ТРУДЫ

МОСКОВСКОГО ИНСТИТУТА
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ И АВТОМАТИКИ (МИЭА)

Основаны в 2010 году

Выпуск 5

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Под общей редакцией доктора технических наук А.Г. Кузнецова

Москва
2012

УДК 531.717.81, 621.373.8

ФИЛЬТРАЦИЯ АСМ-ИЗОБРАЖЕНИЙ ПОДЛОЖЕК ЗЕРКАЛ ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА

А. В. МОЛЧАНОВ, к. т. н.,
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»,
А. Е. СЕРЕБРЯКОВ, аспирант,
М. В. ЧИРКИН, д. ф-м. н., профессор,
Рязанский государственный радиотехнический университет

Рассмотрены особенности полированной поверхности диэлектрической подложки зеркала лазерного гироскопа. Рассмотрена методика применения фильтрации на основе вейвлет-преобразования для выделения характеристических особенностей топографии рельефа подложки зеркал. Приведены результаты применения предложенной фильтрации для изображений подложек зеркала полученных методом атомно-силовой микроскопии (АСМ).

THE ELECTRE METHOD APPLICATION IN THE PROCESS OF INTEGRATED FLIGHT NAVIGATION SYSTEM STRUCTURE SELECTION

A. V. MOLCHANOV, PhD in Engineering,
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC,
A. E. SEREBRYAKOV, postgraduate student,
M.V. CHIRKIN, D.Sc. in Physics and Mathematics, professor,
Ryazan State Radio Engineerring University

Features of dielectrical polishing surface of substrate mirror for laser gyro is considered. Application the method of filtration based on wavelet-transformation for separation the characteristics features of relief topography mirror substrate is considered. Show the results of application offered filtration for images mirror substrates received by Atomic Force Microscopy (AFM) method.

1. Особенности топографии полированной поверхности подложек зеркал

Высокое качество поверхностей зеркал, образующих резонатор кольцевого лазера — одно из наиболее принципиальных требований, предъявляемых к комплектации лазерного гироскопа. Рассеяние лазерного излучения на шероховатых поверхностях зеркал в направлении встречного лазерного пучка непосредственно влияет на ширину зоны захвата [1] — параметр, определяющий точность измерения угловой скорости и угла поворота. Как правило, интегральное рассеяние лазерного излучения зеркалом не должно превышать 0,002-0,003% мощности падающего луча. При этом важно не только интегральное рассеяние, но и угловое распределение рассеянного излучения, определяемое спектральной плотностью флуктуаций высоты шероховатой поверхности [2].

В последнее время для регистрации топографии поверхности подложек зеркал начинает применяться атомно-силовая микроскопия [3—5]. Уникальное сочетание высокого разрешения атомно-силового микроскопа по высоте и по плоскости с отсутствием повреждений при сканировании подложки, а также возможность обработать число сканов поверхности, достаточное для статистического усреднения, позволяют с высокой степенью надежности рассчитать по результатам сканирования индикатрису и коэффициент обратного рассеяния лазерного излучения. Их знание дает возможность определить пригодность подложки для использования в качестве зеркала кольцевого резонатора и выделить типичные дефекты, появляющиеся в процессе ее полировки.

Один из типичных сканов полированной поверхности подложки, содержащий 512×512 точек и имеющий размеры 30×30 мкм, приведен на рис. 1. Имеющиеся на нем дефекты представляют собой отдельные крупные выступы высотой 10-100 нм и более, основание которых имеет размеры в десятые доли микрона и даже более. Видно, что такие выступы встречаются относительно редко, а их высота значительно превышает общий фон флуктуаций высоты шероховатой поверхности. Подобные выступы могут быть как результатом недостаточной полировки, так и представлять собой загрязнения (инородные включения), количество которых, как было установлено в работе [6], постепенно возрастает при длительной полировке.

Возникает вопрос, в какой мере такие выступы влияют на индикатрису рассеяния лазерного излучения? Его принципиальное значение для подложек зеркал лазерных гироскопов определяется результатами анализа синхронизации встречных волн в кольцевом лазере, выполненного в работе [7]. Было показано, что от характера рассеивающих центров в сильной степени зависит ширина зоны захвата. Если рассеивающие центры имеют размеры на два порядка меньше длины волны лазерного излучения (6328 нм) и отсутствует поглощение, то обратное рассеяние не сопровождается синхронизацией частот: при вращении кольцевого резонатора разность фаз волн, рассеянных по направлению и против направления вращения, составляет 180°. В случае, когда высоты рассеивающих центров приближаются к длине волны, разность фаз рассеянных волн может сильно отличаться от 180° и обратное рассеяние приведет к явлению захвата.

К сожалению, разделить вклады выступов и шероховатого фона в спектральную плотность флуктуаций высоты поверхности с помощью традиционного Фурье-анализа не представляется возможным: диапазоны пространственных частот, в которых указанные причины влияют на спектральное разложение, перекрываются. Значительно более широкие возможности для фильтрации сигналов предоставляет использование вейвлет-преобразований [8]. Сущность указанных преобразований состоит в разложении исходного сигнала по системе базисных вейвлетов — функций, каждая из которых является сдвинутой и масштабированной копией исходной (порождающего или

материнского вейвлета). Характерным свойством вейвлет-функций (вейвлетов) является их локализация как в частотной, так и в пространственной областях.

