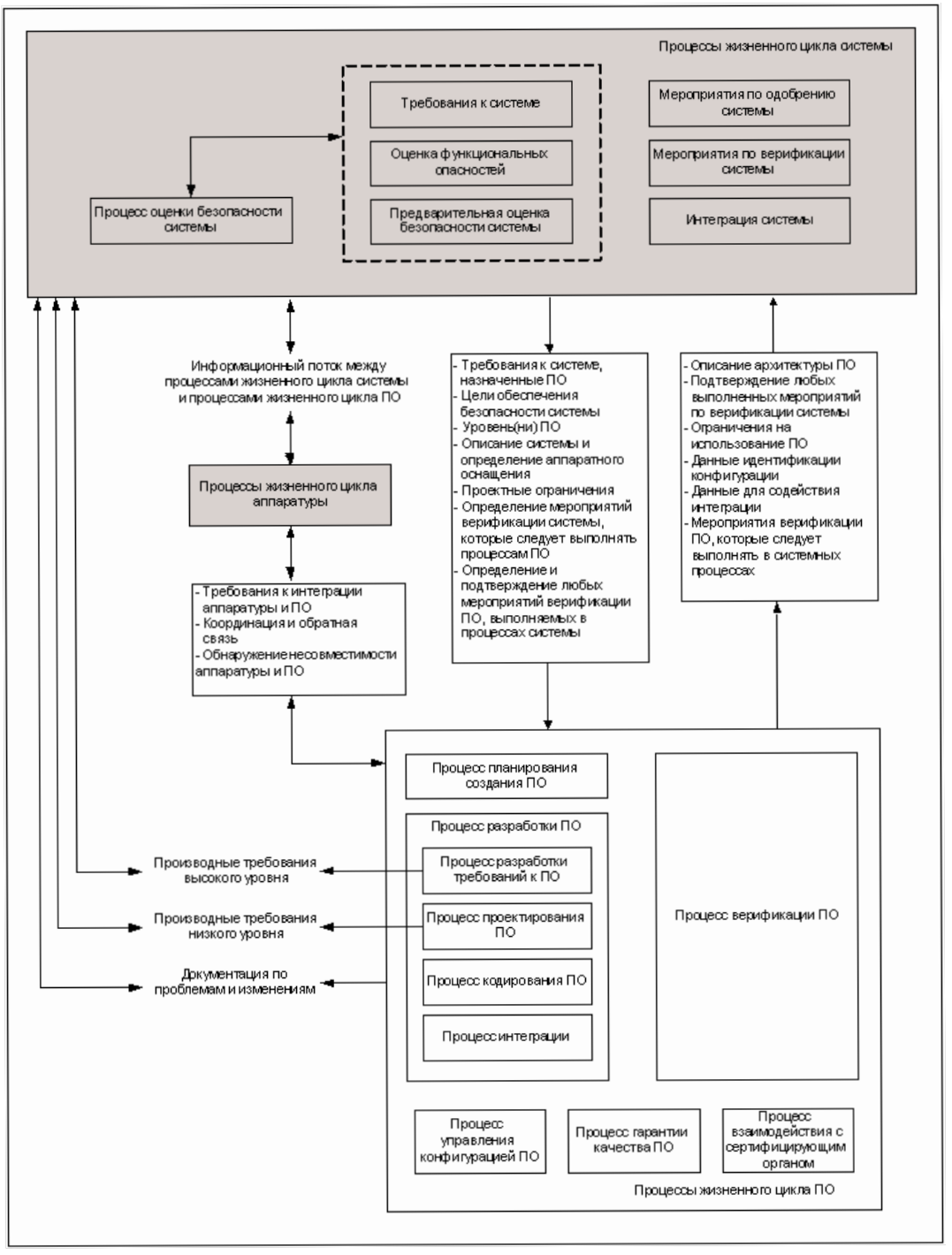


Рис. 1. Структура жизненного цикла программного обеспечения и его связь с процессами разработки аппаратной части и бортовой системы

Состав процессов жизненного цикла ПО остался тем же, изменения коснулись лишь их связи с другими, параллельно протекающими процессами. Поскольку руководства по сертификации в части процессов проектирования систем [3] и конструирования аппаратуры [4] были выпущены значительно позднее, в DO-178B связь с процессами системы и аппаратуры, которые на тот момент даже не были отделены друг от друга, была обозначена «в двух словах». В новой же версии DO-178 обмен данными между процессами четко обозначен и подробно описан в разделе «Системные аспекты, относящиеся к разработке ПО». Описание связи с процессами аппаратуры вынесено в новый подраздел «Информационный поток между процессами программного и аппаратного обеспечения».

Не остался без внимания и один из важнейших системных процессов — процесс оценки безопасности. Известно, что вероятность ошибки ПО не может быть оценена таким же образом, как вероятность отказа аппаратуры, что представляет главную сложность в определении уровня ПО. Именно поэтому в соответствии с требованиями DO-178B отдельной процедуры для определения уровня ПО не подразумевалось —достаточно было получить в результате оценки безопасности уровень критичности системы и транслировать его на программное обеспечение. Разработчики DO-178C впервые привели линейную модель последовательности событий, связывающих ошибку в ПО и отказное состояние системы (см. рисунок 2), что, вероятно,ведет к возможности понижения уровня ПО относительно уровня системы и, следовательно, ослабления требований к его сертификации.

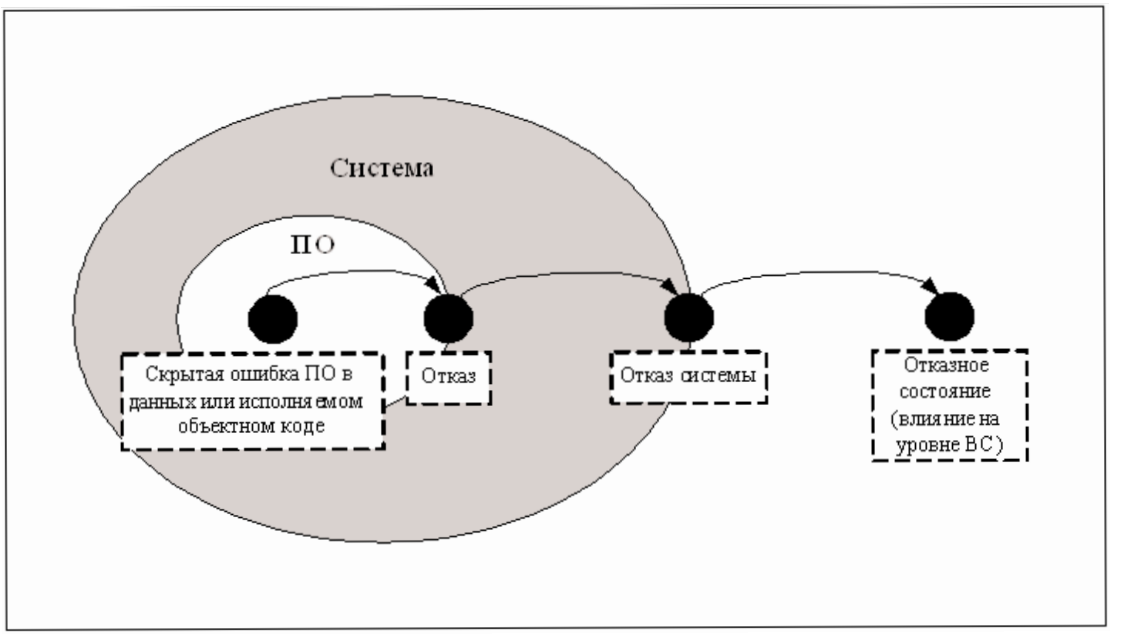


Рис. 2. Последовательность событий, связывающих ошибку в ПО и отказное состояние системы

Как и в предыдущей версии документа, раздел 2 касается не только информационных потоков между процессами ЖЦ ПО, аппаратуры и бортовой системы, но еще и возможных концепций проектирования ПО, таких как модифицируемое пользователем, готовое коммерческое, загружаемое на месте эксплуатации ПО и т. п. Если раньше необходимость применения этих концепций была продиктована исключительно особенностями архитектуры системы, то теперь такая жесткая связь потеряла свою актуальность и более не обозначена.

Говоря о значительных изменениях, следует обратить внимание на появление нового типа ПО — единицы параметрических данных (Parameter data items). «Единица» представляет собой набор данных, влияющих на поведение основного ПО без изменения его кода. Набор данных должен быть выполнен в виде отдельного исполняемого объектного кода и являться отдельной единицей конфигурации. Данные, входящие в такие наборы, могут влиять на условные переходы алгоритмов основного ПО, включать или выключать выполнение отдельных программ и функций, настраивать работу ПО на конкретную конфигурацию системы, использоваться в качестве расчетных данных, задавать начальные значения переменным, используемым в основном ПО и т. п. Несмотря на то, что в зависимости от выполняемых функций, «единицы» можно отнести и к модифицируемому пользователем, и к опционному, и к загружаемому на месте эксплуатации ПО, разработчики не стали загромождать документ подробными инструкциями для всех вариантов применения, а ограничились ссылками на соответствующие разделы. Такая редакция раздела позволила руководству по применению «единиц» лаконично вписаться в текст документа. То же можно отметить для всех последующих упоминаний о «единицах» в тексте DO-178C, а именно описаний связанных с ними мероприятий для каждого процесса жизненного цикла ПО.

Что касается концепций разработки ПО, обозначенных еще в предыдущих версиях DO-178, в новой редакции документа приводятся их уточненные определения и подробные инструкции, описывающие аспекты, требующие внимания при выполнении мероприятий жизненного цикла такого ПО. В частности, в дополнение, но не в противоположность к модифицируемому пользователем ПО приводится новое понятие — «немодифицируемый компонент», обозначающее компонент ПО, изменение которого пользователем не требуется. Бортовая программа может содержать в себе одновременно как модифицируемые, так и немодифицируемые компоненты, при этом необходимость выполнения специальных мероприятий жизненного цикла, описанных в разделе «Модифицируемое пользователем ПО», имеет место только для той части ПО, где входные данные задаются непосредственно.

Остановимся подробнее на изменениях, коснувшихся каждого процесса жизненного цикла ПО.

Требования к *процессу планирования* и его целям остались прежними, были расширены лишь требования к мероприятиям в части планирования разра-

ботки единиц параметрических данных. Для этого типа ПО в процессе планирования должны быть определены функции и способ использования, уровень ПО, оценена необходимость квалификации инструментов, используемых в жизненном цикле «единиц». Помимо необходимости квалификации должны быть оценены проблемы и ограничения инструментов, которые могут отрицательно повлиять на ПО, что справедливо и для основного ПО.

В случае если разработка «единиц» будет выполняться соисполнителем, должны быть предусмотрены методы контроля качества его работы. Стоит отметить, что и в требованиях к последующим процессам ЖЦ ПО к контролю поставщиков и соисполнителей уделяется большее по сравнению с DO-178B внимание, что повлечет за собой необходимость разработки и выполнения специальных процедур и мероприятий по проверке их работы в рамках аудитов гарантии качества ПО.

Также требования к стандартам, разрабатываемым в процессе планирования, пополнились необходимостью учитывать робастность. Такой подход позволяет определить методы обеспечения робастности уже на этапе планирования, а не при подготовке к верификации, как это было обозначено в DO-178B.

Процесс разработки требований не претерпел значительных изменений, за исключением одного нюанса. В связи с усложнением бортовых систем и их программного обеспечения наметилась тенденция создания многоуровневых требований к ПО, что упрощает его дальнейшую разработку и верификацию, а также демонстрацию сертифицирующим органам очевидности выполненных мероприятий этих процессов. Поэтому на данном этапе развития бортовых систем сертифицирующие органы уже с недоверием относятся к одноуровневой системе требований и, скорее всего, потребуют обоснования выбора такой структуры, что и указано в примечании к описанию процессов создания ПО в DO-178C.

В описании *процесса проектирования ПО* приведены дополнительные требования к проектированию отключаемого кода, тогда как в DO-178B такой код рассматривался лишь с точки зрения требований к его верификации после интеграции ПО. Основная мысль приведенных указаний относительно отключаемого кода заключается в том, что все требования DO-178C к разработке активного кода справедливы и для отключаемого.

Из описания мероприятий процесса кодирования ПО удалены требования к трассируемости исходного кода на описание проекта ПО (требования низкого уровня). Подобную ситуацию можно наблюдать и в описании других процессов, но все становится на свои места, если рассмотреть обновленный состав данных жизненного цикла: помимо единиц параметрических данных, он пополнился новым документом — «Данные трассируемости». Появление подобного документа было ожидаемым, ведь наличие единого документа, демонстрирующего полную трассируемость всех данных ЖЦ от требований к системе до результатов верификации, способствует упрощению подтверждения

цельности процессов создания ПО. Кроме того, требования к выполнению аналогичного документа содержатся в ранее выпущенном «Руководстве по гарантии конструирования бортовой электронной аппаратуры» КТ-254.

Также дополнительные требования к трассируемости обозначены в специальном разделе DO-178C и заключаются в необходимости демонстрации двусторонней связи между всеми требованиями, относящимися к ПО, с целью возможности верификации полной реализации этих требований.

Описание *процесса верификации* пополнилось скрытыми целями: доказательство отсутствия непреднамеренной функциональности ПО и робастности исполняемого объектного кода в отношении требований к ПО, то есть адекватной реакции на ненормальные входные данные и состояния. Как было сказано ранее, данные цели подразумевались и в предыдущей версии DO-178, но явно обозначены только сейчас.

В описании мероприятий процесса верификации подробнее раскрыты указания о повторной верификации и инструкции по обеспечению независимости верификации от других процессов ЖЦ ПО, что также не является изменением требований, а служит для лучшего понимания.

Среди значительных изменений стоит выделить следующие:

1. Необходимость анализа предупредительных сообщений компилятора при верификации интеграции ПО.

2. Необходимость *поэтапного* подтверждения соответствия исполняемого объектного кода требованиям каждого уровня, начиная с высокого и заканчивая совместимостью с целевым вычислителем.

3. Устранение любых недостатков, обнаруженных в результате анализа покрытия требований испытаниями, путем расширения объема тестовых примеров.

4. Подтверждение трассируемости тестовых примеров на требования всех уровней.

5. Выделение двух категорий (типов) отключенного кода, обнаруженного в результате анализа структурного покрытия.

Отдельно стоит отметить появление в описании процесса верификации ПО двух новых подразделов: «Трассируемость процесса верификации ПО» и «Верификация единиц параметрических данных». Первый аналогичен разделу с требованиями к трассируемости в описании процессов создания ПО — данные трассируемости должны демонстрировать последовательность очевидных двунаправленных связей между требованиями к ПО, тестовыми примерами, тестовыми процедурами и результатами испытаний соответственно. Второй кажется избыточным, поскольку для «единиц» параметрических данных справедливы те же требования к верификации, что и для основного ПО, но на данном этапе такая избыточность является необходимой для лучшего понимания процедур работы с новым типом ПО.

Обратимся к изменениям, произошедшим с интегральными процессами. В описании *процесса управления конфигурацией* (УК) подробно указаны назначение и роль мероприятий УК в обеспечении связи между другими процес-

сами ЖЦ, которые ранее не всегда были очевидны. Теперь соответствие назначения, целей и мероприятий стало гораздо более наглядным и понятным — практически каждому пункту в описании назначения можно поставить в соответствие одну или несколько целей процесса УК и мероприятий по их достижению.

Требования к *процессу гарантии качества ПО* остались прежними, за исключением дополнения, в соответствии с которым «Процесс ГКПО должен предоставлять гарантии того факта, что процессы и выходные данные поставщика соответствуют утвержденным планам и стандартам создания ПО».

Незначительно изменились требования к составу и содержанию данных процессов ЖЦ ПО, то есть доказательной документации. Сводка изменений представлена в таблице 1.

Таблица 1. Сводка изменений требований к составу и содержанию данных ЖЦ ПО

Поз.	Наименование документа	Содержание изменения
1	План сертификации ПО	Требуется раздел «Контроль над поставщиком» с описанием средств гарантии того, что процессы и данные соисполнителей-поставщиков будут соответствовать утвержденным планам и стандартам создания ПО
2	Каталог комплектации ПО	Требуется описание процедур и методов загрузки ПО в целевой вычислитель
3	Итоговое заключение о ПО	Требуется зафиксированный в документе размер «Исполняемого объектного кода», границы времени исполнения, включая наихудшее время исполнения, запасы памяти, ограничения ресурсов и средства, используемые для измерения каждой характеристики
4	Данные трассируемости	Новый документ, о котором уже говорилось ранее
5	Файл единицы параметрических данных	Новый документ, о котором уже говорилось ранее

Изменениям подверглись и дополнительные указания DO-178B, в частности, приведены подробные инструкции относительно повторного применения ранее разработанного ПО в случае замены целевого вычислителя либо другой части аппаратуры, влияющей на работу ПО. Инструкции включают в себя требования к верификации дополнительных компонент ПО, предназначенных для обеспечения интеграции ранее разработанных компонент ПО с обновленной аппаратной частью.

Значительные изменения коснулись оценки необходимости и порядка квалификации средств, используемых в процессах ЖЦ ПО. Если раньше квалификации требовали только инструменты разработки и верификации ПО, то теперь, с появлением большого количества различных средств поддержки жизненного цикла, однозначное указание процессов отсутствует, хоть и неявно подразумевается.

В DO-178C приведены три критерия для определения степени влияния средства на разрабатываемое ПО, в соответствии с которыми квалифицированы должны быть:

1. Инструменты, результаты работы которых являются частью бортового ПО, поскольку они могут внести ошибку.

2. Инструменты, автоматизирующие процесс верификации, поскольку могут не обнаружить ошибку.

3. Инструменты, влияющие на бортовое ПО.

И если под первыми двумя типами очевидно понимаются инструменты разработки и верификации ПО, то третье определение весьма абстрактно, и состав средств, подпадающий под последний критерий, должен быть отдельно согласован с сертифицирующим органом.

На основании указанных критериев должен быть определен так называемый уровень квалификации средства (Tool Qualification Level — TQL), зависящий также от уровня бортового ПО, в процессах ЖЦ которого предполагается использовать инструмент. Уровень определяется на основании данных таблицы 2.

Таблица 2. Оценка уровня квалификации программных средств

Уровень ПО	Критерии		
	1	2	3
A	TQL -1	TQL -4	TQL -5
B	TQL -2	TQL -4	TQL -5
C	TQL -3	TQL -5	TQL -5
D	TQL -4	TQL -5	TQL -5

Одной из задач, поставленных перед командой разработчиков DO-178C, была тщательная проработка инструкций, связанных с квалификацией инструментов. Сочетание такой необходимости с директивой минимального изменения текста документа и решением о создании дополнений к нему вылилось в появление первого приложения к DO-178C — «Руководства по квалификации программных средств создания ПО» DO-330.

В целом структура созданного документа DO-330 очень напоминает структуру DO-178: тот же состав процессов жизненного цикла, те же требования к достижению целей и демонстрации доказательства соответствия. Возникает вопрос — зачем было создавать отдельное приложение, когда можно

было расширить и дополнить уже имеющийся раздел основного документа? В первую очередь для удобства использования. Даже расширенный и дополненный раздел, скорее всего, не смог бы охватить всех нюансов управления жизненным циклом инструментов, его разработки и верификации. Раздел пришлось бы выполнить в виде сложной ссылочной структуры, постоянно обращающейся к процессам жизненного цикла бортового ПО, что сделало бы его крайне сложным для прочтения и понимания.

Также отделение руководства по созданию инструментов от DO-178C позволит применять его не только к инструментам жизненного цикла бортового ПО авиационной техники, но и к инструментам создания ПО в других отраслях.

Поскольку документ DO-330 в большей части предназначен для компаний, занимающихся созданием программных инструментов, разработчиков бортового ПО в нем интересует в первую очередь их степень участия и разделение ответственности при квалификации инструментов, а именно то, какие доказательства для подтверждения соответствия инструмента требованиям DO-330 должна привести каждая сторона.

Попробуем кратко обозначить типовую модель взаимодействия и распределения ответственности между разработчиком и пользователем программного средства.

1. Пользователь должен выбрать инструмент, оценить его влияние на процессы ЖЦ разрабатываемого ПО, рассмотреть использование средства в рамках конкретного процесса и применительно к конкретным задачам. Результаты выполненных рассмотрений и оценок должны быть зафиксированы в «Плане квалификации» средства.

2. Разработчик инструмента, в свою очередь, должен предоставить все необходимые данные жизненного цикла средства, а именно комплект планов и стандартов, в соответствии с которыми были организованы процессы ЖЦ инструмента, «Требования к рабочим характеристикам средства», и доказательство соответствия этим требованиям в виде результатов верификации.

3. Пользователь должен составить документ «Требования к эксплуатационным характеристикам средства», включающий в себя описание контекста использования средства, интерфейсов с другими средствами и интеграцию выходных файлов средства в итоговое ПО, описание эксплуатационной среды, описание формата входных и выходных данных среды, требования ко всем функциям и техническим свойствам средства, требования по определению ограничений и ненормальной работы средства и руководство пользователя средства.

4. По результатам установки программного инструмента в заданную эксплуатационную среду пользователь должен выпустить «Протокол установки средства».

5. Пользователем должны быть разработаны тестовые примеры и про-

цедуры, выполнение которых подтвердит пригодность средства к эксплуатации и решению назначенных задач. Результаты выполнения верификационных процедур также должны быть оформлены документально.

6. По окончании выполнения сертификации бортового ПО результаты применения программного инструмента должны быть включены пользователем в «Итоговое заключение о ПО», а его конфигурация в «Каталог комплектации среды ЖЦ ПО».

Относительно состава и объема необходимых доказательств можно отметить лишь то, что они должны соответствовать уровню квалификации инструмента, полученному на основании данных таблицы 2. Более подробные инструкции по подтверждению соответствия квалифицируемого инструмента должны быть предоставлены сертифицирующим органом.

Отдельного внимания заслуживает руководство по повторному использованию ранее квалифицированных средств. Учитывая большой объем работ по квалификации средств, требующий значительных временных и материальных затрат, данное руководство является крайне полезным для сокращения лишних издержек.

Повторное использование средства без его квалификации допустимо, если оно было квалифицировано в рамках создания ПО, одобренного сертифицирующим органом, имеет тот же либо меньший уровень квалификации, аналогичную версию, эксплуатационную среду и требования к техническим и функциональным характеристикам. При невыполнении хотя бы одного из обозначенных критериев, при условии согласования с сертифицирующим органом, есть возможность ограничиться анализом изменений и доказательством того, что они не окажут негативного влияния, либо доказательством соответствия только в части измененных данных.

Вернемся к разделу DO-178 «Дополнительные указания». В связи с появлением дополнения DO-333 из него была полностью удалена вся информация, касающаяся использования формальных методов при описании и верификации ПО. Информация, ранее содержащаяся в удаленном подразделе, была дополнена и расширена в документе DO-333 «Дополнение по формальным методам к документам DO-178C и DO-278A», который стал такой же подробной инструкцией по применению формальных методов в мероприятиях жизненного цикла программного обеспечения, как и DO-330 для создания программных средств.

Применимость формальных методов к мероприятиям разработки или верификации ПО ограничивается способностью построения соответствующей формальной модели ПО.

В одном из примечаний документа DO-333 говорится, что «одним из методов, гарантирующих правильную разработку моделей, является использование утвержденных инструктивных материалов». В данном случае имеется в виду еще одно дополнение к DO-178C — DO-331 «Разработка и верификация на основе моделей».

В контексте DO-331 модель — это абстрактное представление набора аспектов ПО, обладающее следующими характеристиками:

1. Полностью описывается с помощью однозначно определенного набора символов и правил (нотация моделирования).

2. Содержит требования и/или определение архитектуры ПО.

3. Имеет такую форму и тип, которые могут быть использованы для анализа или оценки поведения модели на этапах разработки и верификации.

Дополнение DO-331 применимо только к двум типам моделей — модели спецификации (требования высокого уровня к ПО) и модели проекта ПО. Одна и та же модель не может быть классифицирована одновременно и как модель спецификации, и как модель проекта. В документе предлагается несколько типовых вариантов применения моделей в процессах разработки ПО, представленных в таблице 3.

Таблица 3. Примеры использования моделей

<table>
<tr><td>Процессы, генерирующие соответствующие данные</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Процессы разработки требований к системе и проекту системы</td><td rowspan="2">Требования, назначенные программному обеспечению</td><td rowspan="2">Требования, на основании которых разрабатывается модель</td><td rowspan="2">Требования, на основании которых разрабатывается модель</td><td rowspan="2">Требования, на основании которых разрабатывается модель</td><td>Требования, на основании которых разрабатывается модель</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Модель проекта</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Процессы разработки требований к ПО и проекту ПО</td><td>Требования, на основании которых разрабатывается модель</td><td>Модель спецификации</td><td>Модель спецификации</td><td rowspan="2">Модель проекта</td></tr>
<tr><td>Модель проекта</td><td>Модель проекта</td><td>Текстовое описание</td></tr>
<tr><td>Процесс кодирования ПО</td><td>Исходный код</td><td>Исходный код</td><td>Исходный код</td><td>Исходный код</td><td>Исходный код</td></tr>
</table>

Примеры № 1 и № 3 служат для демонстрации возможности применять при создании ПО только один тип модели. В первом случае на основе стандартных требований к ПО разрабатывается модель проекта ПО. Во втором применяется только модель спецификации, а исходный код разрабатывается на основе текстового описания проекта, к которому применимы инструкции DO-178C.

В примере № 2 используются оба типа моделей: модель проекта разрабатывается на основе модели спецификации. Для данного примера дополнения DO-331 полностью применимы на всем протяжении цикла создания ПО.

Примеры № 4 и № 5 демонстрируют ситуацию, когда четкое разделение данных жизненных циклов системы и ПО затруднительно. Кроме того, если в примере № 4 модель проекта ПО формируется на основе требований к системе, но все же включает в себя только аспекты ПО, то примере № 5 модель проекта включает в себя еще и системные аспекты, то есть содержит в том числе требования низкого уровня к системе. Несмотря на это, инструктивные материалы DO-331, связанные с требованиями низкого уровня, следует применять к модели проекта, а руководства, связанные с требованиями высокого уровня следует в свою очередь применять к требованиям, на основании которых разрабатывается эта модель.

Отдельного внимания заслуживает следующий факт: если в DO-178C использование единого уровня требований к ПО требовало обоснования, то положения DO-331 запрещают существование одноуровневой системы требований, поскольку в этом случае теряется основной смысл применения моделей и нарушается правило — одна модель не может одновременно относится к двум типам (проекта и спецификации).

Изменения в требованиях к процессам жизненного цикла ПО заключаются в необходимости определения в процессе планирования данных, представленных в виде моделей, методов их представления, способов верификации моделей, инструментов моделирования и порядка их квалификации. Также в процессе планирования для каждой предполагаемой к применению модели должен быть выпущен «Стандарт на разработку моделей».

Создание ПО должно выполняться в соответствии с вариантом применения моделей, обозначенном в Плане разработки ПО, либо типовым вариантом из таблицы 3. Библиотеки элементов созданных моделей должны быть введены под управление конфигурацией с назначением категории контроля, зависящей от уровня ПО.

Еще одна концепция давно и широко используется при разработке некритичного ПО — объектно-ориентированная технология (ООТ). В последнее время ООТ применяется все чаще при разработке авионики, но существует ряд сложностей и проблем, которые необходимо учитывать для гарантии безопасности разрабатываемого ПО. Именно для освещения нюансов использования ООТ было разработано последнее рассматриваемое в данной статье приложение к DO-178C — DO-332 «Объектно-ориентированные технологии и связанные методы».

В первую очередь в DO-332 подробно описаны основные понятия, относящиеся к ООТ. Казалось бы, зачем приводить в данном документе определения, которые можно найти в любом учебнике по объектно-ориентированному программированию? Помимо прочих, задачей всех нормативных документов, применимых к сертификации авиационной техники, является установление единообразного понимания их содержания как разработчиками, так и представителями сертифицирующих организаций. Среди целей процесса взаимодействия с сертифицирующими органами именно эта значится первой, и

именно ее преследовали составители DO-331, приводя определения терминов «классы», «объекты», «типы», «инкапсуляция», «полиморфизм», «наследование», «перегрузка», «преобразование типов», «динамическое управление памятью», «виртуализация», «обработка исключений» и т. п.

Помимо описания атрибутов ООТ, значительная часть документа DO-332 посвящена проблеме анализа так называемых «уязвимостей» (vulnerabilities) — недостатков в ПО, которые могут привести к нарушению его целостности или к неправильной работе. Описание методов анализа уязвимостей приведено в отдельном приложении, которое рассматривает применение ООТ с точки зрения ошибок, которые вероятнее всего могут быть допущены программистом при ее использовании.

В отличие от DO-330, применение дополнений DO-331, DO-332 и DO-333 в прочих отраслях, кроме авиационной, не предполагается. В связи с этим многие разделы документов вместо описания целей и мероприятий процессов жизненного цикла ПО содержат лишь ссылки на соответствующие разделы DO-178C, что подчеркивает однозначную связь между основным документом и его приложениями. Подробные описания и инструкции приведены только там, где необходимо продемонстрировать особенности, касающиеся применения формальных методов, модельно-ориентированного подхода или ООТ соответственно.

Относительно подходов к выполнению мероприятий процессов жизненного цикла ПО стоит отметить следующие изменения:

1. Необходимость согласования с сертифицирующим органом применения указанных выше концепций разработки ПО и приемлемость DO-331, DO-332 или DO-333 для подтверждения соответствия.

2. Требование описать в планах и стандартах создания ПО все аспекты применения той или иной концепции для каждого процесса жизненного цикла ПО.

3. Необходимость разработки и выполнения дополнительных специальных процедур верификации для подтверждения отсутствия негативного влияния особенностей используемых концепций на корректную работу ПО и безопасность.

Для подготовки официальных русскоязычных версий документа DO-178C и четырех его приложений создана специальная рабочая группа Авиарегистра МАК, в состав которой вошли специалисты ведущих предприятий и организаций авиационной отрасли. Для облегчения демонстрации соответствия требованиям этих нормативных документов перед зарубежными сертифицирующими органами специалистами рабочей группы было принято решение о создании аутентичного перевода исходных англоязычных версий с дополнительными примечаниями и пояснениями для уточнения неоднозначных или неясных моментов. С той же целью должен быть подготовлен рекомендательный материал по работе с документами РМ-178C, описывающий порядок проведения аудитов и проверок представителями Авиарегистра МАК.

Несмотря на то, что рабочая группа только приступила к выполнению своих функций, уже сейчас необходимо определить основные задачи, которые предстоит решить при внедрении рассмотренных документов в ОАО «МИЭА» после выпуска их официальных русскоязычных версий. Наиболее важная из них — налаживание на предприятии единого организованного процесса управления требованиями. Стоит напомнить, что в документе DO-178C обозначена необходимость установления обязательной двусторонней связи (трассируемости) между требованиями к ПО высокого и низкого уровней, требованиями к системе (включая требования к безопасности) и требованиями к электронной аппаратуре. Поскольку в создании сложных высокоинтегрированных систем и комплексов участвуют несколько подразделений (отделов, тематических направлений) предприятия, без наличия единой для всего института системы управления требованиями, установление такой связи будет затруднительно.

Помимо управления требованиями, данная система должна поддерживать трассируемость между требованиями, архитектурой ПО, исходным кодом, процедурами и результатами верификации. Установление такой связи вручную затруднительно и может стать источником большого количества ошибок, поэтому необходимо внедрение специальных программных средств для ее прослеживания.

Создание единой системы управления всеми данными жизненного цикла ПО с применением специальных программных средств позволит решить еще одну актуальную задачу, связанную с организацией процесса управления конфигурацией, требования к которому в DO-178C стали еще более жесткими, чем в предыдущей версии документа.

Требования новых нормативных документов необходимо транслировать на поставщиков и соисполнителей: разработчики покупных компонентов, содержащих готовое ПО, должны представлять доказательства соответствия своих изделий требованиям DO-178C.

Также требованиями документа DO-178C предусмотрен более жесткий контроль соисполнителей и поставщиков, а именно процессов разработки и производства изделий на соответствие положениям документа. Специалистам службы качества ОАО «МИЭА» необходимо предусмотреть усиленные методы контроля в дополнение к уже существующим и регулярно проводить соответствующие проверки и аудиты.

Специалистам ОАО «МИЭА», занимающимся верификацией ПО, отныне следует определять методы подтверждения робастности уже на этапе планирования, а не непосредственно при разработке тестовых примеров для проведения испытаний, как того требовали положения DO-178B.

Очень много вопросов будет возникать при применении дополнений к DO-178C, поскольку в них приведен большой объем новых требований. Стоит заметить, что с подобными проблемами в свою очередь столкнется и проверяющая сторона, ведь именно Авиарегистр МАК должен изначально обозначить свои требования к подтверждению соответствия приложениям DO-330,

DO-331, DO-332 и DO-333.

Первыми отечественными самолетами, ПО бортовых систем которых должно быть разработано в соответствии с требованиями DO-178C, станут самолеты семейства МС-21. По последним данным первый полет МС-21 должен состояться в 2014 году, получение сертификата Авиарегистра МАК планируется на 2017 год, а получение международного сертификата EASA на 2018 год. Одобрение на ПО систем и комплектующих изделий, входящих в состав самолета, должно быть получено не позднее 2016 г.

В соответствии с этими данными и нынешним состоянием дел в самые кратчайшие сроки предстоит проделать огромную работу, включающую следующие этапы:

– создание русскоязычных версий документа DO-178C и его приложений, сопровождающееся обсуждением вопросов и решением проблем, которые можно обозначить на данном этапе;

– внедрение выпущенных русскоязычных версий на предприятии, а именно создание системы управления данными, разработку новых процедур, методик и стандартов;

– освоение документов, заключающееся в решении проблем, возникающих непосредственно при разработке ПО и взаимодействии с сертифицирующим органом;

– получение одобрения Авиарегистра МАК на ПО, разработанное в соответствии с DO-178C.

Литература

1. RTCA DO-178C Software Considerations in Airborne Systems and Equipment Certification, ©RTCA, Inc. Washington, DC USA, December 13, 2011.

2. Frederic Pothon. DO-178C/ED-12C versus DO-178B/ED-178B. Changes and Improvements, ACG Solutions, © Frйdйric Pothon, Viols Le Fort, France, September 2012.

3. SAE ARP-4754 Certification Considerations for Highly-Integrated Or Complex Aircraft Systems, ©SAE Aerospace, London, United Kingdom, December, 2010.

4. RTCA DO-254 Design Assurance Guidance for Airborne Electronic Hardware», ©RTCA, Inc. Washington DC, USA, April 19, 2000.

5. RTCA DO-330 Software Tool Qualification Considerations, ©RTCA, Inc. Washington DC USA, December 13, 2011.

6. RTCA DO-331 Model-Based Development and Verification Supplement to DO-178C and DO-278A, ©RTCA, Inc. Washington DC, USA, December 13, 2011.

7. RTCA DO-332 Object-Oriented Technology and Related Techniques Supplement to DO-178C and DO-278A, ©RTCA, Inc. Washington DC, USA, December 13, 2011.

8. RTCA DO-333 Formal Methods Supplement to DO-178C and DO-278A, ©RTCA, Inc. Washington DC, USA, December 13, 2011.

УДК 629.05::62-617

ТЕПЛОВАЯ МОДЕЛЬ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НА ЛАЗЕРНЫХ ГИРОСКОПАХ

***А. В. МОЛЧАНОВ**, к.т.н., ОАО "Московский институт электромеханики и автоматики",*
***В. В. КЛИМАКОВ**, м.н.с.,*
***М. В. ЧИРКИН**, д.ф-м.н., профессор*
Рязанский государственный радиотехнический университет

Рассмотрены особенности теплообмена в бесплатформенной инерциальной навигационной системе (БИНС) на лазерных гироскопах. Описана тепловая модель БИНС и приведены результаты расчета температурных полей. Продемонстрирована возможность оценки эффективности введения теплоотводящих элементов в БИНС по результатам моделирования.

***Ключевые слова:** бесплатформенная инерциальная навигационная система, тепловая модель, теплообмен, тепловая труба*

HEAT SIMULATOR OF LASER GYRO STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM

***A. V. MOLCHANOV**, PhD in Engineering,*
"Moscow Institute of Electromechanics and Automatics" JSC,
***V. V. KLIMAKOV,** junior research scientist,*
***M. V. CHIRKIN,** D.Sc. in Physics and Mathematics, professor,*
Ryazan State Radio Engineering University

Features of heat exchange in laser gyro strapdown inertial navigation system (SINS) are considered. The heat simulation of SINS is decrypted and results of temperature fields computation are presented. The possibility of including the heat removal elements in SINS by simulation results estimation efficiency is shown.

***Keywords:** strapdown inertial navigation system, heat simulator, heat exchange, heat pipe*

1. Введение

Анализ серийно производимых бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), выполненный в работах [1, 2], показывает, что тенденция к уменьшению их массогабаритных параметров опережает тенденцию к снижению потребляемой мощности. Высокие плотности монтажа и энергопотребления увеличивают тепловую нагрузку на инерциальные датчики, что приводит к росту нестабильности масштабных коэффициентов и температурному дрейфу выходных сигналов. Результаты экспериментальных исследований температурного поля БИНС в работе [3] показывают, что разность температур блока чувствительных элементов (БЧЭ) и корпуса системы достигает величин около 20°С и более. Один из перспективных вариантов

уменьшения температурного скачка заключается в использовании тепловых труб [2]. Однако задача уменьшения неравномерности температурного поля требует поиска рационального размещения теплоотводящих элементов, что может быть достигнуто на основе построения трехмерных тепловых моделей БИНС с использованием CAE программ [4,5].

2. Описание тепловой модели БИНС на лазерных гироскопах

В настоящей работе на основе программного обеспечения Comsol Multiphysics [5] разработана тепловая модель БИНС на лазерных гироскопах, которая позволяет:

– рассчитать температурное поле внутри системы и ее отдельных элементов;

– проанализировать влияние конструкционных решений на степень неоднородности распределения температуры;

– прогнозировать пределы изменения температур инерциальных датчиков в заданном диапазоне изменения температуры окружающей среды;

– сравнить степень эффективности различных вариантов отвода тепла.

Построение модели включает следующие задачи:

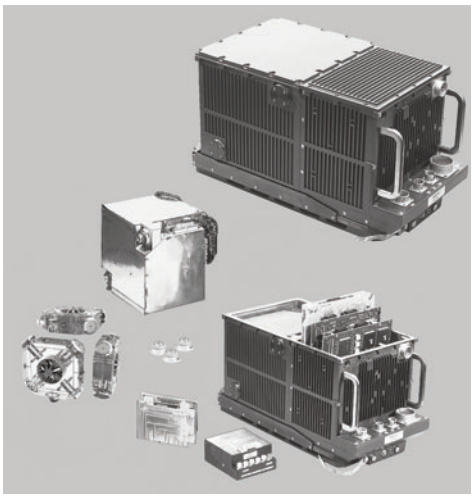
– упрощение созданной при помощи CAD-системы трехмерной конструкторской модели БИНС для расчетов в CAE из условий уменьшения скорости расчета и затрачиваемой оперативной памяти;

– задание граничных условий на всех поверхностях элементов модели.

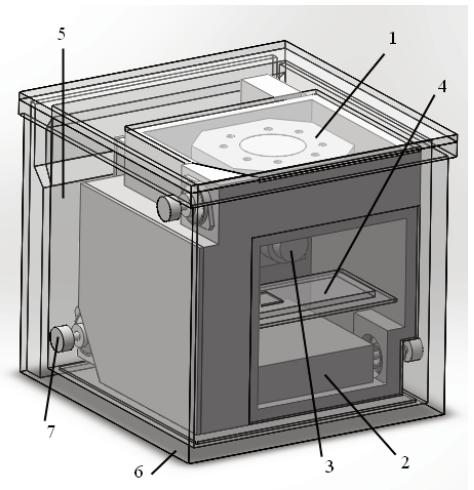
Архитектура современных БИНС не зависит от типа используемых датчиков и реализована в двух вариантах исполнения, отличающихся способом компоновки внутренних элементов внутри одного или двух отсеков. В первом случае (рис. 1а) конструкция представляет собой герметичный корпус из литьевого сплава, внутри которого расположены два отсека: сервисной электроники и отсек, где на амортизаторах подвешен блок чувствительных элементов (БЧЭ). Второй вариант исполнения БИНС реализуется в одном отсеке, в котором расположены БЧЭ и сервисная электроника [6].

Геометрическая модель на рис. 1б представляет собой упрощенный вариант конструкторской модели БИНС (рис. 1а), созданной в CAD/CAE пакете SolidWorks, в которой: ликвидированы скругления, фаски, щели и мелкие элементы узлов, исключены отсек сервисной электроники и оребрение корпуса (рис. 2), что существенно уменьшает базовую размерность сетки и использование процедур ее уплотнения [7]. В рамках тепловой модели отсек сервисной электроники заменен заданием соответствующих условий на одной из границ внешнего корпуса. Корпус блока чувствительных элементов (рис. 3) также упрощен: исключены мелкие выемки, канавки, отверстия и крепежные элементы. Крепление гироскопа с БЧЭ через виброподвес представлено в виде стального цилиндра аналогичного диаметра (рис. 3б).