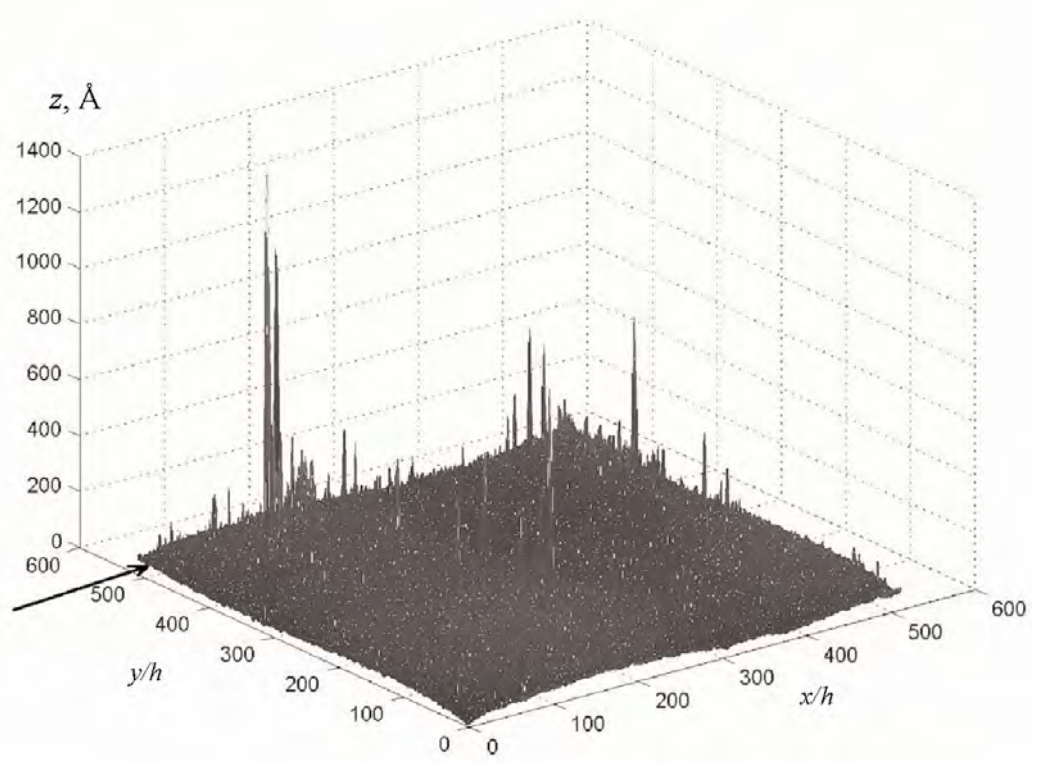

Рис. 1. Скан участка размером 30×30 мкм поверхности полированной подложки из ситалла, полученный с помощью атомно-силового микроскопа. Количество точек в выборке 512×512, h — шаг выборки

2. Методика применения вейвлетов для фильтрации АСМ-изображений

Последовательность дискретных отсчетов, полученную в результате сканирования на атомно-силовом микроскопе (АСМ) поверхности подложки, можно представить в виде упорядоченной совокупности коэффициентов разложения $a_{M,k}$ и $d_{m,k}$ по системе масштабирующих функций и вейвлет-функций. В случае одномерного массива $z_i(xi)$, где z_i — зарегистрированная высота поверхности в точке с координатой x_i ($i = 1...N$, N — число отсчетов), данное разложение имеет вид:

$$z_i = \sum_{k=1}^{2^{K-M}} a_{M,k}\varphi_{M,k}(x_i) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{2^{K-m}} d_{m,k}\Psi_{m,k}(x_i), \qquad (1)$$

где M — число уровней разложения, $K = \ln N/\ln 2$.

Масштабирующие функции $\varphi_{M,k}(x)$ и вейвлет-функции $\psi_{m,k}(x)$ определяются в соответствии с теорией кратномасштабного анализа [9]:

$$\varphi_{M,k}(x) = \sqrt{2^M}\varphi\left(2^M \frac{x}{h} - k\right), \tag{2}$$

$$\psi_{m,k}(x) = \sqrt{2^m}\psi\left(2^m \frac{x}{h} - k\right), \tag{3}$$

где h — расстояние между последовательными отсчетами при регистрации АСМ-изображения.

В данной работе исследование поверхности подложек для зеркал лазерного гироскопа производилось с помощью пакета расширения Wavelet Toolbox системы Matlab. К АСМ-изображениям применялось быстрое двумерное вейвлет-преобразование на основе вейвлета Симлета пятого порядка (имеет пять непрерывных производных) [8, 9]. Графики материнского вейвлета $\psi_{0,0}(x)$ и масштабирующей функции $\varphi_{0,0}(x)$ приведены на рис. 2.

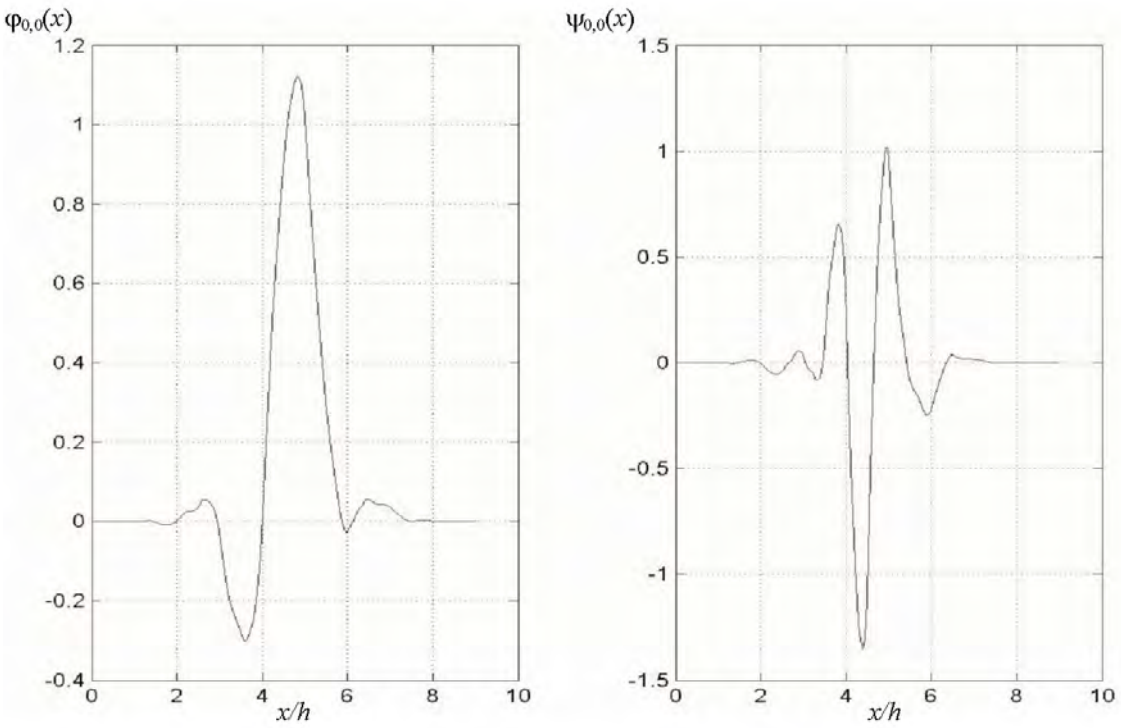

Рис. 2. Масштабирующая функция и материнский вейвлет Симлета пятого порядка

Значение уровня M определяется нижним порогом частотного спектра шероховатостей. В рассматриваемом случае участки поверхности подложек описываются матрицей 521×512 точек с шагом $h = 60$ нм. Коэффициенты первого уровня разложения ($m = 1$) содержат информацию о сигнале в субполосе

пространственных частот от 4,17 до 8,33 мкм$^{-1}$, второго уровня от 2,08 до 4,17 мкм$^{-1}$, третьего уровня от 1,04 до 2,08 мкм$^{-1}$, четвертого уровня от 0,52 до 1,04 мкм$^{-1}$, пятого уровня от 0,26 до 0,52 мкм$^{-1}$ ($m = M = 5$). Таким образом, коэффициенты разложения до пятого уровня содержат почти полную информацию о зарегистрированной топографии поверхности подложек.