Кольцевой лазер (рис. 4а) заменен ситалловым моноблоком, в котором исключены узкие каналы сложной формы (рис. 4б). Источники тепла, связанные с рассеянием электрической мощности в газовом разряде и на балластных резисторах, приняты равномерно распределенными по объему. Блок акселерометров заменен упрощенной монолитной формой (рис. 5).

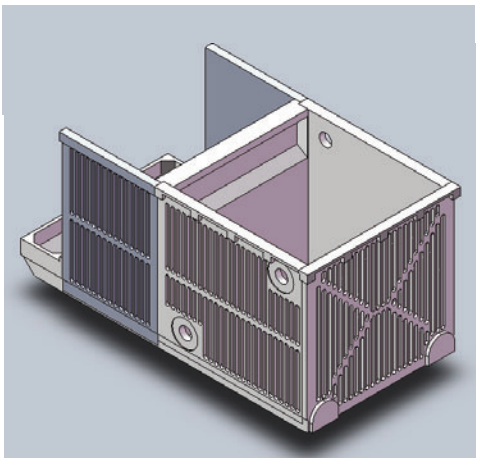


а)

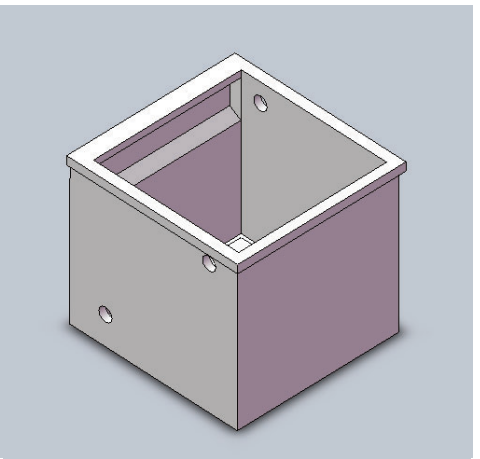


б)

Рис. 1. БИНС на лазерных гироскопах:
а) реальная БИНС производства ОАО «МИЭА»
б) геометрическая модель, упрощенная для расчета:
1 — кольцевой лазер, 2 — высоковольтный источник, 3 — блок акселерометров,
4 — УРПК, 5— перегородка между отсеком электроники и отсеком БЧЭ,
6 — внешний корпус БИНС, 7 — амортизатор

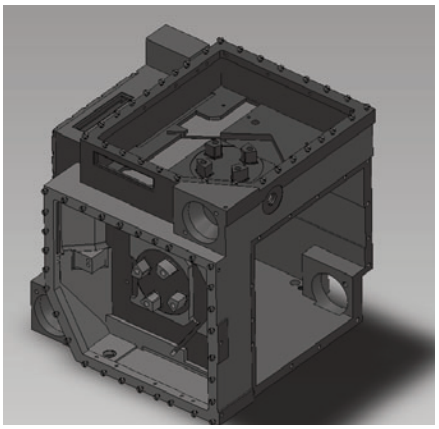


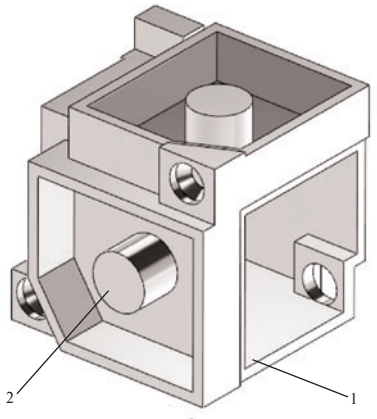
а)



б)

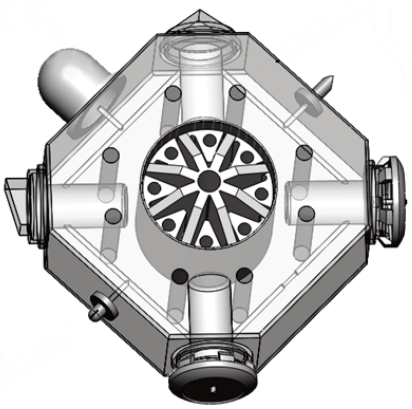
Рис. 2. Корпус БИНС: а) реальная конструкция; б) CAD-модель для расчетов

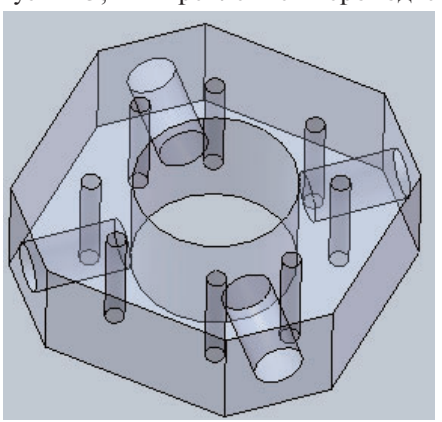




а)

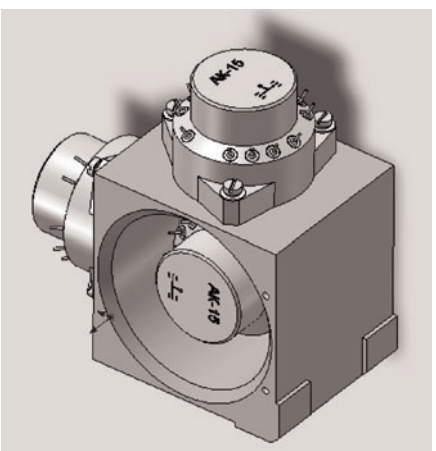
Рис. 3. Блок чувствительных элементов:
а) реальная конструкция; б) CAD-модель: 1— корпус БЧЭ, 2 — крепление виброподвеса

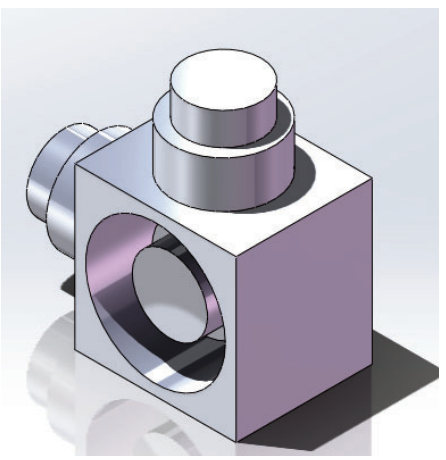




а) б)

Рис. 4. Кольцевой лазер: а) реальная конструкция; б) CAD-модель





б)

Рис. 5. Блок акселерометров (БА): а) реальная конструкция; б) CAD-модель

Заданные значения тепловой мощности, выделяющейся на элементах и узлах модели, сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Параметры элементов модели

Элементы модели, заданные источниками тепла	Рассеиваемая мощность, Вт	Кол. шт.
Высоковольтный источник	3	1
Кольцевой лазер (ситалловый моноблок)	2,1	3
Блок акселерометров	0,6	1
УРПК	1	1
Поток тепла через перегородку из отсека электроники	9	1
Мощность, рассеиваемая элементами БЧЭ	10,9	
Общая рассеиваемая мощность отсека БЧЭ	19,9	

Для каждой расчетной области модели заданы теплофизические свойства соответствующего материала из библиотеки Comsol, а для поверхностей — граничные условия, описывающие процесс теплообмена при следующих допущениях:

1. Тепловое излучение в процессе теплообмена элементов и узлов внутри БЧЭ не учитывается, так как их температуры очень близки.
2. Из теплообмена от внешней поверхности БЧЭ к корпусу БИНС исключены резиновые амортизаторы.
3. В качестве материала корпуса БИНС и БЧЭ принят дюралюминий.
4. Тепловое воздействие отсека сервисной электроники на БЧЭ учтено тепловым потоком через перегородку.
5. Теплообмен на внешней поверхности БИНС за счет излучения учитывает температуру окружающих тел.
6. Коэффициенты теплоотдачи и излучения для свободной конвекции и соответствующего материала взяты из [8] и не зависят от температуры.
7. Модель рассматривает температуру элементов и узлов внутри БЧЭ как среднюю по их поверхности.
8. Прослойка среды в зазоре между БЧЭ и корпусом БИНС задана средней температурой между их стенками.

На рис. 6 представлены тепловые потоки между элементами и узлами, учтенные в модели БИНС. В рамках тепловой модели отсек сервисной электроники заменен граничным условием, заданным на поверхности перегородки S_b, отделяющей его от отсека чувствительных элементов. От остальной части поверхности корпуса БИНС S_e осуществляется отвод тепла в окружающую среду путем конвекции и теплового излучения. Таким образом, граничные условия на поверхности внешнего корпуса имеют вид:

$$-\vec{n}\left(k_1\nabla T\right)\Big|_{S_e} = h_{1,i}\left(T\Big|_{S_e} - T_0\right) + \varepsilon_{pr1}\sigma\left(T^4\Big|_{S_e} - T_0^4\right); \quad \vec{n}\left(k\nabla T\right)\Big|_{S_b} = \frac{Q_5}{S_b}, \tag{1}$$

где $\vec{n}$ — вектор нормали к граничной поверхности, Q_5 — тепловой поток, направленный внутрь БИНС через перегородку площадью S_b, $h_{1,i}$ — коэффициенты теплоотдачи на внешней поверхности корпуса БИНС, T_0 — температура окружающей среды, σ — постоянная Стефана – Больцмана, k_1 — коэффициент теплопроводности материала корпуса БИНС.

Теплообмен БЧЭ с внутренней поверхностью БИНС площадью S_{int}:

$$\vec{n}\left(k_1\nabla T\right)\Big|_{S_{int}} = \varepsilon_{pr2}\sigma\left(T\Big|_{S_{imu}}{}^4 - T\Big|_{S_{int}}{}^4\right) - h_{2,i}\left(T\Big|_{S_{int}} - T_2\right), \tag{2}$$

где $T|_{int}$ *и* $T|_{imu}$ — температуры внутренней поверхности корпуса БИНС и внешней поверхности корпуса БЧЭ, определяемые после каждой итерации через «датчик температуры» в Comsol, $T_2 = 0{,}5\left(T|_{int} + T|_{imu}\right)$ — температура среды в зазоре между внешней поверхностью БЧЭ площадью S_{imu} и внутренней поверхностью корпуса БИНС, $h_{2,i}$ — коэффициенты теплоотдачи на внутренней поверхности корпуса БИНС,

$$\varepsilon_{pr2} = \left(\frac{1}{\varepsilon_{imu}} + \frac{S_{imu}}{S_{int}}\left(\frac{1}{\varepsilon_{int}} - 1\right)\right)^{-1}$$

для расчета излучения в формуле Христиансена [9].

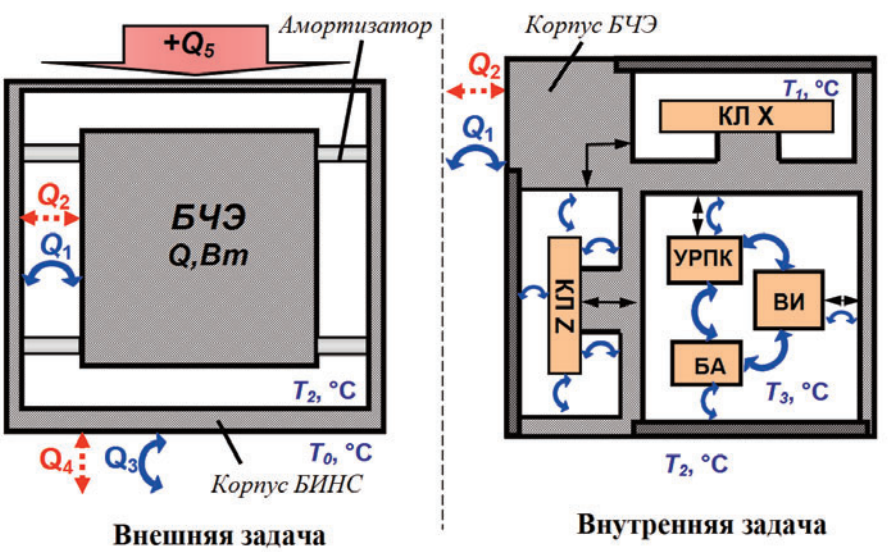


Рис. 6. Схема теплообмена для тепловой модели
(↶ — конвекция, ◄··· — излучение, ↔ — теплопроводность)

Граничные условия на внешней поверхности корпуса БЧЭ имеют вид:

$$-\vec{n}\left(k_2\nabla T\right)\Big|_{S_{int}} = \varepsilon_{pr2}\sigma\left(T\Big|_{S_{imu}}{}^4 - T\Big|_{S_{int}}{}^4\right) + h_{3,i}\left(T\Big|_{S_{imu}} - T_2\right), \qquad (3)$$

где $h_{2,i}$ — коэффициенты теплоотдачи на внешней поверхности корпуса БЧЭ, k_2 — коэффициент теплопроводности материала корпуса БЧЭ.

Теплообмен элементов и узлов внутри БЧЭ и с его внутренним корпусом:

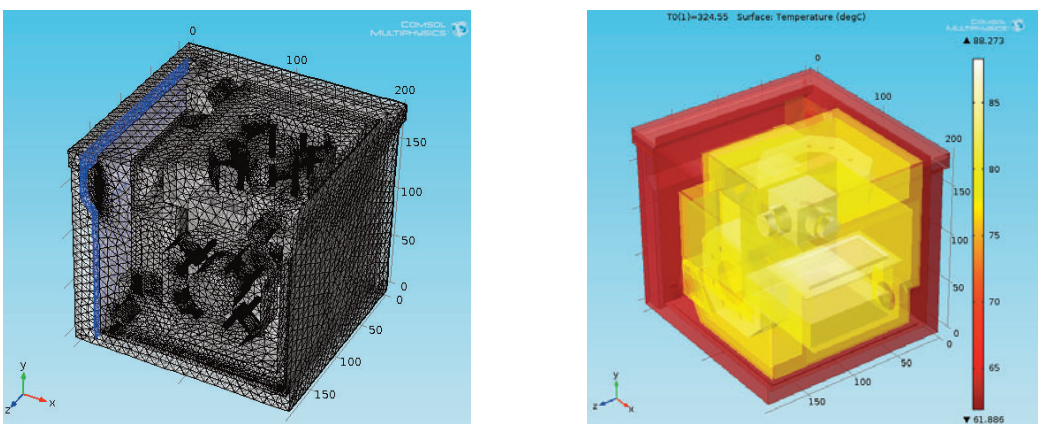
$$-\vec{n}\left(k_2\nabla T\right)\Big|_{int\ imu(Gyro)} = h_{4,i}\left(T\Big|_{S_{Gyro,i}} - T_1\right); \quad -\vec{n}\left(k_2\nabla T\right)\Big|_{int\ imu} = h_{5,i}\left(T\Big|_{S_{elem,i}} - T_3\right), \qquad (4)$$

где $T\Big|_{S_{Gyro,i}}, T_1 = \dfrac{T\Big|_{int\ imu(Gyro)} + T\Big|_{Gyro}}{2}$ — температура среды в зазоре между внутренней поверхностью ванны гироскопа (БЧЭ) и внешней поверхность ситаллового моноблока площадью $S_{Gyro,\ i}$, $T_3 = 0{,}5(T|_{int\ imu} + T|_{elem,\ i})$ — температура среды в ванне БЧЭ с расположенными в ней элементами площадью $S_{elem,\ i}$.

На следующем этапе рабочее пространство модели разбивалось на конечные элементы. На рис. 7а представлен результат применения триангуляции для трехмерной модели БИНС вместе со всеми узлами и элементами. Из него видно, что сетка имеет адаптивный характер, что повышает точность решения для сложных областей.

На рис. 7б приведен результат расчета полей температуры при температуре окружающей среды 51,5 °С. В таблице 2 представлено сравнение данных полученных на модели с результатами непосредственного эксперимента, выполненного в работе [3].

Контроль достоверности расчетов осуществлялся по балансу тепловых потоков, рассеиваемых внешней поверхностью БИНС и отводимых с поверхности БЧЭ.

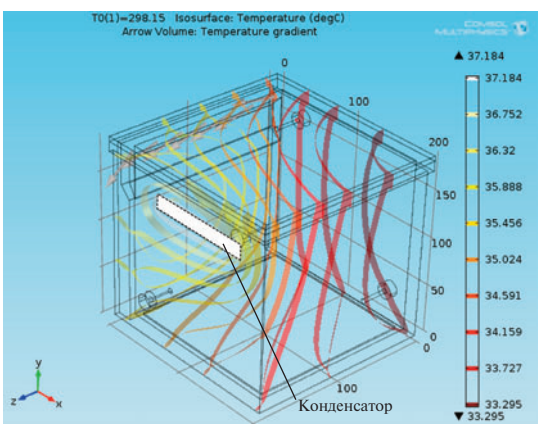


а) б)

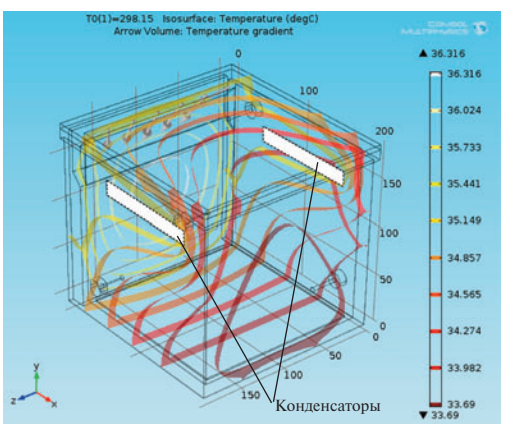
Рис. 7. Моделирование температурного поля внутри БИНС: триангуляция геометрической модели (а) и результаты расчета при температуре окружающей среды 51,5°С (б)

Таблица 2. Результаты моделирования и прямых измерений температурного поля ($T_{окр}$ — температура окружающей среды)

Элемент БИНС	Модель		Эксперимент	
	$T_{окр.}$ = 25°C	$T_{окр.}$ = 51,4°C	$T_{окр.}$ = 25°C	$T_{окр.}$ = 51,4°C
Блок чувствительных элементов				
Высоковольтный источник	56,3	79,7	57,0	78,4
Усилитель УРПК	63,0	86,1	61,6	83,3
Блок акселерометров	60,5	83,6	60,3	81,9
Корпус БЧЭ, дно	54,2	77,6	56,5	78
Корпус БЧЭ, боковая стенка	53,9	77,4	56,2	77,7
Крышка гироскопа *X*	53,7	77,1	49,4	70,8
Крышка гироскопа *Y*	53,7	77,1	54,1	75,4
Крышка гироскопа *Z*	53,7	77,1	51,6	73,1
Ситалловый моноблок гироскоп *X*	57,5	80,9	–	–
Ситалловый моноблок гироскоп *Y*	57,5	80,8	–	–
Ситалловый моноблок гироскоп *Z*	57,6	80,9	–	–
Внешняя поверхность корпуса				
Крышка БЧЭ, центр	37,2	62,5	35,3	57,4
Задняя стенка, центр	36,2	61,8	36,9	60,1
Левая стенка БЧЭ, центр	37,4	62,6	36,5	60,9
Правая стенка БЧЭ	37,2	62,4	36,9	60,2
Дно БЧЭ	37,4	62,6	38,8	62,9



а)



б)

Рис. 8. Изотермы на внешней поверхности корпуса БИНС при отводе тепла от БЧЭ с помощью одной (а) и двух (б) тепловых труб.
Конденсаторы тепловых труб выделены белым цветом; температура окружающей среды 25°C

Результаты моделирования и прямых измерений теплового поля свидетельствуют о недостаточной эффективности естественного теплообмена: из-за наличия воздушного зазора перепад температуры между БЧЭ и корпусом БИНС составляет 15 — 17° С. Расхождения экспериментальных и расчетных данных на (см. таблица 2 — крышки гироскопа *X*, *Y*, *Z*) вызваны укрупненностью модели и допущениями, сделанными при моделировании, в частности, с предполагаемой изотермичностью воздушного зазора между БЧЭ и корпусом БИНС. Предложенный подход позволяет оценить эффективность применения дополнительных теплоотводящих элементов. В таблице 3 приведены результаты расчета температур элементов и узлов БИНС, которые могут быть достигнуты при отводе тепла с помощью тепловой трубы [2]. Изотермы на внешней поверхности корпуса БИНС в условиях применения одной (а) и двух (б) тепловых труб отражены на рис. 8: вторая тепловая труба позволяет уменьшить неравномерность температурного поля.