Для правильной интерпретации результатов необходимо произвести дополнительную обработку скана: приведение к нулевому среднему значению и удаление тренда. Тренду принадлежат низкочастотные компоненты, пространственный период которых сравним с длиной реализации. Источником тренда являются ошибки атомно-силового микроскопа, наклон и макроскопическая кривизна анализируемой поверхности. Если тренд не исключить, то при дальнейшем анализе могут возникнуть значительные искажения оценок статистических характеристик шероховатой поверхности. Одновременное удаление тренда и приведение к нулевому среднему значению производится путем удаления первой суммы в разложении (1), включающей масштабирующие функции.

Следует отметить, что для удаления тренда важной является гладкость вейвлета. Степень гладкости зависит от числа непрерывных производных вейвлета. Тренд можно аппроксимировать степенным полиномом. Если порядок гладкости функции n, то она может эффективно использоваться в качестве базисной для представления полинома степени меньше n. Так как тренд можно отнести к полиномиальному сигналу степени 4, для его аппроксимации требуется вейвлет-функции со степенью гладкости не меньше 5.

На следующем этапе осуществляется фильтрация коэффициентов $d_{m,k}$ при вейвлет-функциях. Выступам соответствуют аномально большие величины коэффициентов вейвлет-разложений, соответствующих областям их пространственной локализации. Поэтому для отделения выступов достаточно выделить такие слагаемые из двойной суммы в разложении (1). Эта процедура осуществлена путем задания порогов среза для частот появления величин коэффициентов $d_{m,k}$ в определенных диапазонах. На практике слагаемые с коэффициентами, частоты появления которых составляют для данного m менее 1% от максимального значения, отнесены к выступам.

Таким образом, на втором этапе для разделения одномерного сигнала используются пять фильтров ($m = 1 \ldots 5$). В случае двумерного сигнала, которым является скан участка поверхности подложки, процедура фильтрации с принципиальной точки зрения аналогична описанной выше с той разницей, что вместо пяти фильтров используются пятнадцать: пять из них соответствуют оси x на рис. 1, пять — оси y, пять — диагональному направлению.

3. Результаты фильтрации

Результаты удаления тренда и разделения видов неровностей поверхности наглядно отображают приведенное на рис. 3 изображение скана того же участка поверхности, что и на рис. 1, после удаления выступов, а также про-

фили поверхности вдоль направления, показанного на рис. 1 стрелкой (рис. 4). Из представленных рисунков следует, что фильтрация на основе вейвлет-преобразования позволяет исключить крупные выступы без заметных искаже-ний как их высоты и формы, так и оставшейся шероховатой поверхности. Отсечение тренда осуществляется при этом в рамках того же программного обеспечения.

Статистические характеристики, полученные для двух групп сканов, одна из которых содержит лишь крупные выступы, а вторая — шероховатости, из которых крупные выступы исключены, приведены на рис. 5, 6. Спектральные плотности флуктуаций высоты (рис. 5) $G(f)$ (f — модуль пространственной частоты), рассчитанные для двух поверхностей, синтезированных в результате фильтрации, действительно оказываются одного порядка в диапазоне пространственных частот 2—4° мкм$^{-1}$, играющего важную роль для рассеяния на большие углы.

В случае квадратного кольцевого резонатора интенсивность лазерного излучения, рассеянного в направлении встречного пучка, прямо пропорциональна величине спектральной плотности на частоте 2,235 мкм$^{-1}$. Зависимости, приведенные на рисунке, показывают, что в данном случае выступы и остаточная шероховатость будут вносить в обратное рассеяние примерно равные вклады.

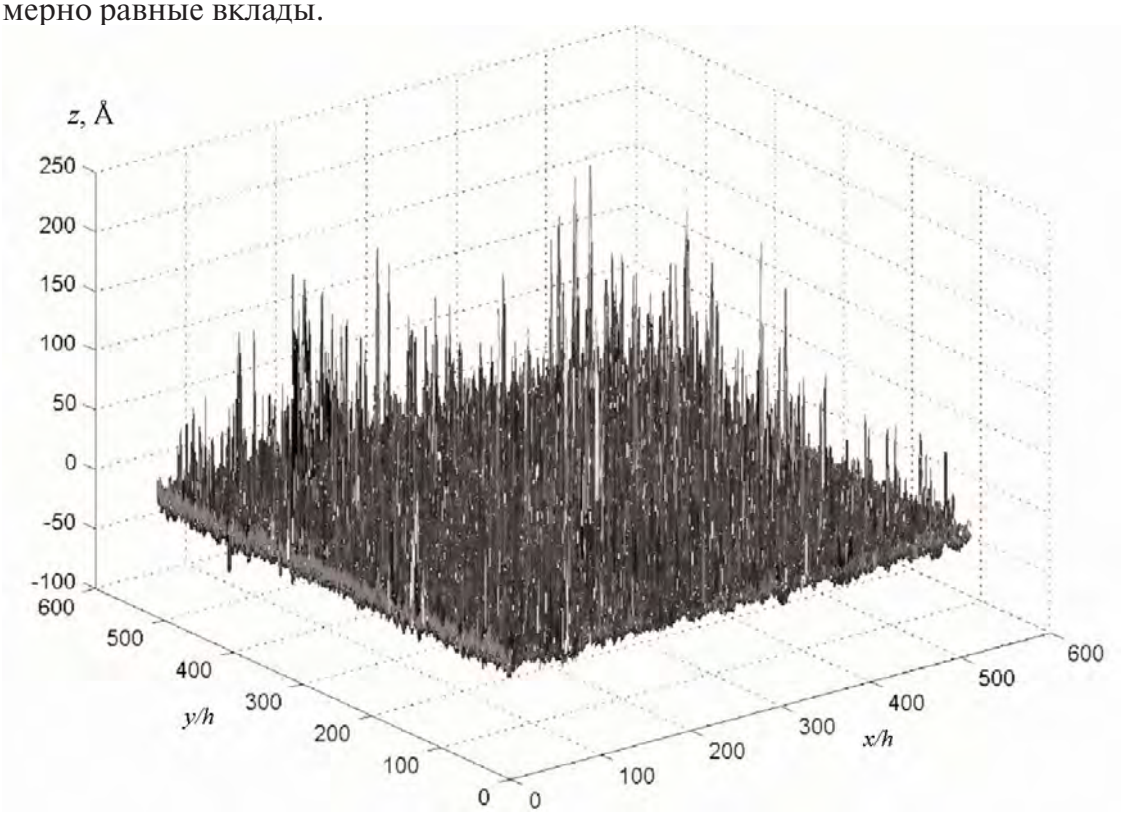

Рис. 3. Топография поверхности подложки после фильтрации крупных выступов. Участок поверхности соответствует рис. 1