Таблица 3. Результаты моделирования, прямых измерений и установки тепловых труб (температура окружающей среды 25°С)

Устройство	Результат, °С		
	Моделирование		Экспериментальные измерения без трубы
	Без трубы	Одна труба	
Высоковольтный источник	56,3	45,5	57,0
Усилитель УРПК	63,0	45,8	61,6
Блок акселерометров	60,5	45,6	60,3
Корпус БЧЭ, дно	54,2	45,2	56,5
Корпус БЧЭ, боковая стенка	53,9	45,7	56,2
Крышка гироскопа *X*	53,7	45,3	49,4
Крышка гироскопа *Y*	53,7	45,6	54,1
Крышка гироскопа *Z*	53,7	43,4	51,6
Ситалловый моноблок гироскоп *X*	57,5	49,1	–
Ситалловый моноблок гироскоп *Y*	57,5	49,2	–
Ситалловый моноблок гироскоп *Z*	57,6	48,9	–
Внешний корпус, правая стенка БЧЭ	37,2	33,5	36,9

3. Выводы

1. Предложенный подход к моделированию теплового обмена применим как при разработке конструкции новых БИНС, так и для оценки эффективности изменений, вносимых в существующие конструктивные решения.

2. Сопоставление результатов моделирования и экспериментальных данных, представленных в таблице 3, показывает эффективность применения дополнительных элементов, обеспечивающих интенсификацию теплопередачи от БЧЭ к внешнему корпусу БИНС.

3. Развитая модель позволяет решать нестационарные задачи, что дает возможность использовать ее для определения реакции внутреннего температурного поля на изменение внешних условий в среде, окружающей БИНС.

Литература

1. Кузнецов А. Г. Инерциальные навигационные системы разработки ОАО «МИЭА». Результаты внедрения и перспективы развития // тезисы докладов 1-ой Всероссийской научно-практической конференции. Устройства измерения, сбора и обработки сигналов в информационно-управляющих комплексах. (Ульяновск, 6-10 сентября 2011) — Ульяновск: УлГТУ, 2011 — С. 4 -15.

2. Климаков В. В., Молчанов А. В, Улитенко А. И., Чиркин М. В. Перспективы применения тепловых труб в бесплатформенных инерциальных навигационных системах. // Приборы. 2013 №1 С.24 -33.

3. Улитенко А. И., Климаков В.В., Молчанов А. В., Чиркин М. В. Выравнивание температурного поля в бесплатформенной инерциальной навигационной системе на лазерных гироскопах. // Радиотехника. 2012, №3 С.171-176.

4. Джашитов В. Э., Панкратов В. М., Голиков А. В. Тепловой анализ бесплатформенной инерциальной навигационной системы с волоконно-оптическими гироскопами и блока управления реактивными двигателями// рефераты докладов XXVII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. СПб, 12-14 октября 2010 г., С. 20.

5. COMSOL Multiphysics User's Guide [Electronic resource]. — URL:http://math.nju.edu.cn/help/mathhpc/doc/comsol/guide.pdf (дата обращения: 10.05.2012).

6. Killpatrick J. E. Modular Laser Gyro. US Patent № 006208414, Int.Cl. G01B 9/02, H05B 7/10, Publ. Mar. 27, 2001.

7. Алямовский А. А. SolidWorks Simulation. Как решать практические задачи. СПб.: БЧВ-Петербург, 2012. 448 с.

8. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. Учебное пособие — М: Высш. шк, 1984. — 247 с.

9. Пошехонов П. В., Соколовский Э. И. Тепловой расчет электронных приборов. — М.: Высшая школа, 1977. — 160 с.

УДК 629.73.02; 681.5.01

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОБЫТИЙ НА РЕЖИМАХ ТОРМОЖЕНИЯ

А. Г. КУЗНЕЦОВ, *д.т.н.,*
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
А. М. ШЕВЧЕНКО, *к.т.н.,*
Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Методологической основой разработок является энергетический подход к управлению движением в пространстве. Этот подход расширен и обобщен на наземные сегменты траектории полета. Разработан метод прогнозирования достижимости терминального состояния на режимах штатного или экстренного торможения самолетов. Для повышения достоверности прогноза в данной работе предлагается способ коррекции алгоритмов прогнозирования. Результаты моделирования подтвердили целесообразность раннего предупреждения или извещения пилота о возможности продолжения безопасного торможения в пределах взлетно-посадочной полосы (ВПП). Такие извещения могут улучшить ситуативную осведомленность пилота и таким образом снизить вероятность ошибочных действий экипажа.

Ключевые слова: *системы управления полетом, энергетический подход, режим торможения*

ENERGY METHOD OF EVENTS FORECASTING ON BRAKING MODES

A. KUZNETSOV*, D. Sc. in Engineering,*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC
A. SHEVCHENKO*, PhD in Engineering,*
Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences (ICS RAS)

Methodological basis of the given work is the energy approach to motion control in space. This approach is expanded and generalized to the ground segments of flight trajectory. The method of forecasting of reachability of a terminal state during a regular or emergency braking is developed. To improve the forecasting likelihood the means of correction of forecasting algorithms is offered. Results of modeling have confirmed the suitability of early warning or noticing the pilot about the possibility of continuation of safe braking within runway. Such notices can improve situational awareness of the pilot and, thus, reduce the probability of erroneous actions of crew.

Keywords: *flight control systems, energy approach, braking mode*

1. Введение

Летательные аппараты и, в частности, пассажирские и транспортные самолеты являются высокотехнологичными объектами с высокой степенью риска и высокой ценой летных происшествий. Поэтому к таким объектам предъявляются повышенные требования по надежности и безопасности эксплуатации. Проблемы безопасности приобретают все большую остроту по мере уплотнения трафика перевозок и расширения эксплуатационных режимов. Выполнение полетного задания включает как воздушные, так и наземные сегменты траектории. При этом этапы взлета и посадки выполняются при обязательном участии пилота.

Фирма Boeing составляет ежегодные аналитические обзоры летных происшествий в мировой авиации. В последнем статистическом анализе содержатся данные по распределению нештатных ситуаций по этапам полета в период 2003-2012гг. [1]. Ниже на рис.1 показан фрагмент этого анализа. В отличие от предыдущего выпуска данные показывают небольшое смещение доли летных происшествий на этап взлета, а в целом они подтверждают гипотезу об устойчивом процентном соотношении: на этапах взлета и посадки происходит более половины чрезвычайных происшествий.

Рис. 1. Распределение нештатных ситуаций по этапам полета в период 2003-2012 гг.

Этот факт свидетельствует о сильном влиянии человеческого фактора на безопасность воздушных перевозок. Вероятность неправильных или ошибочных действий пилота возрастает при нештатных ситуациях и при неполной информированности. В нашей работе предлагаются алгоритмические средства для улучшения ситуативной осведомленности пилота и тем самым повышения безопасности воздушных перевозок.

Методологической основой всех наших новаций является энергетический подход к управлению полетом летательных аппаратов.

Известно, что в живой природе все высокоорганизованные представители животного мира реализуют пространственные траектории, сознательно или

рефлекторно опираясь на те соотношения между высотой и скоростью, которые устанавливает закон сохранения энергии. Множество примеров использования закона сохранения энергии дают сложные траектории перемещения в пространстве спортсменов в экстремальных или в технических видах спорта, цирковых воздушных акробатов и др. Более того, проведенные исследования техники пилотирования высококлассных летчиков военной авиации показали, что уровень мастерства непосредственно определяется тем, насколько точно пилот оценивает изменение потенциальной и кинетической составляющих полной энергии при выполнении пространственных маневров. Нами было решено реализовать энергетический принцип управления движением в технических системах.

Исторически в авиации утвердилась концепция управления полетом по продольному каналу как в ручном, так и в автоматическом режимах посредством двух контуров – траекторного и скоростного. Такое разделение контуров было удобно и с точки зрения формального линеаризированного описания движения самолета системой линейных дифференциальных уравнений в форме Коши. В соответствии с таким разделением контуров в системах автоматического управления полетом функции регуляторов выполняют независимые устройства: автомат тяги и автопилот.

В задачах синтеза регуляторов формальными или эвристическими методами игнорируется нелинейная взаимосвязь двух основных переменных – скорости и высоты полета, реализуемая через фундаментальный закон сохранения энергии тела, движущегося в потенциальном поле сил. Для компенсации перекрестных связей объекта в структуру традиционных регуляторов обычно вводятся разного рода корректирующие цепи. Структура энергетической системы управления в явном виде содержит перекрестные связи между каналами скорости и высоты, отражающие их взаимозависимость. Алгоритмы управления, основанные на полной энергии самолета, впервые были опубликованы в работах Ламбрехтса [2]. Сформулированный энергетический подход к управлению движением в пространстве основан на описании движения объекта как в пространстве переменных состояния, так и в терминах его полной энергии и ее составляющих. В результате совместного решения динамических уравнений переносного движения в возмущенной атмосфере и уравнения полной энергии объекта нами было получено уравнение баланса энергий в системе объектов: летательный аппарат – силовая установка – внешняя среда [3,4]. На основе этого уравнения в структуру классической энергетической системы был добавлен контур коррекции управлений при больших отклонениях от балансировочного режима.

Уравнение баланса энергий не только показывает прямой путь для построения эффективных автоматических систем управления полетом, но позволяет оценивать уровень опасности ветровых возмущений и формировать директорный индекс для управления силовой установкой в ручном режиме [5,6].

Ранее энергетический подход был использован для прогнозирования событий на этапе взлета в осложненных условиях при наличии высотных препятствий [7-10]. В настоящей статье излагаются методы оценивания текущего и прогнозирования будущего движения воздушного судна на режимах торможения. Предлагаются методы информирования экипажа об оставшейся длине тормозного пути и о резерве дальности до обреза взлетно-посадочной полосы.

Таким образом, рассмотрение полета летательных аппаратов (ЛА) с энергетических позиций позволяет на общей методологической основе решать в совокупности многие проблемы управления полетом. Полученные результаты имеют достаточно универсальный характер, они подтверждены большим объемом экспериментальных исследований.

2. Основы энергетического подхода к управлению движением

Структура традиционных систем управления движением летательных аппаратов (ЛА) может быть представлена обобщенной эквивалентной схемой (рис. 2).

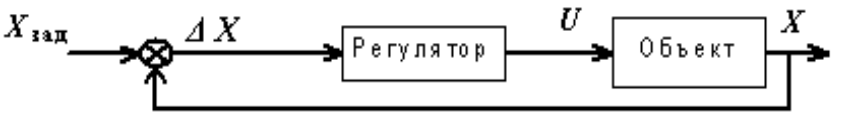


Рис. 2. Структура традиционных систем управления

Управление U формируется на базе отклонений X некоторого подмножества вектора переменных состояния X. Функционал качества выбирается в классе

$$Q_x = Q_x(U, X, \Delta X).$$

Предложена концепция управления, в которой управляемой величиной является полная энергия движения E (рис. 3).

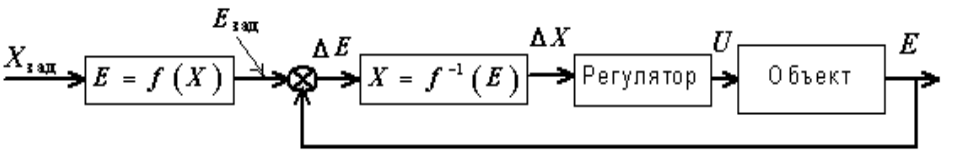


Рис. 3. Структура традиционных систем управления

Функционал качества задается в форме

$$Q_E = Q_E(U, E, \Delta E).$$

С позиций этого подхода движение ЛА рассматривается в терминах его полной энергии и ее составляющих – потенциальной и кинетической. Количественные соотношения между источником и потребителями энергии выражены в форме уравнения баланса энергий:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^D + \Delta H_E^w.$$

Уравнение записано в форме приращений удельной энергии движения:

$$H_E(*) = E(*)/mg = h + V^2/2g.$$

Удельная энергия имеет размерность метров, поэтому она называется также энергетической высотой. Здесь ΔH_E – приращение энергетической высоты, $\Delta H_E^{\text{дв}}$ – удельная работа двигателя, ΔH_E^D – затраты энергии на преодоление силы лобового сопротивления, ΔH_E^w – работа ветра. Для каждого члена уравнения баланса энергий в [2,3] получены интегральные выражения:

Однако на режимах движения по взлетно-посадочной полосе (ВПП) возникают силы сопротивления со стороны опор шасси. Поэтому уравнение баланса энгий должно быть обобщено на наземные режимы путем добавления члена $\Delta H_E^{\text{торм}}$, отражающего процесс поглощения энергии на преодоление механических сил торможения.

Новый член представлен нами в форме:

$$\Delta H_E^{\text{торм}} = \int_{t_1}^{t_2} V k_{\text{торм}} dt,$$

где $k_{\text{торм}}$ – обобщенный нормированный коэффициент торможения, зависящий от коэффициента сцепления колес с покрытием ВПП и степени обжатия тормозных колодок колес.

3. Метод прогнозирования дистанции безопасного торможения

В пределах наземного участка траектории, т. е. на этапах пробежки после приземления или разбега перед взлетом, могут возникать ситуации, требующие введения режима экстренного торможения.

Причинами для экстренного торможения могут быть:

- ошибки пилотирования вследствие плохих метеоусловий (ветер, низкая облачность, плохая видимость);
- состояние покрытия ВПП (наличие воды, снега, льда, песка и др.);
- внезапное загромождение ВПП посторонними объектами или ее повреждение;
- отказы оборудования, организованные угрозы, нештатные или вынужденные маневры и др.

В таких ситуациях существует опасность выкатывания за пределы ВПП. В условиях дефицита времени необходимо оценить возможность экстренного торможения и останова в пределах ВПП или ухода на второй круг. Длину тормозного пути определим как расстояние, на котором скорость движения будет погашена от текущей до некоторой малой величины ε. Процесс посадки схематично показан на рис. 4, где обозначено: $x(t)$ – текущее положение самолета на ВПП, $D_{торм}$ – длина тормозного пути, $X_{торм}$ – координата конечной точки, $L_{резерв}$ – резерв пробега до обреза ВПП.

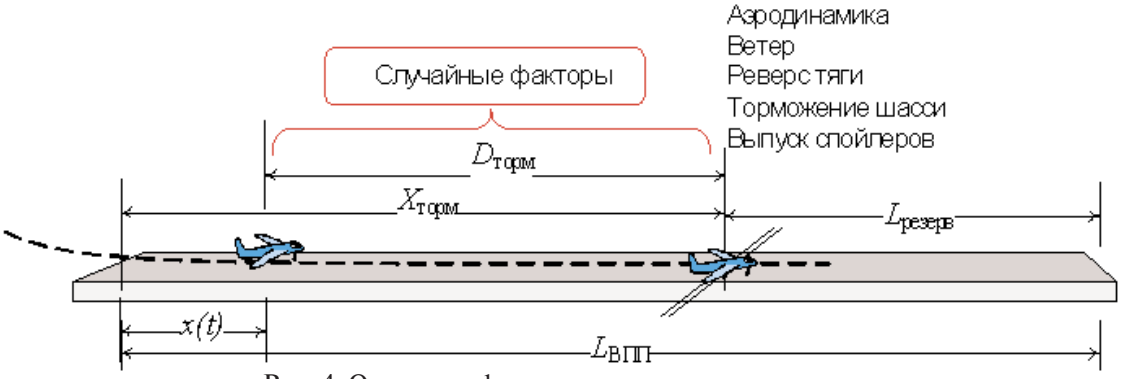


Рис. 4. Основные факторы процесса торможения

Прогнозируя этап торможения для самого общего случая, т. е. с этапа захода на посадку, будем учитывать высоту полета. Полная энергия движения на текущий момент равна

$$E(t_0) = 0,5mV(t_0)^2 + mgh(t_0).$$

Прогнозное значение энергии изменяется под действием внешних сил:

$$E(t)_{forecast} = 0,5mV(t)^2 + mgh(t) + S_{forecast}\sum_i F_i(t).$$

В число внешних сил F_i входят: тяга двигателя P (в том числе реверсивная), аэродинамические силы D, соответствующие текущей конфигурации, и силы торможения со стороны шасси F_{br}. Последние зависят от коэффициента сцепления колес с покрытием, выпуска тормозных щитков и парашютов, а также от энергоемкости тормозной системы.

Моделирование или прямое измерение всех действующих сил является нетривиальной задачей. Реакцией равнодействующей всех этих сил является приобретаемое ускорение. В предлагаемой методике сумма действующих сил естественным образом вычисляется через продольное ускорение $a(t)$

$$\sum_i F_i = ma(t),$$

которое на борту обычно определяется по измеряемой перегрузке

$$a(t) = gn_x(t).$$

С учетом критерия останова V(t) ≤ ε определяем прогнозную длину тормозного пути:

$$D_{\text{торм}} = S(t)_{forecast} = 0{,}5\left(V(t)^2 - \varepsilon^2\right)\Big/ gn_x(t).$$

Имея оценку предельной дальности останова самолета, в поле зрения пилота может быть сгенерировано сообщение о резерве дистанции безопасного торможения:

$$L_{\text{резерв}} = L_{\text{ВПП}} - x(t) - D_{\text{торм}}.$$

Такое сообщение, безусловно, полезно для принятия пилотом решения об экстренном торможении или в случае невозможности — об уходе на второй круг.

4. Коррекция алгоритма прогнозирования

Очевидно, что информативность и применимость прогноза для повышения ситуационной осведомленности тем выше, чем более достоверны прогнозные оценки параметров движения по отношению к их реальным значениям.

Основной прогнозируемой величиной является длина тормозного пути $D_{\text{торм}}$ от текущего положения самолета на ВПП до точки, в которой скорость будет погашена до скорости руления V_r.

Наиболее простой и очевидный прогноз дистанции торможения вычисляется в процессе движения самолета по ВПП, основываясь на текущих энергетических характеристиках и действующих силах.

Ясно, что все силы в процессе движения меняются или по какой-либо программе (в соответствии с руководством летной эксплуатации (РЛЭ)), или по непредвиденным обстоятельствам (изменение сцепления, отказы двигателя, тормозная сила, ветер и др.). Поэтому прогноз не может совпадать с реальным процессом и всегда содержит погрешность или неопределенность. Для повышения достоверности прогноза в данной работе предлагается метод коррекции алгоритмов прогнозирования. Этот метод предполагает, что использование имеющихся технических средств торможения (включая тормозную систему шасси, реверс тяги, выпуск спойлеров) производится в соответствии с нормативами для стандартных или типовых сценариев на пробеге.

Коррекция определялась на основе статистической обработки результатов модельных экспериментов. Было выполнено большое число модельных экспериментов на множестве условий пробега. Это множество включало разброс

посадочных масс, скоростей и коэффициента сцепления. Кроме того, имитировался отказ двигателя. Все эксперименты проводились на полной сертифицированной модели серийного самолета Ту-204. Динамическая модель самолета содержала модель двигателя. Эквивалентная постоянная времени равна 1,5 с. Отказ одного из двигателей имитировался уменьшением суммарной тяги на половину (на 50%). Для вычисления прогнозной длины $D_{\text{торм}}$ и коэффициента коррекции предполагалась доступность необходимых входных координат. Многие (большинство) процедуры по использованию средств торможения выполняются в зависимости от скорости. Поэтому в прогнозе дистанции торможения основным аргументом была принята именно скорость.

Повышение достоверности прогноза в нашей работе достигается введением в алгоритм прогнозирования масштабного коэффициента коррекции результатов прогнозирования, полученных по текущим параметрам движения воздушного судна. Корректированная длина тормозного пути находится в виде:

$$D_{\text{торм}_cor} = k_{cor} D_{\text{торм}}.$$

Наиболее сильное влияние на динамику торможения оказывают реверс тяги и отказ двигателя. При этом суммарная тяга восстанавливается в течение 3–5 с. В связи с этим было решено учитывать только режим реверса — промежуточный или максимальный. Поэтому в алгоритме коррекции производится переключение коэффициента коррекции одновременно с командой на изменение реверса

$$K_{cor} = \begin{cases} 2,42k_b^2 - 3,45k_b + 2,35, & \text{если reverse=max;} \\ -0,98k_b^3 + 3,08k_b^2 - 2,53k_b + 1,82, & \text{если reverse=min.} \end{cases}$$

Следующим шагом на пути улучшения правдоподобия прогноза было введение в алгоритм прогнозирования дополнительной зависимости коэффициента коррекции от скорости. Из множества возможных вариантов был выбран способ масштабирования по относительной скорости в форме:

$$K_{cor} = K_{cor}(k_b)K_{cor}(V).$$

Зависимость от скорости была найдена эмпирическим путем в виде:

$$K_{cor}(V) = k_1(k_0 + (1 - k_1)V/V_{ref}).$$

Настроечные коэффициенты k_0 и k_1 определялись методом поиска во множестве полетных условий по критерию минимума средней погрешности прогноза. Они организованы в базу данных для всех режимов полета.

5. Модельные испытания алгоритма прогнозирования дистанции торможения

Основными целями моделирования процесса торможения были:

• Получение модельных прогнозных значений тормозного пути во всевозможных погодных условиях и при разной загруженности самолета;

• Демонстрация работоспособности алгоритма коррекции на множестве штатных и нештатных ситуаций;

• Получение оценок погрешностей прогноза;

• Выявление наиболее неблагоприятных сочетаний характеристик самолета и внешних факторов.

На рис. 4 приведены данные по длине тормозного пути самолета Ту-204 с максимальным, минимальным и номинальным весом для разных коэффициентов торможения в функции начальной скорости торможения. Результаты для промежуточных значений коэффициента торможения k_b легко интерполируются. Зависимость от веса самолета оказалась незначительной.

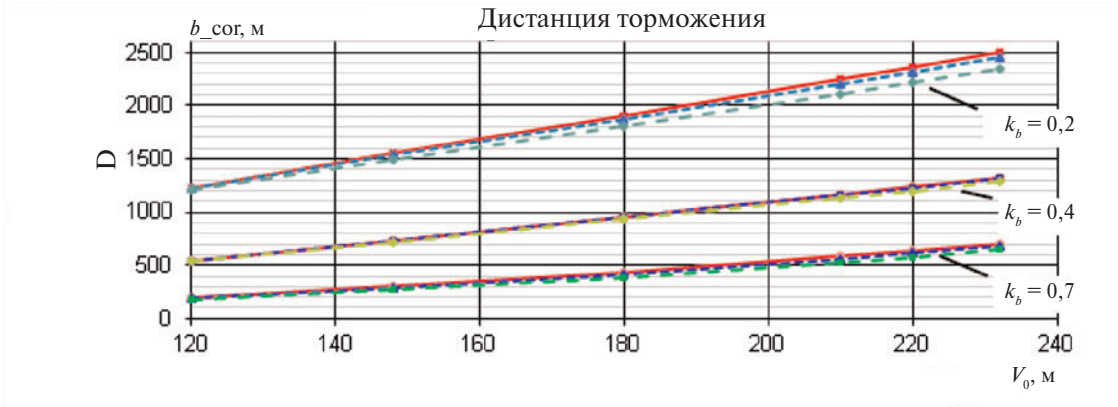


Рис. 4. Прогнозные значения дистанции торможения

Отметим, что были смоделированы условия торможения при экстремально низком коэффициенте торможения $k_b = 0,2$ и отказе двигателя. Видно, что при плохом состоянии ВПП, таком как обледенение на всей длине или мокром снеге, дистанция торможения может достигать 2500 м. Эти расчеты должны учитываться при планировании захода на посадку на аэродромы с короткой ВПП.

Включение алгоритмов прогнозирования в состав бортовой информационной системы зависит в первую очередь от степени доверия эксплуатантов к методике прогнозирования. Для подтверждения правдоподобия прогноза были проведены специальные исследования погрешностей прогнозирования траектории по отношению к реальному движению самолета.

Мерой правдоподобия прогноза была принята усредненная погрешность расчета текущей дистанции торможения по отношению к реальному процессу.

Чтобы иметь возможность сравнения прогнозных оценок процесса с реальным процессом, моделирование выполнялось дважды. В первом прогоне регистрировался реальный полет и фиксировалась конечная точка, а во втором вычислялась прогнозная дальность до точки, в которой скорость качения самолета снижается до скорости рулежки.

На рис. 5 показан пример эффективность коррекции. Условия моделирования были следующие: вес = 105 т, коэффициент торможения = 0,4, первоначальная скорость полета = 210 км/ч. Графики показывают прогноз дистанции торможения без коррекции (D_b) и с коррекцией (D_{b_cor}). В последнем случае средняя ошибка прогноза тормозного пути (ERR) по отношению к фактическому находится в пределах ±22 м. Ошибки прогноза в других неблагоприятных условиях не превышали 50–70 м.

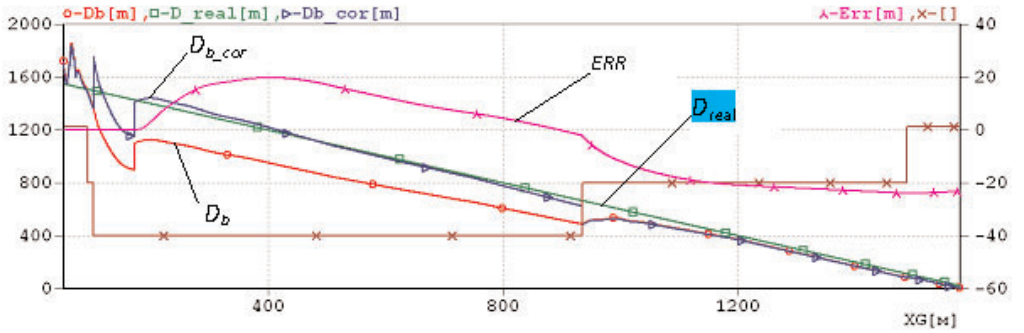


Рис. 5. Эффективность коррекции прогноза

Следующая таблица демонстрирует погрешности прогнозирования. Показаны средние значения ошибок во время включения режима максимального реверса тяги.

Таблица. Средние ошибки прогнозирования

Коэффициент торможения	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75
Посадочный вес, (т)	Средняя ошибка, (м)					
70	– 9,77	– 14,24	2,435	2,07	– 0,012	0,69
90	– 4,065	3,45	2,97	– 4,32	8,86	6,31
105	– 0,61	4,11	– 1,79	– 0,83	0,77	– 1,11

6. Заключение

Разработаны методы прогнозирования достижимости терминальных состояний на этапах взлета и посадки самолетов. Методологической основой этих методов является энергетический подход к управлению движением в пространстве. Этот подход расширен и обобщен на наземные фрагменты траектории полета.

Взгляд на движение объектов в пространстве с энергетической точки зрения оказался весьма плодотворным и полезным для проектирования систем автоматического управления полетом. В наших работах энергетический подход был распространен на наземные режимы или этапы разгона и торможения самолета. На режимах взлета и посадки полная энергия самолета меняется наиболее интенсивно. Самолет должен либо увеличить, либо погасить энергию до определенного уровня, находясь в пределах ВПП. Нарушение этого условия грозит серьезными последствиями.

Уравнение баланса энергий устанавливает связь между требуемым конечным энергетическим состоянием и длиной проходимого или оставшегося пути. Это позволяет рассматривать движение самолета в терминальной постановке. При такой постановке были получены уравнения для прогнозного расчета координат точки, в которой терминальные требования будут выполнены. В данной статье рассматривается этап торможения и соответствующие терминальные условия достижения скорости рулежки. Был получен алгоритм расчета длины оставшегося пути до возможной остановки или съезда на рулежную дорожку.

Важнейшим качеством и свойством прогноза является его правдоподобие. Для его повышения в статье предложены способы настройки прогнозирующих алгоритмов. Были выполнены модельные испытания прогнозирующих алгоритмов в широком диапазоне ситуаций на режимах торможения, включая предельно низкую адгезию и отказ двигателя. Результаты показали высокую эффективность метода коррекции прогнозирующих алгоритмов. В итоге было установлено, что с отказавшим двигателем при задействовании всех средств торможения самолет с максимальным и минимальным весом способен затормозить от посадочной скорости до скорости рулежки на большинстве современных аэродромов.

Результаты продемонстрировали возможность более раннего информирования экипажа о критических событиях. Вопросы, касающиеся формы и способов представления аудиовизуальных сообщений экипажу на борту, имеют важнейшее значение, входят в компетенцию специалистов по эргономике и летчиков-испытателей и поэтому оставлены за рамками данной работы.

Внедрение энергетического метода прогнозирования на борту повысит ситуативную осведомленность экипажа и тем самым снизит психологические нагрузки на экипаж, что в конечном счете будет способствовать повышению безопасности воздушных перевозок.

Литература

1. Boeing (2012). Statistical Summary of Commercial Jet Airplane Accidents. Worldwide Operations 1959 – 2011. July 2012.
http://www.boeing.com/news/techissues/pdf/statsum.pdf.

2. Lambregts A. A. Vertical Flight Path and Speed Control Autopilot Design Using Total Energy Principles // AIAA Paper 83-2239CP, 1983, pp. 559-569.

3. Kurdjukov A. P., Nachinkina G. N., Shevtchenko A. M. Energy Approach to Flight Control // AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control. AAIA Paper 98–4211. Boston, 1998.

4. Борисов В. Г., Начинкина Г. Н., Шевченко А. М. Энергетический подход к управлению полетом. // Автоматика и Телемеханика. 1999. № 6. С. 59–70.

5. Борисов В. Г., Павлов Б. В., Шевченко А. М. Средства информационной поддержки пилота в нештатных ситуациях // Матер. 7-й науч.-техн. конф. «Мехатроника, автоматизация, управление». СПб. ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2010. С. 74 – 77.

6. Shevchenko A .M. Some Means for Informational Support of Airliner Pilot // 5th Int. Scientific Conf. on Physics and Control (Physcon 2011). Leon, Spain. Sept. 5 – 8, 2011. P. 1 – 5 http://lib.physcon.ru/doc?id=78f90e41e746/.

7. Шевченко А. М., Павлов Б. В., Начинкина Г. Н. Метод прогнозирования взлета самолета при наличии высотных препятствий // Изв. Южного федерального ун-та. Техн. науки. 2012. №3. с. 167 – 172. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ.

8. Шевченко А. М., Солонников Ю. И., Начинкина Г. Н.. Разработка и исследование метода прогнозирования взлета самолета //«Проблемы управления» № 6, 2012, с.63-68.

9. Шевченко А. М., Солонников Ю. И., Начинкина Г. Н. Моделирование средств информационной поддержки пилота на этапе взлета самолета // Научное издание. —Труды Московского института электромеханики и автоматики. Выпуск 5. «Навигация и управление летательными аппаратами». – М.: МИЭА, 2012, с. 54-64.

10. A. Kuznetsov, A. Shevchenko, Ju. Solonnikov. The Methods of Forecasting Some Events During the Aircraft Takeoff and Landing, //19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace (ACA2013).Germany. 2013.

УДК 629.7.001.4

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МАЖОРИТАРНОГО И СТАТИСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БИНС

***Ю. В. ГАВРИЛЕНКО**, к. т. н., доцент,*
***В. В. ГРОШЕВ**, к. т. н.,*
***Н. А. ЗАЙЦЕВА**, д. т. н., профессор,*
***Т. П. ТКАЧЕВА**, к. т. н.*
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

В настоящее время с ужесточением норм бокового и вертикального эшелонирования все большее внимание уделяется проблеме повышения качества информационного обеспечения полетов. Это достигается за счет разработки системы контроля на всех этапах формирования информации, необходимой для выполнения самолетовождения. В настоящей статье проводится сравнительный анализ двух систем контроля работоспособности БИНС — мажоритарного и статистического.

***Ключевые слова:** мажоритарный контроль, статистический контроль, «эталонное» описание, погрешности БИНС*

COMPARATIVE ANALYSIS OF MAJORITY AND STATISTICAL CONTROL SYSTEMS IN THE CASE OF STRAPDOWN INS FUNCTIONING QUALITY ASSESSMENT

***J. V. GAVRILENKO,** PhD in Engineering,*
***V. V. GROSHEV,** PhD in Engineering,*
***N.A. ZAITSEVA,** D. Sc. in Engineering, professor,*
***T. P. TKACHEVA,** PhD in Engineering,*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

At the present time lateral separation and altitude separation requirements are tightening and the issue of flight cueing quality improvement is getting more attention. This is achieved by developing a control system on all stages of data formation needed for flight navigation. The comparative analysis of the two INS functioning control systems (majority system and statistical system) is conducted in this article.

***Keywords:** majority control system, statistical control system, reference description, strapdown INS errors*

Повышение надежности функционирования бортового оборудования и обеспечение безопасности самолетовождения требует резервирования основных систем и датчиков, таких как БИНС (бесплатформенная инерциальная система) и СВС (система воздушных сигналов), радиовысотомер, САУ (система автоматического управления) и т. д. Наличие резервирования позволяет провести параметральный контроль таких систем и исключить из дальнейшего использования ту систему, которая по своим техническим характеристикам отличается от других.

На этих принципах строится мажоритарный контроль. В качестве недостатка мажоритарного контроля следует отметить возможность исключения системы, имеющей качественно лучшие характеристики, чем те, с которыми она сравнивалась, что может негативно отразиться на их дальнейшем использовании.

Например, при выборе БИНС с худшими характеристиками можно понизить в целом качество комплексной обработки данных инерциальной системы и корректора. В связи с этим в ОАО «МИЭА» был разработан иной подход к оценке качества информации БИНС, а именно статистический контроль с использованием «эталонного описания» [1-4].

Применение такого подхода позволяет определить систему, имеющую лучшие технические характеристики. В данной статье проводится сравнительный анализ эффективности работы двух подходов к оценке качества функционирования БИНС — мажоритарный контроль и статистический.

Мажоритарный контроль трех БИНС

При наличии признака исправности, поступающего от встроенной системы контроля (ВСК), три комплекта БИНС проходят контроль, который включает следующие этапы:

— попарное сравнение параметров трех комплектов БИНС и определение разности j-ого параметра Δ_{j12}, Δ_{j23}, Δ_{j13};

— сравнение на заданный допуск $\Delta_{j_{доп}}$ полученной разности и определение недостоверных данных методом голосования;

— нахождение для исправных систем средних значений:

— для трех исправных $\frac{\sum_{i=1}^{3} x_i}{3}$;

— для двух исправных $\frac{\sum_{i=1}^{2} x_i}{2}$;

— при расхождении всех трех каналов – выбор первой исправной системы по ВСК.

Система контроля с использованием «эталонного описания»

Система контроля с использованием «эталонного описания» погрешностей БИНС (в дальнейшем «эталонный» контроль э. к.), разработана в ОАО «МИЭА» и предполагает следующие этапы:

— определение разности [5]:

$$E_i = \Delta X_i - \Delta X_{эт},$$

где $\Delta\hat{X}_i\{\Delta\varphi_i, \Delta\hat{\lambda}_i\}$ — вектор оцененных погрешностей *i*-той БИНС; $\Delta\{\Delta\varphi_{эт}, \Delta\lambda_{эт}\}$ — вектор погрешностей «эталонного описания».

— определение погрешностей каждой БИНС ΔX_1, ΔX_2, ΔX_3 на основе фильтра четвертого порядка, использующего данные *i*-той БИНС, и корректора (в примере в качестве корректора рассматривается РСБН (радиосистема ближней навигации), в режиме «азимут-дальность»);

— определение математических ожиданий на *t*-секундном интервале погрешностей «эталонного описания» и построение уточненного допуска $\delta_{\Delta\hat{\varphi}}$, $\delta_{\Delta\hat{\lambda}}$ по отношению к задаваемому значению $\Delta_{зад}$: $\delta_j = \Delta_{j_{зад}} \pm m_j^{э.к.}$ в зависимости от положения $m^{э.к.}$ относительно горизонтальной оси (*j* — номер параметра);

— определение функции потерь f_{l_i} для каждой *i*-той системы БИНС:

$$f_{l_i}(t) = 100\% - \left[\frac{\pm\delta_{\Delta X}^{в,н}(t) - m_i^{\Delta X}(t)}{\pm\Delta_{j_{зад}}(t)} 100\%\right],$$

где $\Delta\hat{X}\{\Delta\varphi; \Delta\hat{\lambda}\}$ — вычисленные погрешности координат БИНС;

— определение *i*-той БИНС, лучшей по критерию обобщенной функции потерь:

$$f'^{i}_{потерь} = \sqrt{\left(f^{\Delta\varphi}_{потерь}\right)^2 + \left(f^{\Delta\lambda}_{потерь}\right)^2} / 1{,}41 = \min \text{ из } f'_{потерь_1}, f'_{потерь_2}, f'_{потерь_3}.$$

Анализ состояний БИНС проводится непрерывно во время всего полета, что позволяет учитывать кратковременный выход сигналов БИНС за допуск $\delta_{\Delta\hat{X}}$.

Отличием функционирования двух систем контроля является то, что в мажоритарном контроле оценивается вектор $\bar{X}\{W, \psi_Г\}$, где *W* — путевая скорость ВС (воздушного судна), $\psi_г$ — гироскопический курс «платформы», а в «эталонном» контроле — $\bar{X}^{э.к.}\{\Delta\varphi, \Delta\hat{\lambda}\}$, где $\Delta\hat{\varphi}$, $\Delta\hat{\lambda}$ — погрешности широты и долготы местоположения ВС.

В статье рассматриваются следующие вопросы:

— выявление соответствия или несоответствия систем, признанными исправными первой и второй системами контроля по количеству и номерам БИНС;

— сравнение количественных показателей выходных параметров БИНС

при различном изменении погрешностей акселерометров c_i (м/с^2) и дрейфов гироскопов υ (град/час).

Сравнение качества функционирования двух систем контроля проводилось с помощью метода математического моделирования, который позволяет определять исправность каждой БИНС, находить количество БИНС, участвующих в осреднении при мажоритарном контроле, и выходной сигнал БИНС «эталонного» контроля, пригодный для последующего использования, а также определять погрешности осредненного выходного параметра. Кроме этого, в результате моделирования определяются погрешности каждой БИНС $\Delta\hat{\varphi}_1$, $\Delta\hat{\lambda}_1$, $\Delta\hat{\varphi}_2$, $\Delta\hat{\lambda}_2$, $\Delta\hat{\varphi}_3$, $\Delta\hat{\lambda}_3$, функции потерь для каждого параметра, выходные данные φ_1, λ_1, φ_2, λ_2, φ_3, λ_3 и осредненные выходные параметры, вычисляемые в соответствии с логикой мажоритарного контроля.

Моделировался полет ВС в виде математической точки в горизонтальной плоскости на высоте H = 9000 м со скоростью V = 200 м/с длительностью ≈ 2,8 часа. Трасса состоит из 10 пунктов маршрута (ПМ) и показана на рис. 1.

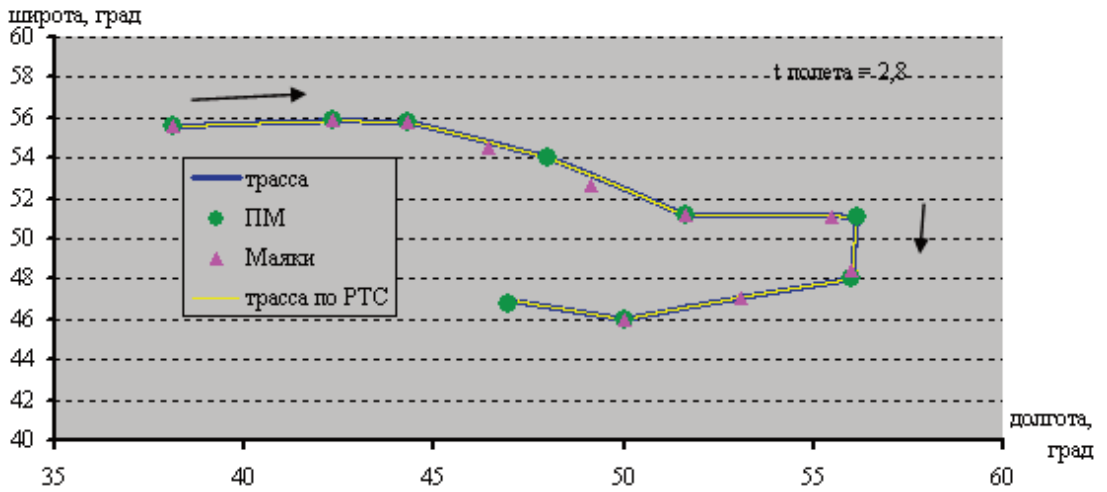


Рис. 1. Трасса полета ВС

На рисунке показана трасса полета ВС — черная кривая. Зеленые точки — ПМ, красные треугольники — радиомаяки РСБН. Желтой кривой показана траектория полета по данным РТС.

В качестве корректора использовалась система РСБН: десять произвольно расположенных радиомаяков с дальностью действия 150...250 км и погрешностями определения азимута $\Delta A = 0{,}025°$ и дальности $\Delta D = 200 + 0{,}0003D$ м. Система РСБН обеспечивает как непрерывное измерение азимута и дальности до ВС, так и с прерыванием в моменты t = 5000...7300 с.

Погрешности акселерометров c_1^i, c_2^i, c_3^i и уходы гироскопов υ_1^i, υ_2^i, υ_3^i для каждой i-той БИНС приведены в таблице.