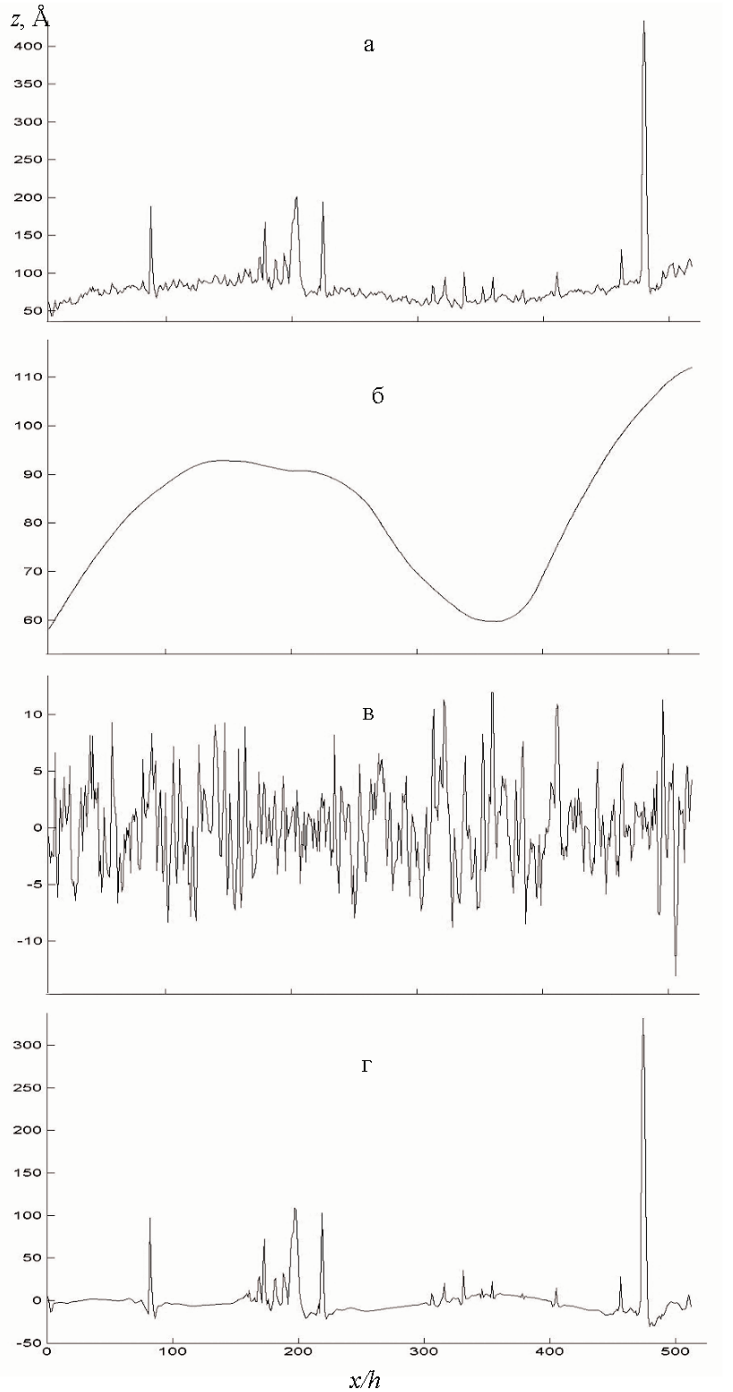

Рис. 4. Профиль поверхности вдоль направления, показанного на рис. 1 стрелкой:
а — исходная поверхность, б — удаленный тренд, в — остаточная шероховатость,
г — отфильтрованные крупные выступы

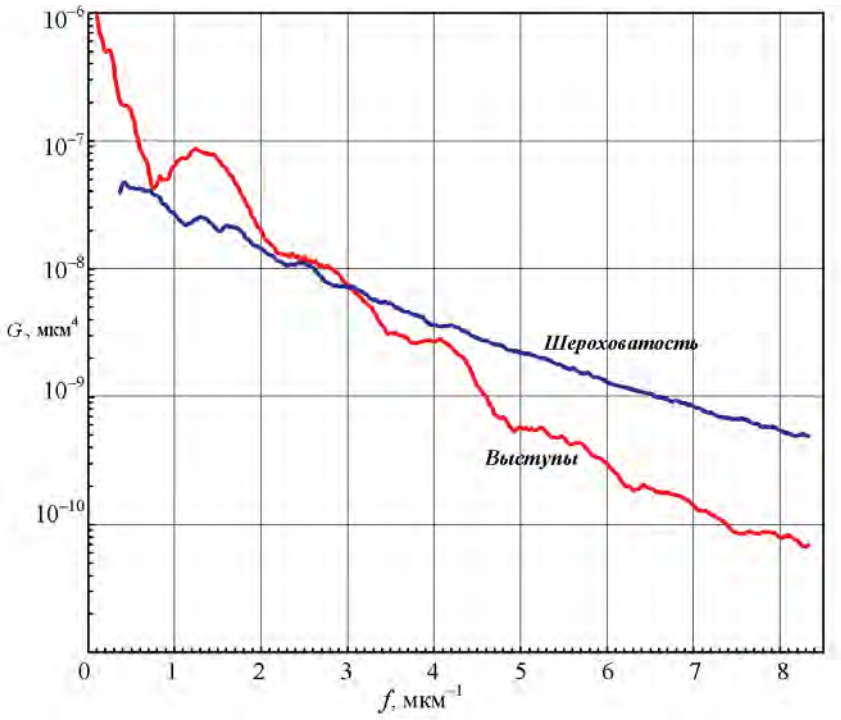

Рис. 5. Спектральная плотность флуктуаций высоты
для выступов и остаточной шероховатости

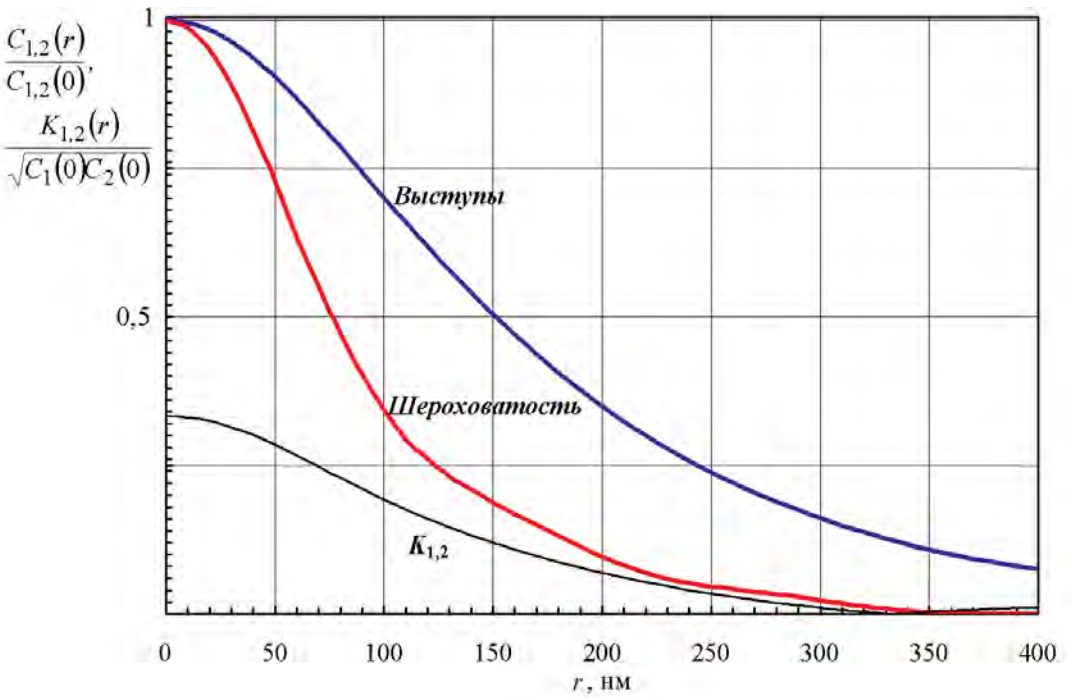

Рис. 6. Автокорреляционные функции и взаимная корреляционная функция
для выступов и остаточной шероховатости