Таблица

Количество систем БИНС, выбранных для обработки двумя системами контроля

Исходные данные		Результаты моделирования		
Номер	Характеристики погрешностей БИНС $c_1^{1,2,3}(t), c_2^{1,2,3}(t), c_3^{1,2,3}(t)$, м/с^2 $\upsilon_1^{1,2,3}(t), \upsilon_2^{1,2,3}(t), \upsilon_3^{1,2,3}(t)$, град/час	Количество и номера БИНС, выбранных по мажоритарному контролю	Количество и номера БИНС, выбранных по «эталонному» контролю	Номер рисунка
1	Две системы находятся в допуске (БИНС1 и БИНС2), а третья выходит за допуск (БИНС3): $c_1 = 0{,}00085$ $c_2 = -0{,}001075$ $c_3 = -0{,}001075$ при $t < 2800$ с $c_3 = -0{,}001$ при $t > 2800$ с $\upsilon_1 = 0{,}016$ $\upsilon_2 = 0{,}016$ $\upsilon_3 = -0{,}016$ при $t < 2800$ с $\upsilon_3 = -0{,}024$ при $t > 2800$ с	Три БИНС до $t = 7600$ с Два БИНС после $t = 7600$ с (отказ БИНС3 по $\Delta\psi_Г$)	Отказ БИНС3, отказ БИНС2, восстановление БИНС2, восстановление БИНС3. По критерию $\min f_{потерь}$ выбрана БИНС1	Рис. 2а-2е
2	Две системы с разными знаками погрешностей акселерометров (БИНС2 и БИНС3), расходящиеся, но в пределах допуска: $c_1 = 0{,}00099$ $c_2 = -0{,}0015$ $c_3 = 0{,}0015$ $\upsilon 1 = 0{,}018$ $\upsilon 2 = 0{,}02$ $\upsilon 3 = 0{,}018$	Три БИНС до 8400 с Одна БИНС1 после 8400 с (отказ по $\Delta\psi_Г$)	Отказ БИНС2, отказ БИНС3, восстановление БИНС2, восстановление БИНС3. По критерию $\min f_{потерь}$ выбрана БИНС1	Рис. 3а-3е
3	Две системы в допуске, третья на грани, меняющая скачком исходные данные (акселерометры) во время полета: $c_1 = 0{,}00099$ $c_2 = 0{,}0008$ $c_3 = -0{,}0005075$ при $t < 2800$ с $c_3 = -0{,}0055$ при $t > 2800$ с $\upsilon_1 = 0{,}018$ $\upsilon_2 = 0{,}016$ $\upsilon_3 = 0{,}016$ при $t < 2800$ с $\upsilon_3 = -0{,}09$ при $t > 2800$ с	Три БИНС до 4600 с Одна БИНС2 после 4600 с (отказ БИНС1 и БИНС3 по ΔW)	Отказ БИНС3, восстановление БИНС3. По критерию $\min f_{потерь}$ выбраны поочередно БИНС1 и БИНС2 (синяя кривая, розовая кривая по доп. оси)	Рис. 4а-4е

Таблица
(продолжение)

Исходные данные		Результаты моделирования		
Номер	Характеристики погрешностей БИНС $c_1^{1,2,3}(t), c_2^{1,2,3}(t), c_3^{1,2,3}(t)$, м/с^2 $\upsilon_1^{1,2,3}(t), \upsilon_2^{1,2,3}(t), \upsilon_3^{1,2,3}(t)$, град/час	Количество и номера БИНС, выбранных по мажоритарному контролю	Количество и номера БИНС, выбранных по «эталонному» контролю	Номер рисунка
4	Все три системы скачком меняют характеристики во время полета и выходят за допуск: $c_1 = 0{,}00099$ при $t < 2800$ с $c_1 = 0{,}005$ при $t > 2800$ с $c_2 = 0{,}0008$ при $t < 2800$ с $c_2 = 0{,}0008$ при $t > 2800$ с $c_3 = 0{,}0005075$ при $t < 2800$ с $c_3 = 0{,}009$ при $t > 2800$ с $\upsilon_1 = 0{,}018$ при $t < 2800$ с $\upsilon_1 = 0{,}05$ при $t > 2800$ с $\upsilon_2 = 0{,}016$ при $t < 2800$ с $\upsilon_2 = 0{,}07$ при $t > 2800$ с $\upsilon_3 = 0{,}016$ при $t < 2800$ с $\upsilon_3 = 0{,}08$ при $t > 2800$ с	Три БИНС до 5200 с Одна БИНС1 после 5200 с (отказ БИНС2 и БИНС3 по ΔW)	Отказ БИНС3, отказ БИНС1. По критерию $\min f_{\text{потерь}}$ выбрана БИНС2	Рис. 5а-5е

При оценке работоспособности системы мажоритарного контроля было принято:

— допуск на расхождение гироскопических курсов:

$\Delta_{1,2}(\psi_Г) = \Delta_{2,3}(\psi_Г) = \Delta_{1,3}(\psi_Г) = 5°$.

— допуск на расхождение путевой скорости:

$\Delta 1{,}2\ (W) = \Delta_{2,3}(W) = \Delta_{1,3}(W) = 8$ м/с.

При моделировании «эталонного описания» погрешность определения координат БИНС составляет 3,7 км за 1 час полета.

Параметры ошибок модели «эталонного описания» погрешностей приняты:

$$c_{1,2,3} = 0{,}00085 \text{ м/с}^2 \qquad \upsilon_{1,2,3} = 0{,}016 \text{ град/час.}$$

Результаты моделирования, показывающие функционирование двух систем контроля, приведены на рисунках 2а, б, в — 9а, б, в.

На рисунках 2а, б — 5а, б приняты следующие обозначения. Погрешности БИНС: синяя кривая для первой БИНС ($\Delta\varphi_1$, $\Delta\lambda_1$), розовая для второй ($\Delta\varphi_2$,$\Delta\lambda_2$), желтая для третьей (3, 3). Красная утолщенная кривая — математическое ожидание «эталонного описания» ($m^{э.к.}$). Функции потерь для каждой БИНС обозначенные утолщенными линиями соответствующих цветов (f_1, f_2, f_3). Белым цветом обозначен уточненный допуск δ_j.

На рисунках 2в — 5в приняты обозначения: синяя ломаная линия — количество работающих систем, выбранных при «эталонном» контроле; по дополнительной оси выстроена составная кривая, цвет системы совпадает с цветом системы, выбранной по критерию минимума функции потерь. Серая кривая обозначает функцию потерь осредненной погрешности систем, выбранных при мажоритарном контроле.

На рис. 2г — 5г приняты следующие обозначения. Разность скоростей БИНС ΔW: фиолетовая для систем 1 и 2, зеленая для систем 1 и 3, голубая для систем 2 и 3.На рис. 2д — 5д разницы гироскопических курсов $\Delta\psi_Г$: фиолетовая для систем 1 и 2, зеленая для систем 1 и 3, голубая для систем 2 и 3.

На рис. 2е — 5е приведено количество работающих систем, выбранных мажоритарной логикой, и номер отказавшей системы с сообщением, по какому параметру (W или $\psi_Г$) система признается неисправной.

Анализ рисунков 2в и 2е, 3в и 3е, 4в и 4е, 5в и 5е показывает: количество систем, признанных достоверными для двух методов контроля, сильно отличается друг от друга и сравнению не подлежит.

Приведенная функция потерь для усредненной погрешности (рис. 2в-5в) в основном колеблется около 40-50%, может достигать 100%.

Система, выбираемая «эталонным» контролем наиболее точная по критерию $\min f_{потерь}$, обычно имеет величину функции потерь около 10-15% и не превышает 80% (рис. 2в-5в).

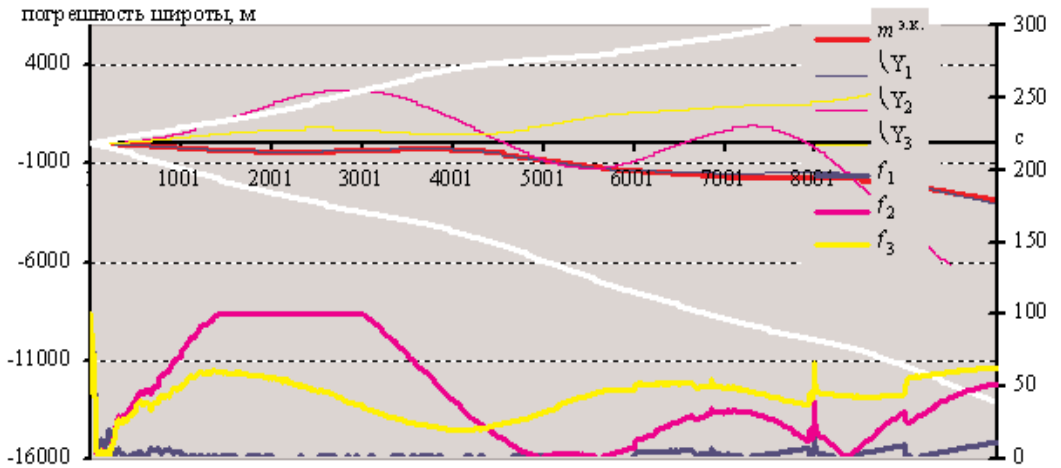
Для сравнения поведения погрешностей координат, полученных по «эталонному» и мажоритарному контролю, были построены графики их поведения для двух экспериментов, третьего и четвертого. На рис. 6 и 7 приняты обозначения: синяя кривая — погрешности параметров первой БИНС, розовая — второй, желтая — третьей, зеленая — погрешности параметров БИНС, выбираемой по критерию минимума потерь, серая — полученные в результате мажоритарного контроля (М мажоритарный), белая — допуск δ_j.

Графики, приведенные на рис. 6, показывают, что в случае использования «эталонного» контроля выходной сигнал выбранной БИНС (первой) имеет гладкий характер. В случае мажоритарного контроля переход на осреднение по двум БИНС (третья отбраковывается), выходной сигнал будет характеризоваться скачком.

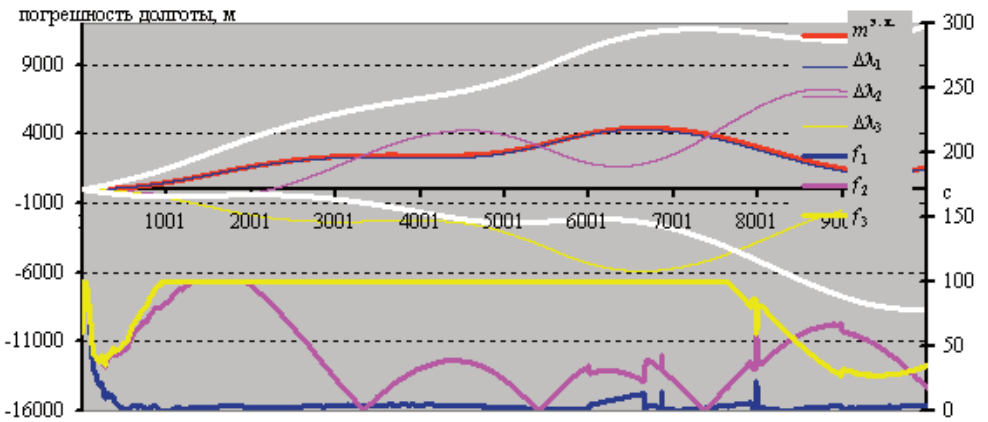
Графики, приведенные на рис. 7, показывают, что «эталонный» контроль выбирает наиболее точную БИНС (вторую) до момента $t = 7000$ с, а далее первую, у которой функция потерь становится меньше. Мажоритарный контроль при исправных трех системах близок к худшей (третьей), в дальнейшем он отбраковывает две системы и работает по первой, которая после $t = 7300$ с совпадает с кривой, выбранной по «эталонному» контролю.

На участках, где погрешности всех трех БИНС близки друг другу, выходные характеристики двух видов контроля практически совпадают.

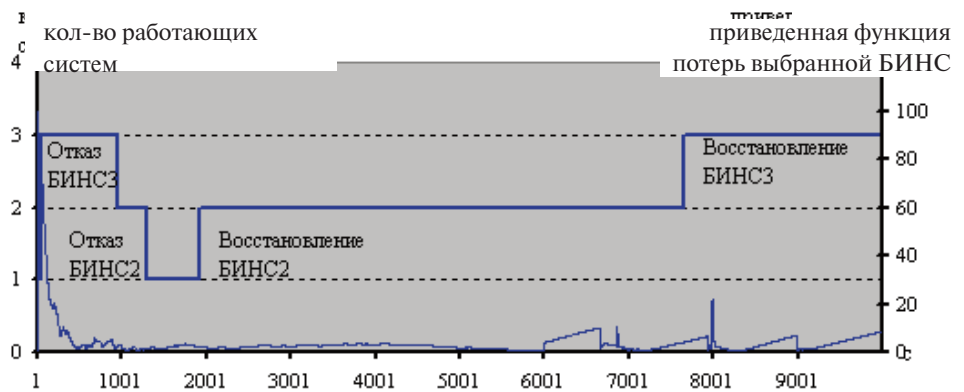
В результате проведения многочисленных экспериментов было получено множество решений задачи контроля БИНС как мажоритарным, так и «эталонным» контролем.



а) Погрешности широты $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_3$

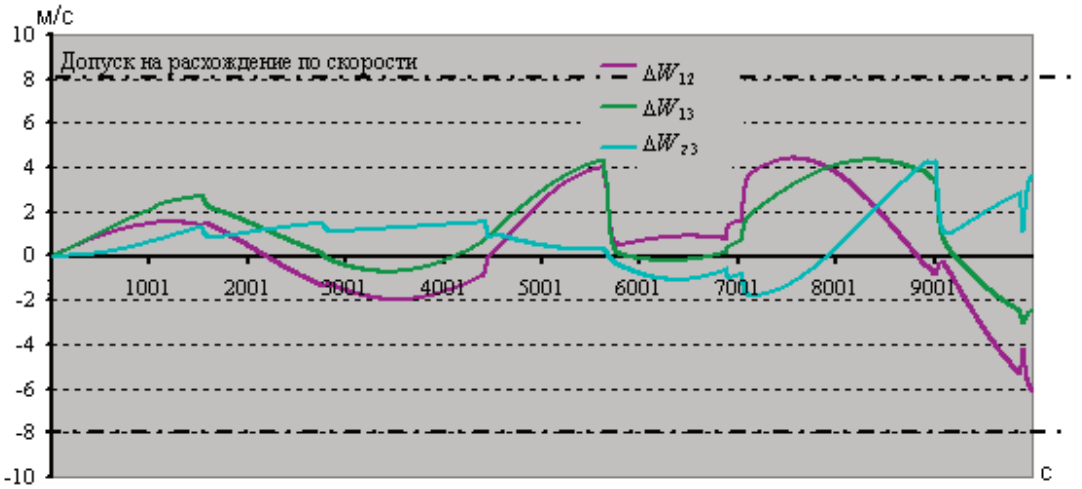


б) Погрешности долготы $\Delta\lambda_1$, $\Delta\lambda_2$, $\Delta\lambda_3$

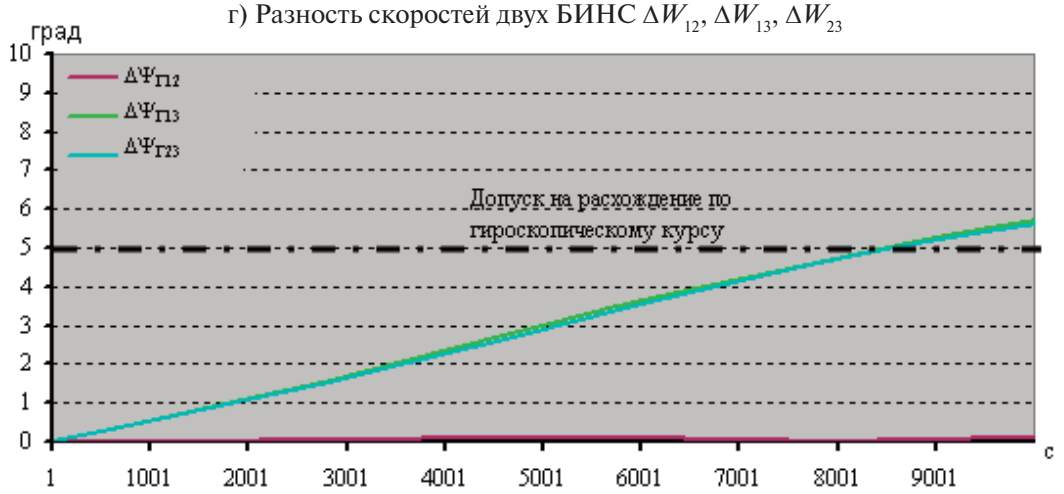


в) Количество работающих систем с указанием номеров отказавших БИНС и приведенная функция потерь для выбранной БИНС (первая)

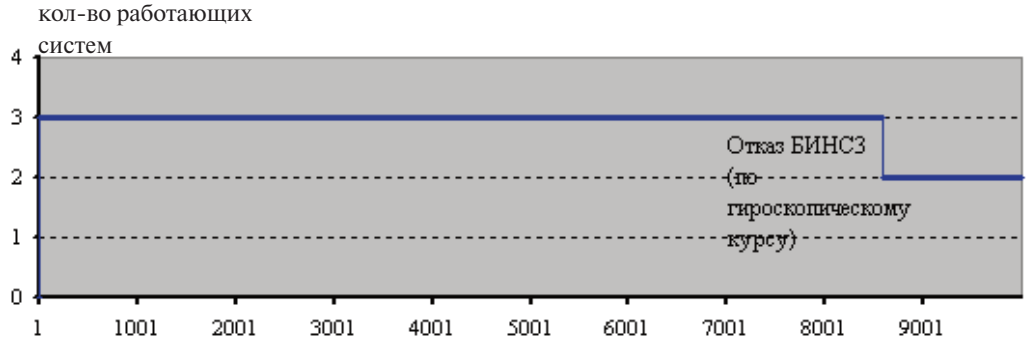
Рис. 2. Эксперимент 1. «Эталонный» контроль



г) Разность скоростей двух БИНС ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

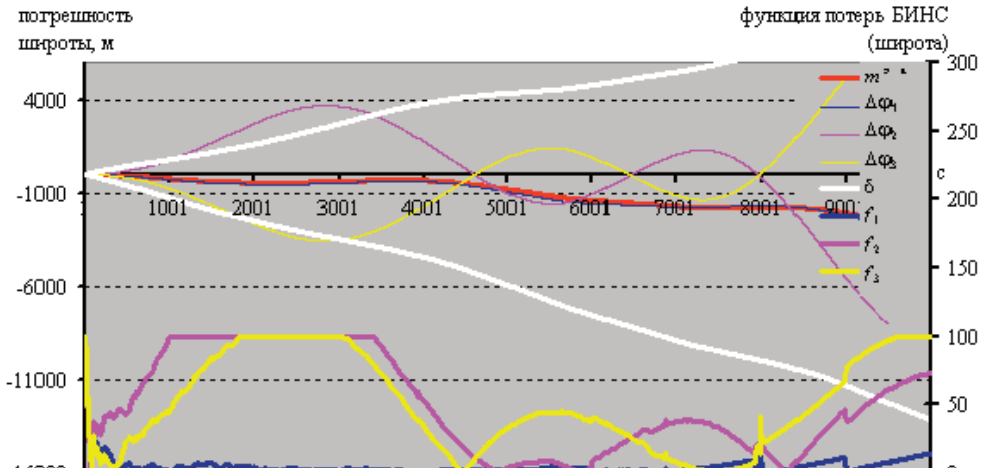


д) Разность гироскопических углов двух БИНС ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

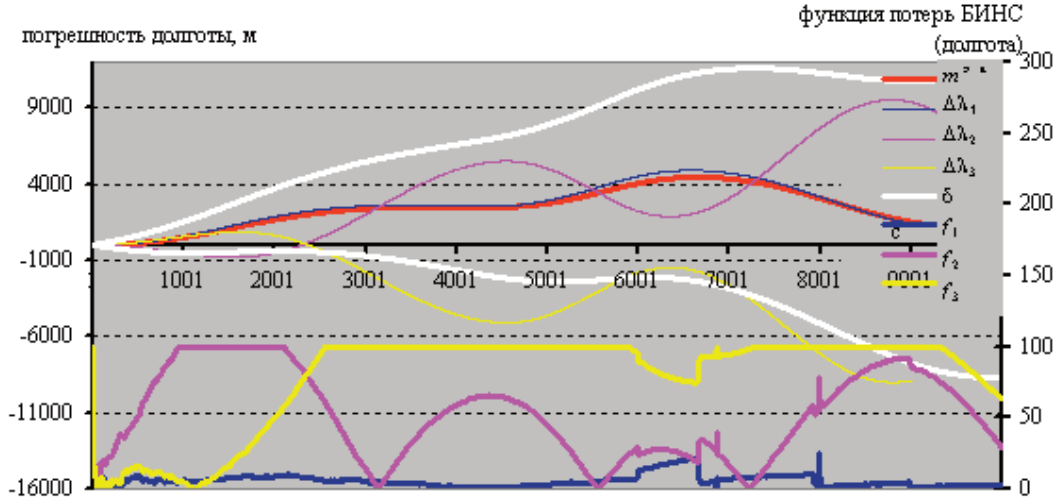


е) Количество работающих систем с указанием номера отказавшей БИНС

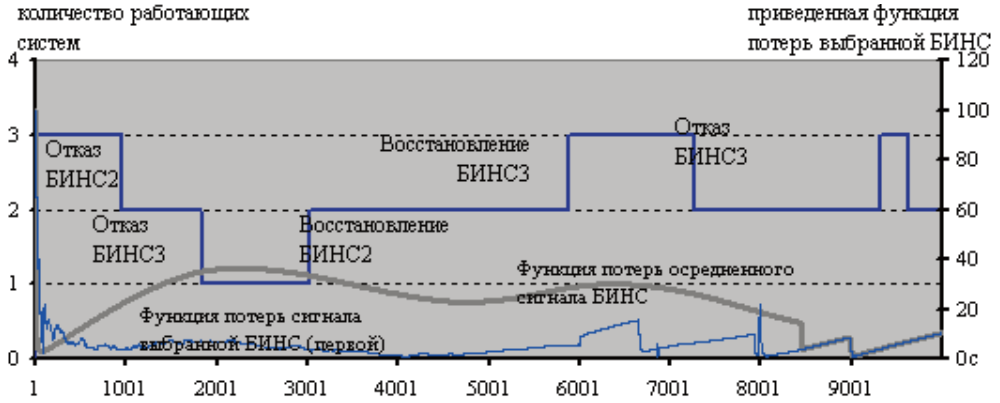
Рис. 2. Эксперимент 1. Мажоритарный контроль



а) Погрешности широты $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_3$

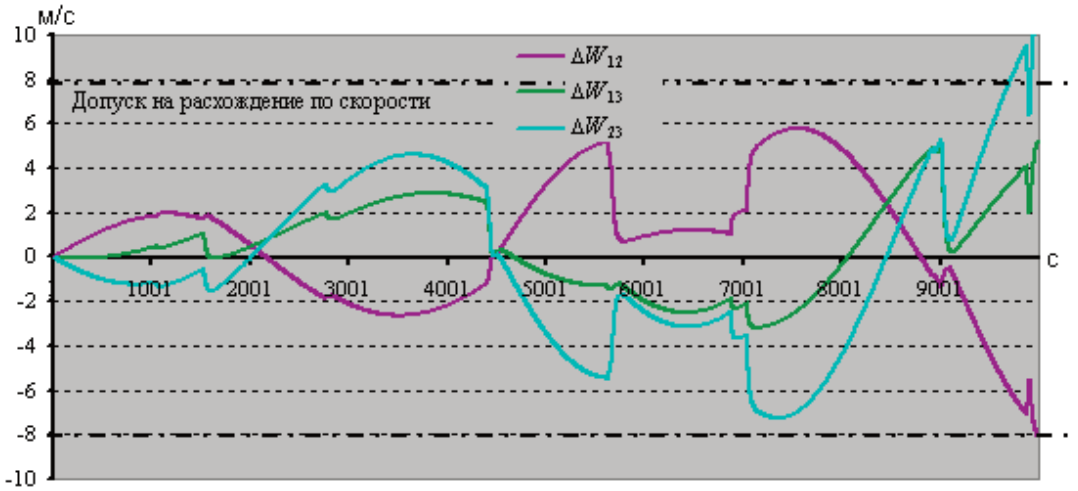


б) Погрешности долготы $\Delta\lambda_1$, $\Delta\lambda_2$, $\Delta\lambda_3$

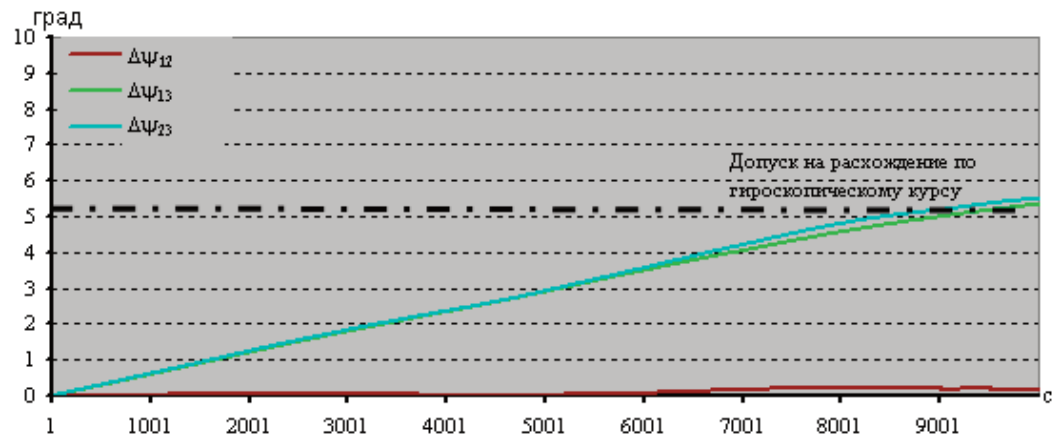


в) Количество работающих систем с указанием номеров отказавших БИНС и приведенная функция потерь для выбранной БИНС (первая)

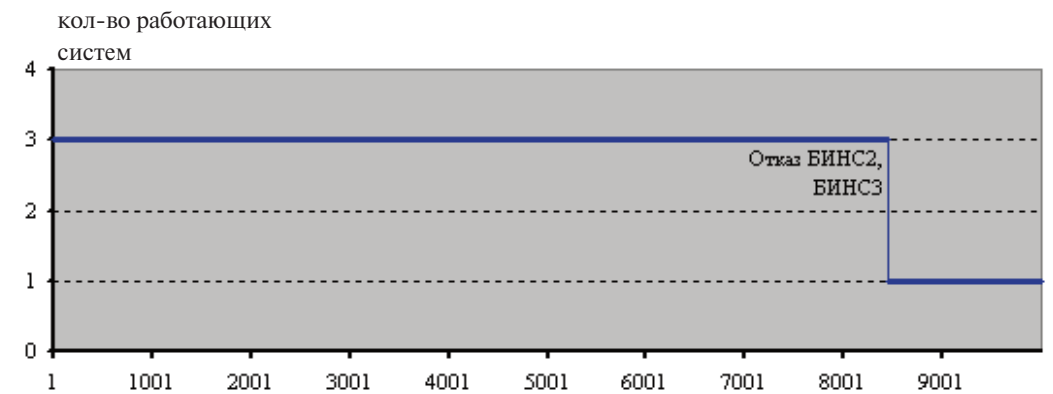
Рис. 3. Эксперимент 2. «Эталонный» контроль



г) Разность скоростей ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

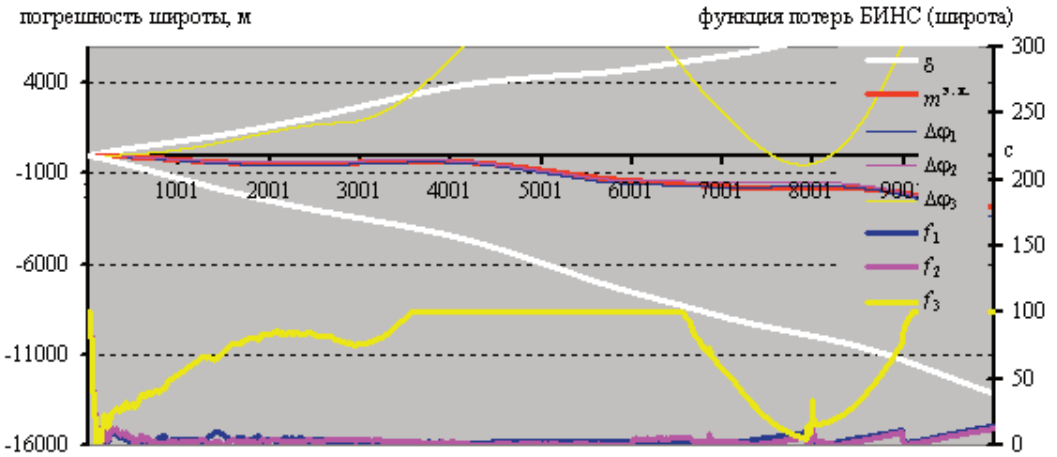


д) Разность гироскопических углов ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

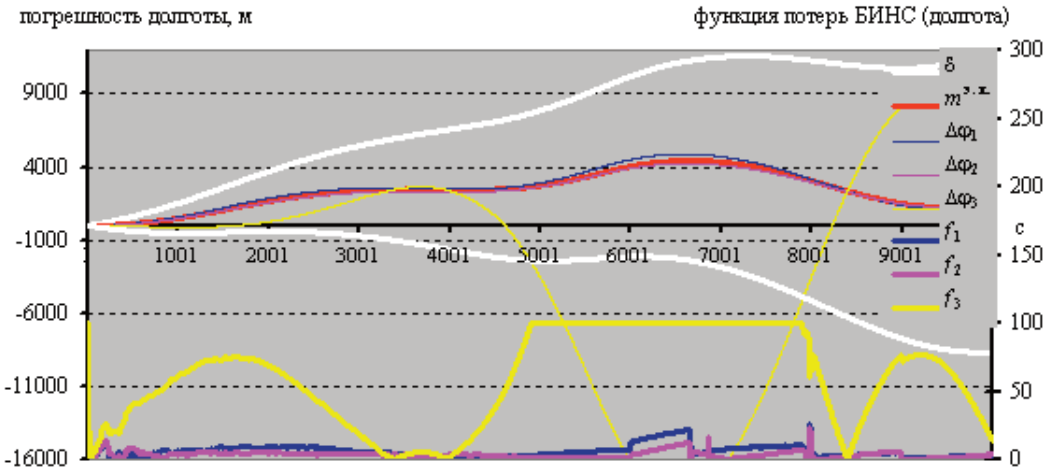


е) Количество работающих систем с указанием номера отказавшей БИНС

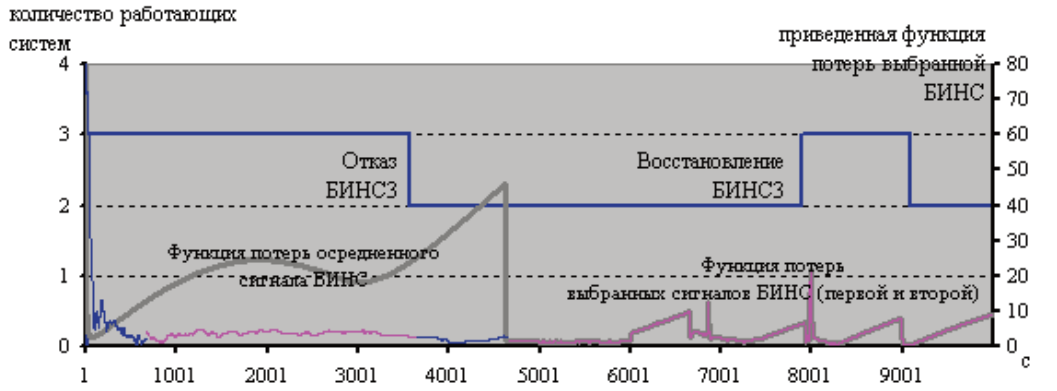
Рис. 3. Эксперимент 2. Мажоритарный контроль



а) Погрешности широты $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_3$

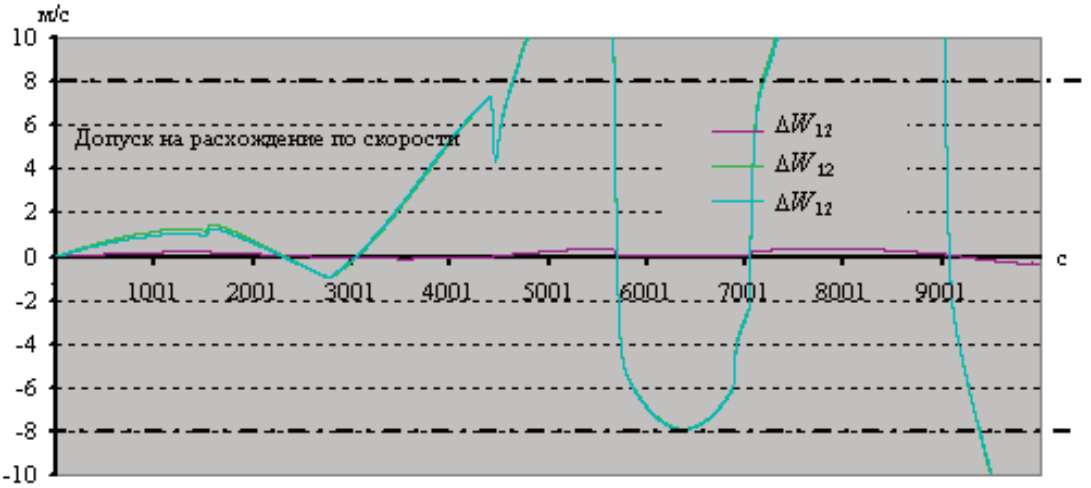


б) Погрешности долготы $\Delta\lambda_1$, $\Delta\lambda_2$, $\Delta\lambda_3$

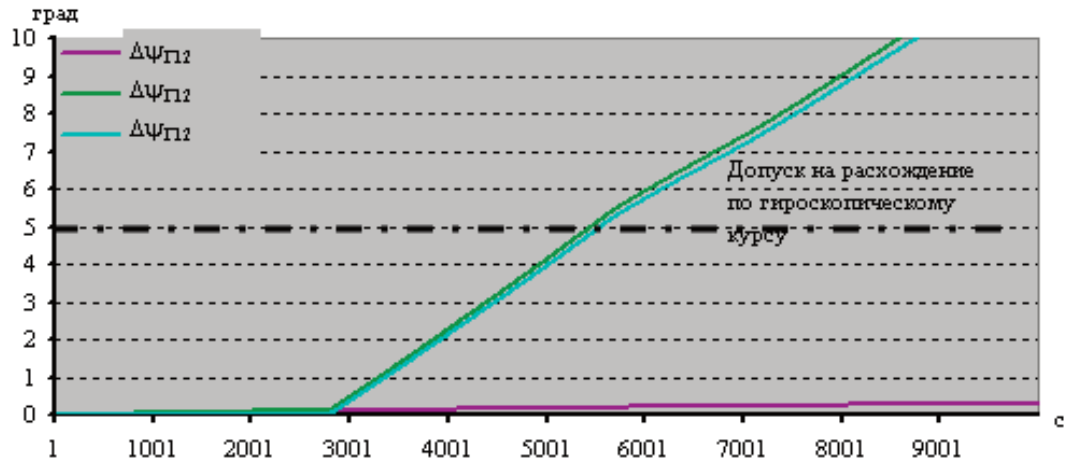


в) Количество работающих систем с указанием номеров отказавших БИНС и приведенная функция потерь для выбранной БИНС (первая)

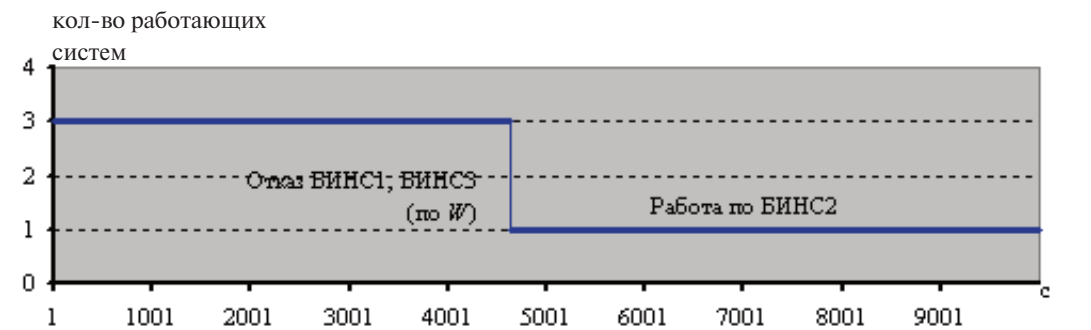
Рис. 4. Эксперимент 3. «Эталонный» контроль



г) Разности погрешностей скорости ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

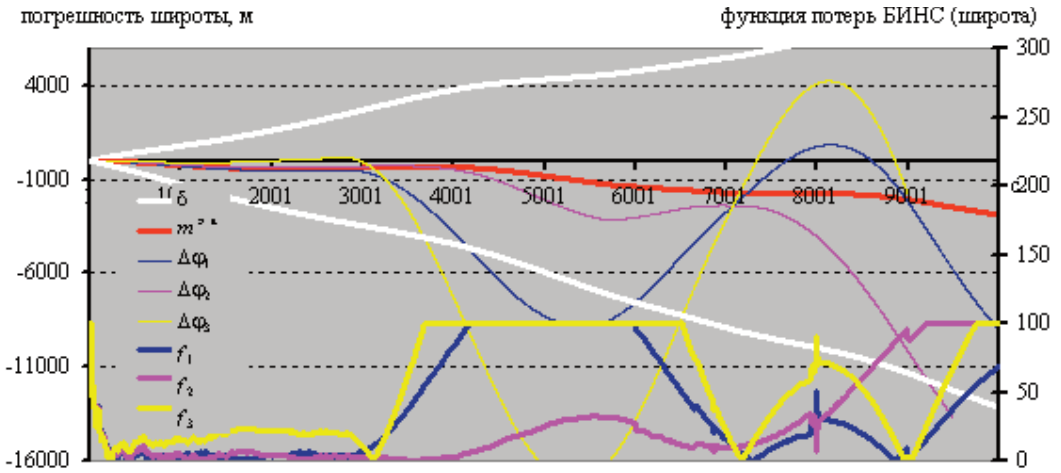


д) Разности погрешностей гироскопических углов двух БИНС ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

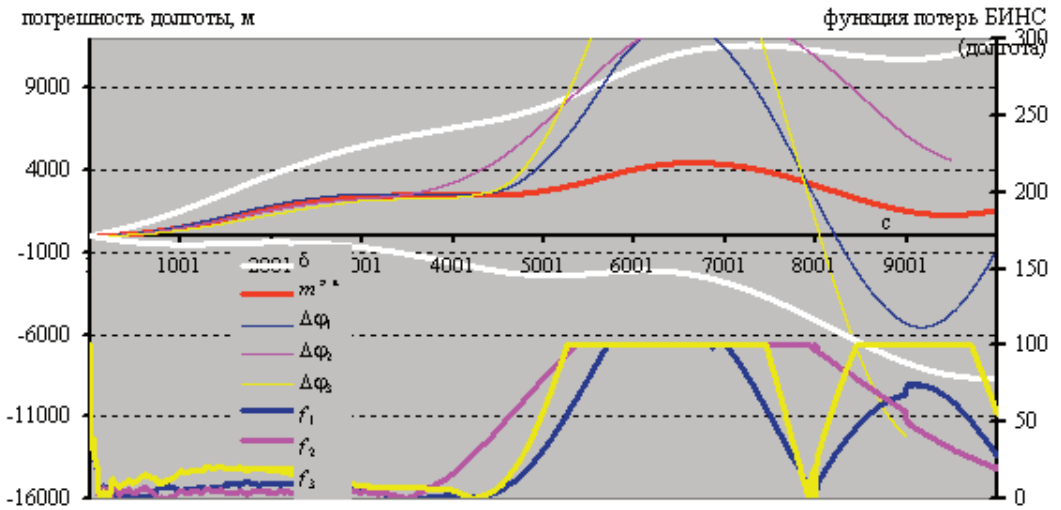


е) Количество работающих систем с указанием номера отказавшей БИНС

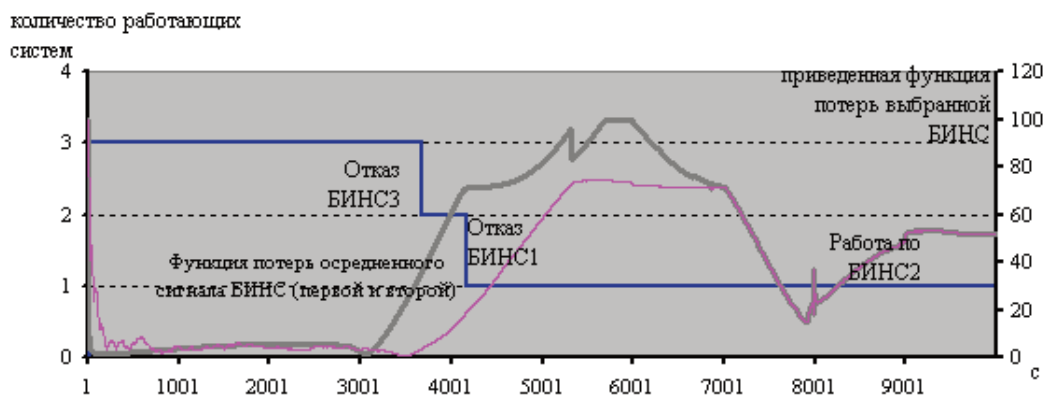
Рис. 4. Эксперимент 3. Мажоритарный контроль