На рис. 6 представлены автокорреляционные функции для каждой из синтезированных поверхностей, нормированные на соответствующие дисперсии, $C_{1,2}(r)/C_{1,2}(0)$. Индекс 1 соответствует поверхности, образованной выступами, индекс 2 — поверхности, образованной остаточной шероховатостью. На этом же рисунке приведен модуль взаимной корреляционной функции $K_{1,2}(r)$, нормированный на $\sqrt{C_1(0)C_2(0)}$.

Радиусы корреляции для синтезированных поверхностей, как видно из рисунка, отличаются в два раза. Величина модуля взаимной корреляционной функции свидетельствует, с одной стороны, об отсутствии жесткой взаимосвязи между формами полученных поверхностей, а, с другой стороны, она недостаточно мала, чтобы пренебречь ею при анализе причин формирования выступов. Наличие связи форм синтезированных поверхностей открывает возможность в применении методов фильтрации с использованием вейвлет-преобразований для идентификации механизмов формирования выступов в процессе полировки подложек.

4. Заключение

4.1. Развит новый подход к анализу топографии полированных подложек зеркал для лазерных гироскопов, основанный на применении вейвлет-преобразования при фильтрации АСМ-изображения поверхности.

4.2. Обнаружена частичная корреляция отдельно расположенных крупных выступов на полированной поверхности подложки с остаточной шероховатостью. Этот результат открывает возможность применения методов фильтрации с использованием вейвлет-преобразований для идентификации механизмов формирования выступов в процессе полировки подложек.

Литература

1. Aronovitz F. Fundamentals of the ring laser gyro// Optical Gyros and their Application. — RTO-AG-339, 1999.— P. 3-1 — 3-45.

2. Азарова В.В., Дмитриев В.Г., Лохов Ю.Н., Малицкий К.Н. Теория дифференциального и интегрального рассеяния лазерного излучения прецизионной поверхностью диэлектрика// Квантовая электроника, т. 30, № 4, с. 360-364, 2000.

3. Molchanov A.V., Stepanov A.Yu, Chirkin M.V. Technological aspects of minimizing errors in laser gyros // 13th Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. — St. Petersburg, Russia, 29-31 May, 2006.— P. 266-268.

4. Азарова В.В., Дмитриев В.Г., Лохов Ю.Н., Малицкий К.Н. Измерение шероховатостей прецизионных кварцевых подложек и лазерных зеркал методом дифференциального рассеяния // Оптический журнал, т. 69, № 2, с. 71-75, 2002.

5. Миронов В.Л., Удалов О.Г. Использование данных атомно-силовой микроскопии для оценки параметров, характеризующих рассеяние рентгенов-

ского излучения наномасштабными шероховатостями поверхности// БелСЗМ-6, с. 17-23, 2004.

6. Wang H. The angle-limited integrated scattering (ALIS) measurement system for in-workshop inspection of the optical polishing process// Optics & Laser Technology, v. 26, № 5, p. 333-340, 1994.

7. Haus H.A., Statz H., Smith I.W. Frequency locking of modes in a ring laser// IEEE Journal of Quantum Electronics, v. QE-21, № 1, p. 78-85.

8. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. — М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.

9. Дьяконов В., Абраменкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. — СПб: Питер, 2002. — 608 с.

УДК 629.73.02; 681.5.01

О ВЛИЯНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ТОЧНОСТЬ ОДНОГО СПОСОБА ВЫСТАВКИ БИНС

А.В. ФОМИЧЕВ к.ф.-м.н.,
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Рассматривается вопрос о влиянии инструментальных погрешностей и движения основания на точность одного из способов автономной выставки бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Исследуется влияние стандартных инструментальных ошибок, нештатных погрешностей типа выбросов сигналов датчиков и переменных воздействий, имеющих характерные частоты.

ABOUT PERTURBATION'S INFLUENCE ON THE ACCURACY OF ONE OF THE WAYS OF SINS ALIGNMENT

A.V. FOMICHEV, PhD in Physics and Mathematics,
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

The problem, raised in this article is about influence of instrumental errors and the base motion on the accuracy of the SINS autonomic alignment. The, influence of the typical instrumental errors is being researched, as well as nontypical errors, such as es-cape of sensor signals, and variable influence with a typical frequency.

Погрешности автономной навигации в значительной степени определяется точностью начальной выставки. Точность выставки зависит от наличия возмущающих факторов, таких, как погрешности чувствительных элементов и движения основания во время выставки, а также от выбора алгоритма, обеспечивающего требуемую точность при заданных условиях выставки.

Существуют различные способы выставки, однако, как правило, любой из них включает в себя этапы грубой предварительной выставки и точной выставки. Этап грубой выставки основан на элементарных соотношениях и не представляет интереса для изучения. Существенные отличия появляются именно на этапе точной выставки. Для его реализации могут быть использованы алгоритмы, имеющие структуру фильтров с постоянными коэффициентами, либо алгоритмы, основанные на оценке ошибок выставки при помощи фильтра Калмана.

В статье исследуется один из алгоритмов точной выставки, имеющий в своей основе фильтр с постоянными коэффициентами.

Рассмотрено влияние на погрешности выставки постоянных возмущений, нестационарных воздействий, имеющих характерные частоты и кратковременных импульсных возмущений.

В результате установлены возмущающие факторы, оказывающие наибольшее влияние на точность исследуемого алгоритма выставки.

1. Описание алгоритма выставки и вывод уравнений ошибок

Один из возможных способов точной выставки, который и будет исследоваться в данной статье, основан на уравнениях

$$\dot{V}_1 = -k^d V_1 + W_1, \quad \dot{V}_2 = -k^d V_2 + W_2,$$
$$\omega_1 = k^v V_2, \quad \omega_2 = -k^v V_1 + u\cos\varphi, \quad \omega_3 = u\sin\varphi, \tag{1}$$

где W_i — проекции кажущегося ускорения на оси квазиприборного трехгранника [1], ω_i — проекции угловой скорости управления квазиприборным трехгранником, передающиеся в алгоритм вычисления ориентации. V_i — параметры, имеющие размерность скорости и служащие для формирования угловой скорости управления, $k^d = 0{,}358$ с-1, $k^v = 0{,}00327$ м-1 — постоянные коэффициенты, u — модуль угловой скорости Земли, φ — широта места выставки. Фактически алгоритм реализует горизонтирование квазиприборного трехгранника по кажущимся ускорениям через апериодическое звено.

Квазиприборный трехгранник представляет собой математический образ «платформы», содержащийся в памяти БИНС.

В идеальном случае, когда инструментальные погрешности отсутствуют, а начальная ориентация квазиприборного трехгранника совпадает с ориентацией географического трехгранника, данное управление обеспечивает совпадение этих трехгранников в течение всего времени выставки. В этом случае $W_i = 0$, $V_i = 0$, $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = u\cos\varphi$, $\omega_3 = u\cos\varphi$, где u — вектор угловой скорости Земли в проекциях на оси географического трехгранника.

При наличии инструментальных погрешностей, возмущений и отличии начальной ориентации квазиприборного трехгранника от географической управление приводит к выставке «платформы» с некоторой ошибкой относительно географического трехгранника.

Для ее оценки понадобятся уравнения ошибок выставки. Вывод этих уравнений основан на кинематических уравнениях Пуассона, описывающих зависимость от времени матрицы ориентации приборного трехгранника, с которым связан блок чувствительных элементов, относительно географического, и аналогичных уравнениях для матрицы ориентации приборного трехгранника относительно квазиприборного.

Пусть A — матрица ориентации приборного трехгранника относительно географического, A' — приборного относительно квазиприборного. Тогда кинематические уравнения Пуассона для этих матриц [1,2] будут иметь вид

$$\dot{A} = A\omega - uA, \quad \dot{A}' = A'\omega' - (u + \Omega)A'.$$

В этих уравнениях «крышка» обозначает кососимметрический оператор, соответствующий вектору угловой скорости, например, оператор

$$\hat{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

составлен из проекций идеальной угловой скорости приборного трехгранника на собственные оси, $\hat{u}$ — оператор, имеющий аналогичную структуру и составленный из проекций угловой скорости Земли на оси географического трехгранника, $\hat{\omega}'$ — оператор, соответствующий угловой скорости, измеренной гироскопами и содержащей инструментальные погрешности:

$$\hat{\omega}' = \hat{\omega} + \hat{\nu},$$

где $\hat{\nu}$ — оператор, соответствующий вектору «обобщенного» дрейфа гироскопов ν.

Термин «обобщенный» используется в том смысле, что величина ν представляет собой совокупную ошибку тракта гироскопов, которая определяется не только собственно дрейфами гироскопов, но и перекосами осей чувствительности, погрешностями масштабных коэффициентов, шумами и сбоями их сигналов.

Угловая скорость Ω определяется законом управления «платформой», приведенным выше, и равна $\Omega = \left(k^{\nu} V_2, -k^{\nu} V_1, 0\right)^T$ где величины V_1, V_2 берутся из соотношений (1).

Для обозначения отличия ориентации квазиприборного трехгранника от географического трехгранника введем вектор кинематической ошибки β, который предполагается малым. Введем обозначение x для географического трехгранника, z для квазиприборного трехгранника и p для приборного трехгранника, жестко связанного с блоком чувствительных элементов. Оси трехгранников обозначаются теми же буквами, но с индексами, соответствующими номеру оси. Например, x_1 — первая ось трехгранника x. В том случае, когда это существенно, для обозначения базиса, в котором задан вектор, будет использоваться нижний индекс, совпадающий с названием базиса, например, l_x обозначает вектор l, заданный в базисе x.

С учетом введенных обозначений и предположения о малости вектора β, можно записать следующее соотношение [1], связывающее один и тот же вектор l, заданный в паре базисов x и z:

$$l_z = \left(E + \hat{\beta}\right) l_x, \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_3 & -\beta_2 \\ -\beta_3 & 0 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Величины β_1, β_2 имеют смысл ошибок вертикали, β_3 ошибки курса. Компоненты β_i вектора малого поворота β задаются в базисе x и совпадают с компонентами в базисе z.

Принимая во внимание, что $l_z = A' l_p$, $l_x = A l_p$, получаем, что

$$A' = \left(E + \hat{\beta}\right) A.$$

Дифференцируя это соотношение по времени и подставляя вместо производных от матриц правые части соответствующих уравнений Пуассона, а также учитывая, что $\omega' = \omega + \nu$, можно получить следующее уравнение для оператора $\hat{\beta}$

$$\dot{\hat{\beta}} = \left[\hat{\beta}, \hat{u}\right] - \hat{\Omega} + \hat{\nu},$$

где $\left[\hat{\beta}, \hat{u}\right] = \hat{\beta}\hat{u} - \hat{u}\hat{\beta}$. При выводе уравнений были отброшены члены порядка $O(\beta^2)$ и член $\hat{\beta}\nu$, который мал по сравнению с ν.

Переходя от операторов к соответствующим им векторам, можно переписать полученное уравнение в виде

$$\dot{\beta} + u \times \beta = \nu - \Omega.$$

Данное уравнение не замкнуто, поскольку содержит величину $\Omega = \left(k^v V_2, -k^v V_1, 0\right)^T$ Для замыкания системы вначале необходимо вычислить правые части W_i системы уравнений (1) для V_i. Параметры W_i, $i = 1,2$ представляют собой проекции кажущегося ускорения, измеренного акселерометрами, на оси квазиприборного трехгранника z.

Блок акселерометров измеряет вектор кажущегося ускорения и собственные погрешности, однако для целей исследования ошибок выставки оказывается более удобной следующая интерпретация. Можно считать, что блок акселерометров измеряет вектор тяготения $-g$, а все отличия измерений от $-g$, обозначенные далее как Δf, отнести к погрешностям акселерометрического тракта. Такая интерпретация оправдана тем, что в идеальном случае выставка происходит на неподвижном относительно Земли основании. Таким образом, отличие кажущегося ускорения от $-g$ обусловлено наличием инструментальных ошибок, либо движения основания, которое логично отнести к возмущающим факторам.