а) Погрешности широты $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$, $\Delta\varphi_3$

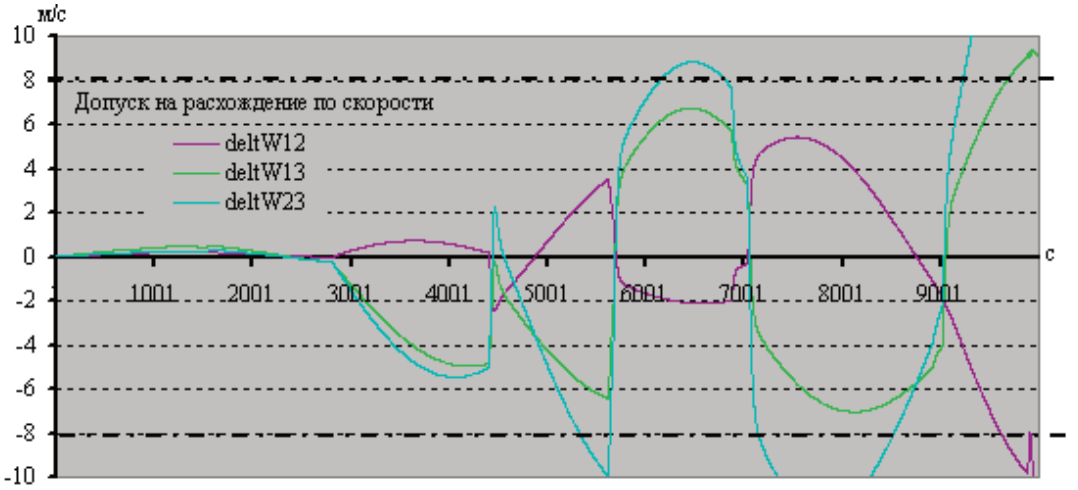


б) Погрешности долготы $\Delta\lambda_1$, $\Delta\lambda_2$, $\Delta\lambda_3$

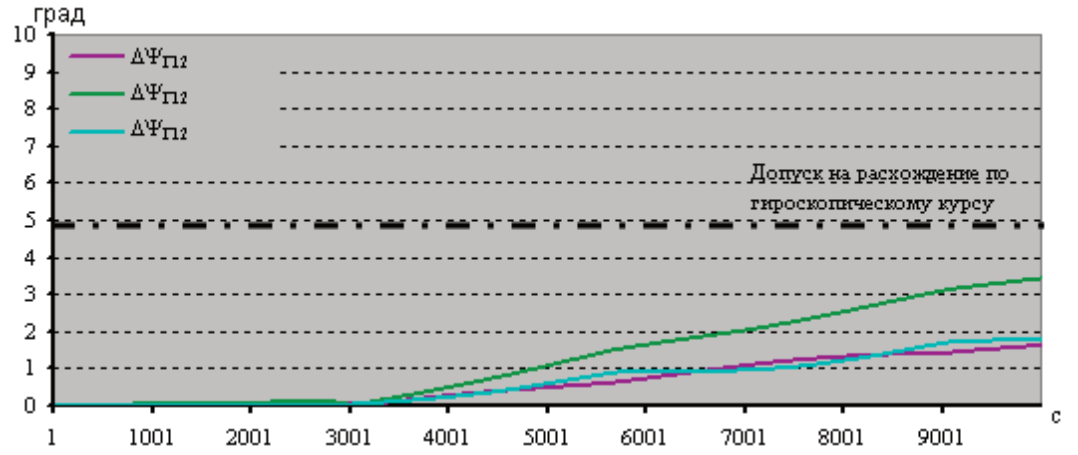


в) Количество работающих систем с указанием номеров отказавших БИНС и приведенная функция потерь для выбранной БИНС (первая)

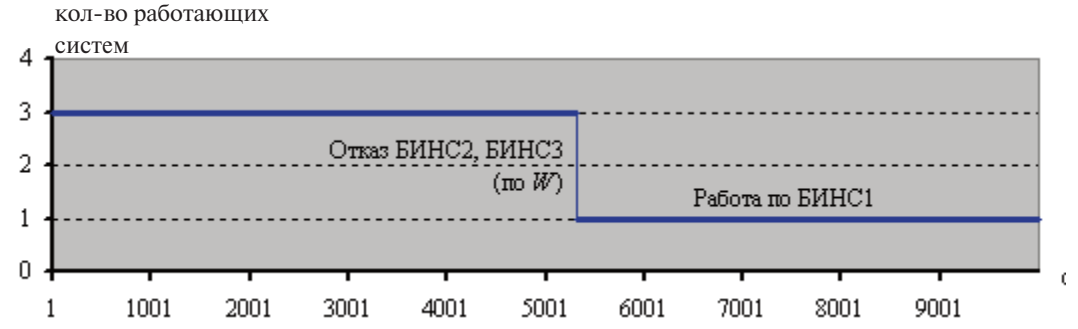
Рис. 5. Эксперимент 4. «Эталонный» контроль



г) Разницы скоростей ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

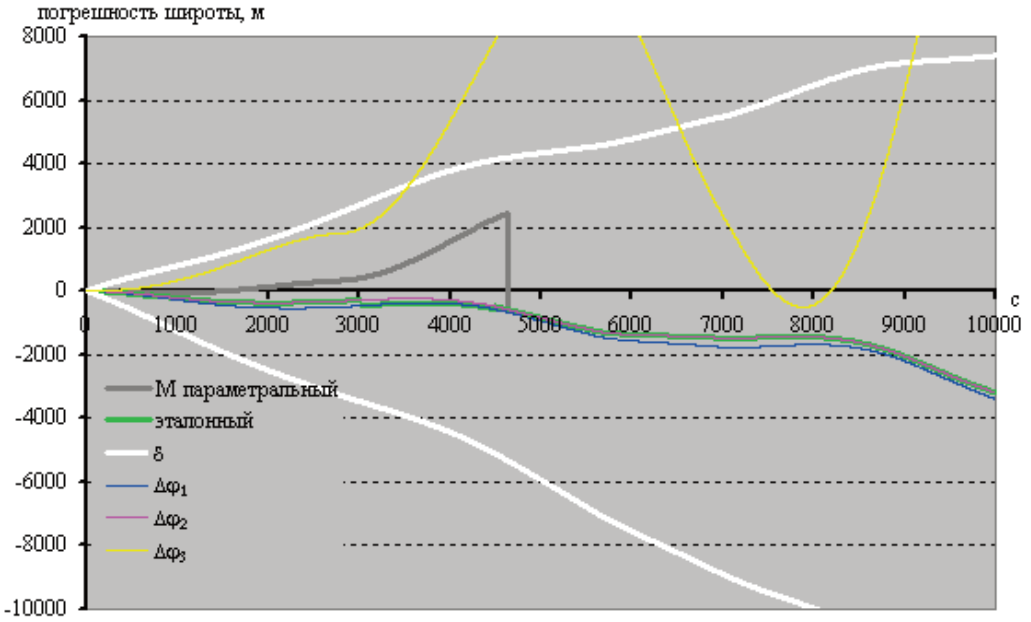


д) Разницы гироскопических углов ΔW_{12}, ΔW_{13}, ΔW_{23}

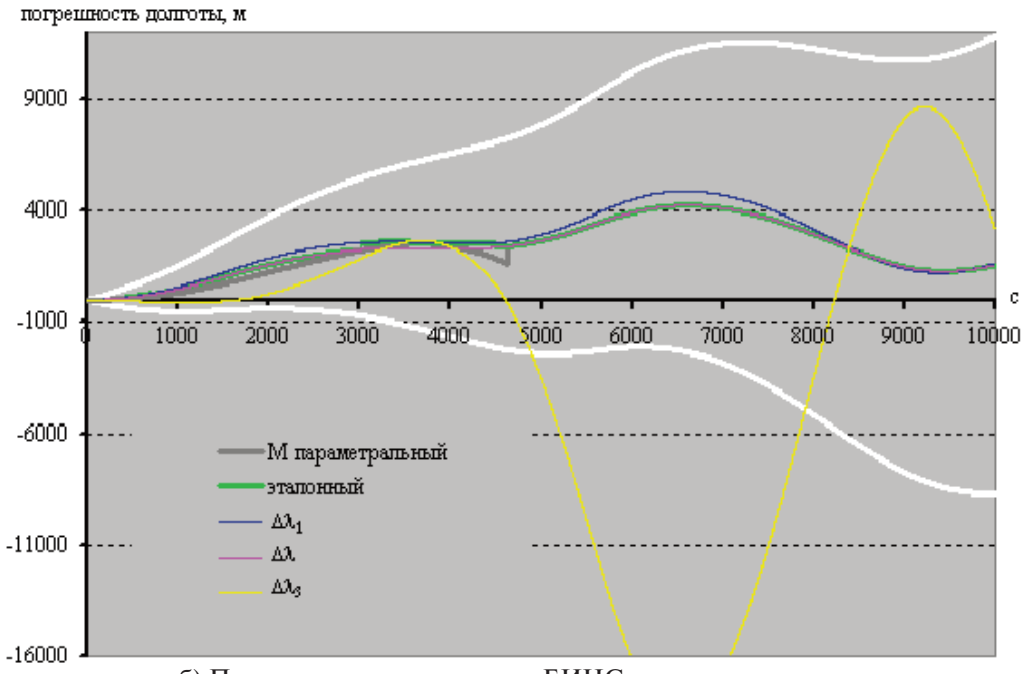


е) Количество работающих систем с указанием номера отказавшей БИНС

Рис. 5. Эксперимент 4. Мажоритарный контроль

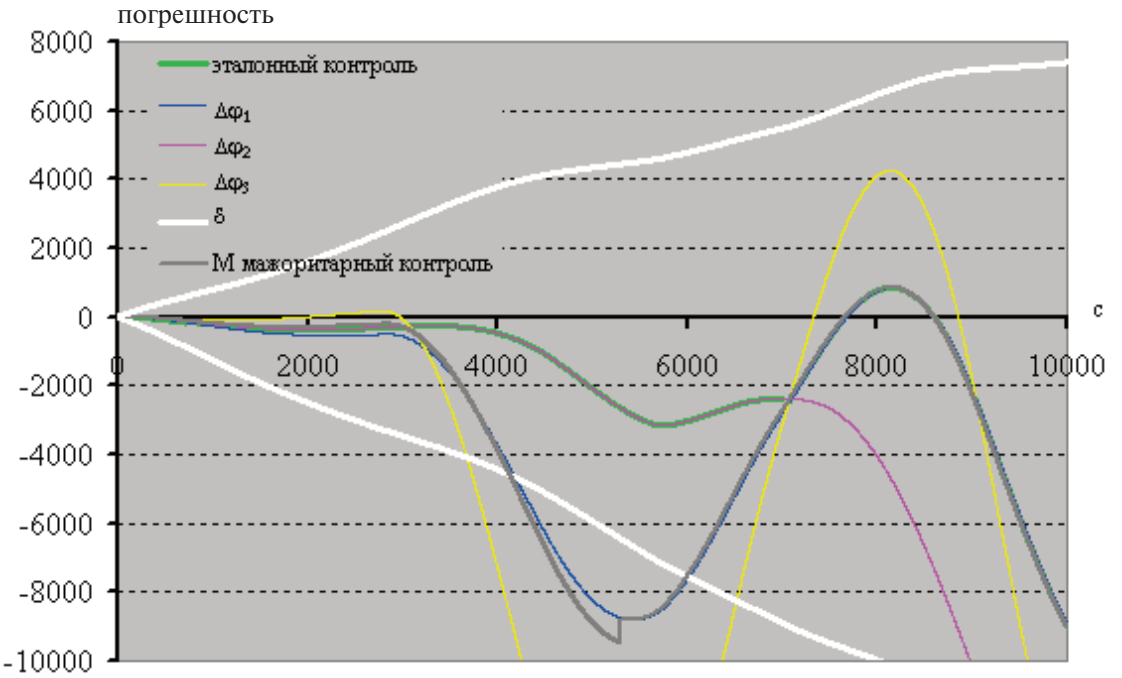


а) Погрешности широты трех БИНС и погрешность широты, полученная по мажоритарному контролю (осредненной)

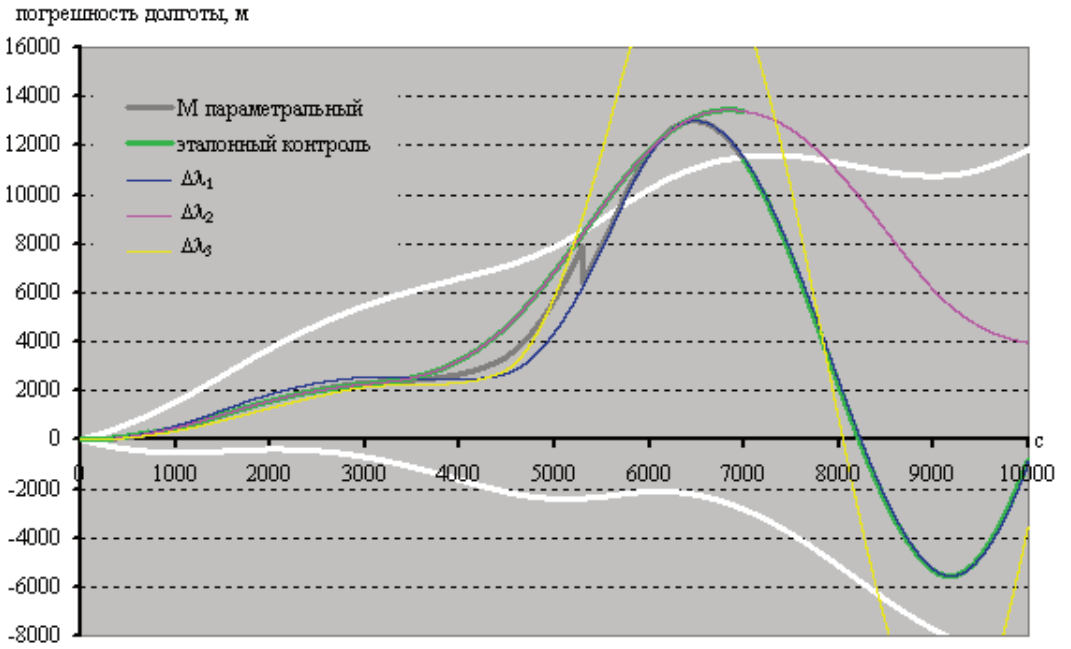


б) Погрешности долготы трех БИНС и погрешность долготы, полученная по мажоритарному контролю (осредненной)

Рис. 6. Эксперимент 3. Сравнение двух систем контроля



а) Погрешности широты трех БИНС и погрешность широты, полученная по мажоритарному контролю (осредненной)



б) Погрешности долготы трех БИНС и погрешность долготы, полученной по мажоритарному контролю (осредненной)

Рис. 7. Эксперимент 4. Сравнение двух систем контроля

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

– в случае нахождения всех трех систем в заданном диапазоне результаты (выходное значение погрешностей координат местоположения) мажоритарного и «эталонного» контроля примерно имеют одинаковое значение (рис. 6а, 6б);

– в случае отбраковки одной из систем, когда разность между одной из пар превышает заданное значение, на выходе мажоритарного контроля имеем осредненное значение значительно худшего качества по сравнению с выходом «эталонного» контроля (рис. 7а, 7б);

– в случае если все три системы выходят за допуск (рис. 5б), мажоритарный контроль их бракует, оставляя первую исправную систему по матрице состояния, формируемой системой БИНС. В «эталонном» контроле по-прежнему выбирается лучшая;

– при отказе двух систем при использовании «эталонного» контроля имеется возможность оценивать качество ее функционирования, что важно для дальнейшего использования ее информации в тракте навигационного контура;

– при длительном отсутствии корректирующего средства, необходимого для работы фильтра четвертого порядка (более 1 часа), «эталонный» контроль перестает работать.

Вывод

При построении системы контроля БИНС необходимо совместное применение «эталонного» и мажоритарного контролей с использованием их положительных качеств.

Литература

1. Функциональное программное обеспечение для решения задач навигации и самолетовождения объекта 45.03М. ПО ОКР «Ту-22М3М». Эскизно-технический проект. Пояснительная записка. ИВУК.00097-01 81, Москва, ОАО «МИЭА», 2012 г.

2. Ефимов А. В., Гавриленко Ю. В., Собкина Е. М. Оценка точностных характеристик бесплатформенной инерциальной системы в составе навигационного контура. // Доклад XII конференция молодых ученых «Навигация и управление движением», ЦНИИ «Электроприбор», 2010 г. — Реферат доклада в журнале «Гироскопия и навигация», номер 2, 2010.

3. Грошев В. В., Данилин П. Е., Зайцева Н. А. Принципы построения системы контроля навигационной информации // Русский инженер, №4 (39) Издательский дом МКПП(р), 2013.

4. Ивченков Д. А., Афенко К. А., Грошев В. В. Снижение рисков столкновения ВС на маршруте за счет увеличения целостности навигационной информации. Доклад XIV Конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», ЦНИИ «Электроприбор», 2012 г.

5. Евланов Л.Г. Контроль динамических систем. М.: Наука, 1972.

Правила оформления материалов, направляемых для опубликования в журнале «Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами»

– Для опубликования в журнале принимаются статьи объемом до 30 стр., а также краткие сообщения объемом до 5 стр.

– Статья должна иметь аннотацию не более 600 знаков, ключевые слова.

– На первой странице должны быть указаны: фамилии и инициалы авторов, полное название текста статьи без сокращений, проставлен индекс УДК.

– Материалы должны быть подготовлены в формате *.doc, лист А4, ориентация книжная (вертикальное расположение), шрифт Times New Roman, размер шрифта 12, интервал между строками одинарный, поля (мм): верхнее 22, нижнее 50, левое 30, правое 28, расположение страниц зеркальное. Установить «Автоматическую расстановку переносов».

– Формат формул в MathType или Microsoft Equation: Define Sizes, Full 12 pt, Subscript/Superscript 7 pt, Sub-Subscript/Superscript 5 pt, Symbol 18 pt, Sub-Symbol 12 pt.

– Иллюстрированный материал представляется в формате *.jpg, *.bmp , *.png (разрешение не менее 300 точек на дюйм) или в виде рисунка Word, фрагменты которого объединены в единый объект.. Цветные иллюстрации приветствуются.

– В конце текста указывается информация о каждом авторе: Ф. И. О., ученая степень, ученое звание, полное название организации, должность, почтовый адрес, контактные телефоны (служебный, мобильный или домашний), адрес электронной почты.

– В редакцию предоставляется электронный носитель с текстом статьи и ее распечатка в двух экземплярах, подписанная всеми авторами.

– К статье прилагается экспертное заключение о возможности ее открытой публикации, рецензия, лицензионный договор.

– Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

СОДЕРЖАНИЕ

А. Г. Кузнецов, **Ю. П. Николаев.**
Исследование многомерных областей устойчивости линейных систем: новые результаты.....2

А. В. Фомичев, **С. Е. Кухтевич**, **Е. А. Измайлов**.
Результаты совешенствования программно-математического обеспечения
системы БИНС-СП-2 по материалам летных испытаний 19

О. Н. Богданов, А. А. Голован.
Об имитации идеальных показаний датчиков БИНС
при произвольном движении объекта 30

В. Е. Куликов.
Формирующий фильтр дифференцируемого турбулентного ветра 36

О. Д. Берсуцкая
Сравнительный анализ документов DO-178B и DO-178C 43

А. В. Молчанов, **В. В. Климаков**, **М. В. Чиркин**.
Тепловая модель бесплатформенной инерциальной навигационной системы
на лазерных гироскопах 60

А. Г. Кузнецов, А. М. Шевченко.
Энергетический метод прогнозирования событий на режимах торможения.....70

Ю. В. Гавриленко, **В. В. Грошев**, **Н. А. Зайцева**, **Т. П. Ткачева**.
Сравнительный анализ мажоритарного и статистического контроля
при оценке качества функционирования БИНС.....82