Таким образом, векторная модель измерения W оказывается следующей:

$$W = -g + \Delta f.$$

В идеальном географическом трехграннике z векторы имеют компоненты:

$$g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix}^T, \quad \Delta f = \begin{pmatrix} \Delta f_1 & \Delta f_2 & \Delta f_3 \end{pmatrix}^T.$$

Перепроектируя данный вектор в квазиприборный трехгранник z, используя матрицу $E + \hat{\beta}$ и пренебрегая произведением $\hat{\beta}\Delta f$ можно получить следующие выражения для W_i:

$$W_1 = \Delta f_1 - g\beta_2, \quad W_2 = \Delta f_2 + g\beta_1.$$

Таким образом, величины W_i оказались выражены через β_i, что приводит к следующей замкнутой системе уравнений ошибок выставки:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= -k^d V_1 - g\beta_2 + \Delta f_1,\\
\dot{V}_2 &= -k^d V_2 + g\beta_1 + \Delta f_2,\\
\dot{\beta}_1 &= u_3\beta_2 - u_2\beta_3 - k^v V_2 + \nu_1,\\
\dot{\beta}_2 &= -u_3\beta_1 + k^v V_1 + \nu_2,\\
\dot{\beta}_3 &= -u_2\beta_1 + \nu_3
\end{aligned} \qquad (2)$$

При выводе этих уравнений было учтено, что вектор угловой скорости географического трехгранника имеет две отличные от нуля компоненты: $u = (0,\, u_2,\, u_3)^T = (0,\, u\cos\varphi,\, u\sin\varphi)^T$ При дальнейшем анализе полученных уравнений использовалась широта Москвы $\varphi = 55{,}8$.

Погрешности Δf_i и ν_i в правой части системы (2) рассматриваются в осях географического трехгранника x.

Установившееся решение данной системы используется для коррекции ошибок вертикали и оценки ошибки выставки в азимуте β_3. Можно показать, что в установившемся режиме и стандартных величинах инструментальных погрешностей порядка $\Delta f_i = 10^{-3}$ м/с^2 и $\nu_i = 0{,}01^0$/час решение этой системы по углам $\beta_{1,2}$ с точностью до пренебрежимо малых величин равно $\beta_1 \cong -\Delta f_2/g$, $\beta_2 \cong -\Delta f_1/g$, а $k^v V_2 \cong -u_2\beta_3 + \nu_1$.

Последнее соотношение используется для формирования оценки $\hat{\beta}_3$ азимутальной погрешности по формулам:

$$b(T) = -k^v \int_0^T V_2(t)dt,\ \tilde{\beta}_3 = -\frac{b(T)}{u_2 T} = -\frac{b(T)}{uT\cos\varphi} \qquad (3)$$

Интегрирование по интервалу оценки длительности T служит для сглаживания оценки, и обусловлено тем, что мгновенные значения величины V_2 могут существенно возмущаться шумовыми составляющими сигналов датчиков.

Интересной особенностью полученной системы уравнений ошибок выставки является ее независимость от углового движения приборного трехгранника при отсутствии погрешностей Δf_i и ν_i. Физически это означает, что если бы акселерометры и гироскопы были идеальны, акселерометры сосредоточены в одной точке, а угловое движение блока чувствительных элементов было произвольным и происходило относительно неподвижной точки, в которой помещены акселерометры, то результат выставки был бы таким же, как и при неподвижном относительно Земли основании.

2. Динамика ошибок выставки при действии возмущений

В данном разделе исследуется движение трехгранника z при наличии возмущений, таких, как инструментальные погрешности и движения основания. Для начала рассматривается важный случай постоянных смещений нулей акселерометров и дрейфов гироскопов. Далее рассматриваются гармонические возмущения. Эти возмущения могут содержаться как в погрешностях самих

датчиков, так и быть обусловленными колебаниями приборного трехгранника относительно Земли.

Изучение движения трехгранника z при наличии возмущений отвечает на вопрос о том, каким образом эти возмущения преобразуются в ошибки ориентации квазиприборного трехгранника z во время выставки при управлении квазиприборным трехгранником в соответствии с алгоритмом (2), (3), представленным выше.

Воздействие постоянных инструментальных погрешностей исследовалось путем подстановки данных погрешностей в уравнения ошибок выставки и численного интегрирования этих уравнений при нулевых начальных условиях. Каждая из инструментальных погрешностей задавалась по отдельности. Результаты интегрирования и численные значения погрешностей представлены на рис. 1-4 и в комментариях к ним.

На рисунках представлены лишь те компоненты вектора состояния системы уравнений ошибок выставки, которые имеют значительные величины и представляют интерес для анализа. Компоненты вектора состояния, имеющие пренебрежимо малые значения, не приводятся.

Например, задание смещения нулевого сигнала акселерометра $\Delta f_i = 10^{-3}$м/с^2 приводит к ошибке вертикали $\beta_2 \approx 20''$, и накоплению погрешности $\beta_3 \approx 0{,}5'$, а другие параметры, входящие в вектор состояния, оказываются пренебрежимо малыми. Поэтому на соответствующих рис. 1 и 2 представлены лишь зависимости $\beta_2(t)$ и $\beta_3(t)$.

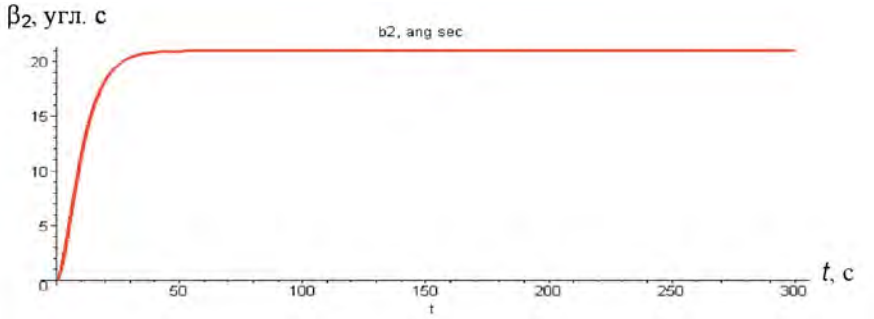

Рис. 1. Смещение нуля акселерометра $\Delta f_1 = 10^{-3}$м/с^2.
Зависимость погрешности β_2 [угл. сек] от времени

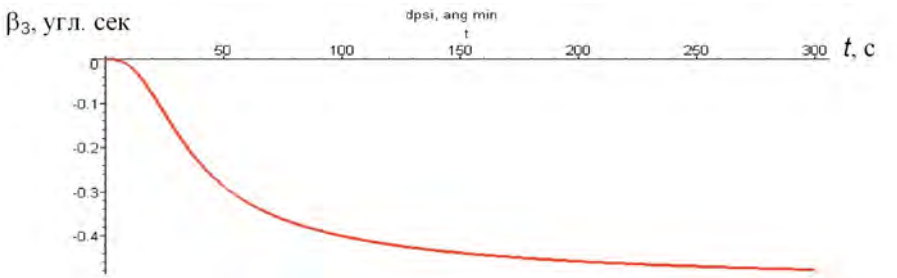

Рис. 2. Смещение нуля акселерометра $\Delta f_1 = 10^{-3}$м/с^2.
Зависимость погрешности β_3 [угл. сек] от времени

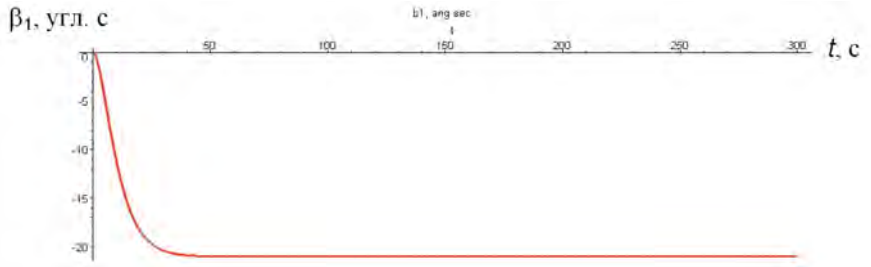

Рис. 3. Смещение нуля акселерометра $\Delta f_2 = 10^{-3}$м/с^2.
Зависимость погрешности β_1 [угл. сек] от времени

Полученные результаты демонстрируют адекватность модели ошибок выставки по горизонтальным каналам. Выставка в горизонте происходит с погрешностями, определяемыми, в основном, смещениями нулей тракта акселерометров. Приведенные результаты позволяют судить и о скорости переходных процессов при горизонтировании, соответствующей выбранным коэффициентам k^d, k^v. Кроме того, выявлено незначительное влияние смещение нуля Δf_1 на погрешность β_3.

Задание дрейфов гироскопов порядка $\upsilon_i = 0{,}01^\circ$/час, $i = 1, 2, 3$ показывает, что обусловленные ими кинематические ошибки выставки β_i, $i = 1,2,3$, оказываются пренебрежимо малыми величинами порядка или менее угловой секунды. По этой причине сопутствующие графики не приводятся.

Представляет интерес поведение ошибок выставки в случае, когда начальное значение азимутальной погрешности β_3 велико, например $\beta_3 = 20'$. Моделирование показывает, что величина β_3 изменяется за время выставки (300 с) на пренебрежимо малую величину порядка 10^{-3} угл. сек, однако при этом накапливается погрешность $\beta_1 \approx 0{,}5''$ (рис. 4).

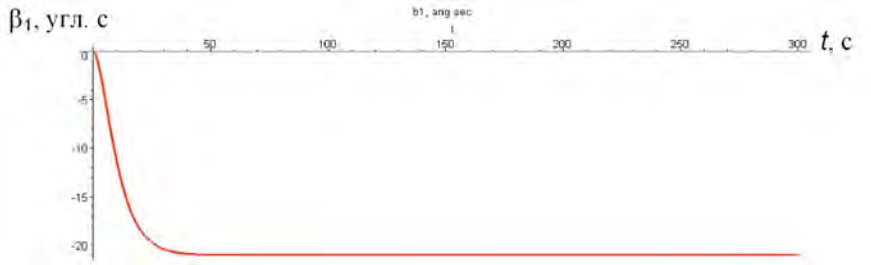

Рис. 4. Начальная ошибка $\beta_3(0) = 20'$. Зависимость погрешности β_1 [угл. сек] от времени

Теперь рассмотрим вопрос о влиянии нестационарных воздействий. Поскольку система уравнений ошибок выставки линейна и имеет постоянные коэффициенты, для исследования влияния нестационарных воздействий естественно использовать аппарат амплитудно-фазовых характеристик [2].

Способ их построения следующий. Пусть система в векторно-матричной форме имеет вид:

$$\dot{x} = Ax + h\cos\omega t,$$

где x — вектор состояния, A — постоянная матрица, h — амплитудный вектор гармонического внешнего воздействия. Тогда для построения амплитудно-фазовых характеристик проводится комплексификация системы:

$$\dot{x} = Ax + h\cos\omega t,$$

Решение этой системы ищется в виде $\hat{x} = ue^{i\omega t}$. Подстановка этой функции в систему и разрешение относительно вектора u приводит к результату:

$$u = (i\omega E - A)^{-1} h.$$

Элементы $w_{ij}(\omega)$ матрицы $W(\omega) = (i\omega E - A)^{-1}$ называются амплитудно-фазовыми характеристиками. Величины $\arg w_{ij}(\omega)$ характеризуют фазу отклика по i-ой координате при воздействии по j-ой в установившемся режиме и называются фазово-частотными характеристиками, а $w_{ij}(\omega)$ — описывают амплитуду этого отклика и носят название амплитудно-частотных характеристик.

Вычисление данных характеристик для системы (2) дает дробно-рациональные выражения, которые не приводятся в виду их громоздкости. Как и при исследовании откликов системы на постоянные воздействия, результаты исследования представляются в графическом виде. Для наглядности в индексах характеристик используются обозначения, совпадающие с обозначениями компонент фазового вектора и возмущающих воздействий. Например, $w_{\beta_1,\Delta f_1}$ обозначает амплитудно-фазовую характеристику величины β_1 при воздействии Δf_1 по акселерометрическому тракту.

Поскольку представляет интерес, прежде всего, амплитуда погрешности, обусловленной гармоническим воздействием, рассматриваются только амплитудно-частотные характеристики. Так же, как и для постоянных воздействий, далее приводятся лишь те характеристики, которые соответствуют существенным откликам, причем для удобства интерпретации результатов рассматриваются отклики на воздействия характерной амплитуды, а не единичной.

При построении графиков всех характеристик рассматривались воздействия с амплитудой $\Delta f_0 = 10^{-3}$ м/с по акселерометрическому тракту и $\upsilon_0 = 0{,}01^\circ$/час по тракту гироскопов. В результате установлено, что существенными оказываются лишь отклики погрешностей $\beta_{1,2}$ на воздействия $\Delta f_{1,2}$. Графики соответствующих характеристик представлены на рис. 5 и 6. Как и должно быть при заданной амплитуде воздействия, отклик ошибок вертикали при $\omega = 0$ составляет $20''$. Из вида характеристик следует, что выбранные коэффициенты k^d, k^v обеспечивают эффективное подавление ошибок вертикали, обусловленных воздействиями с характерными частотами больше или порядка $\omega \approx 1$, чему соответствует частота $f = \omega/2\pi \approx 0{,}16$ в Гц.

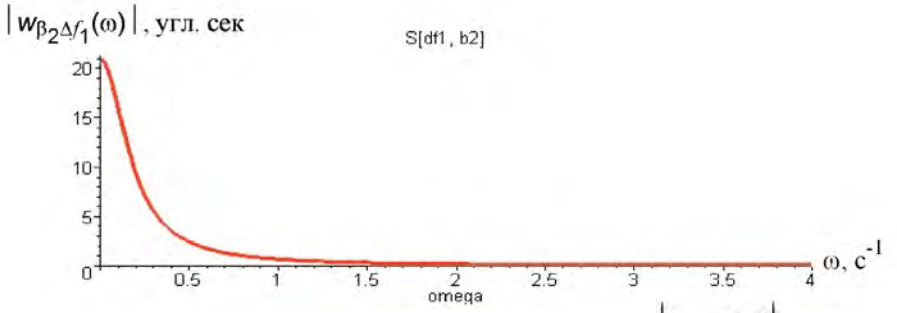

Рис. 5. Графики характеристик $\left|w_{\beta_2,\Delta f_2}(\omega)\right|$

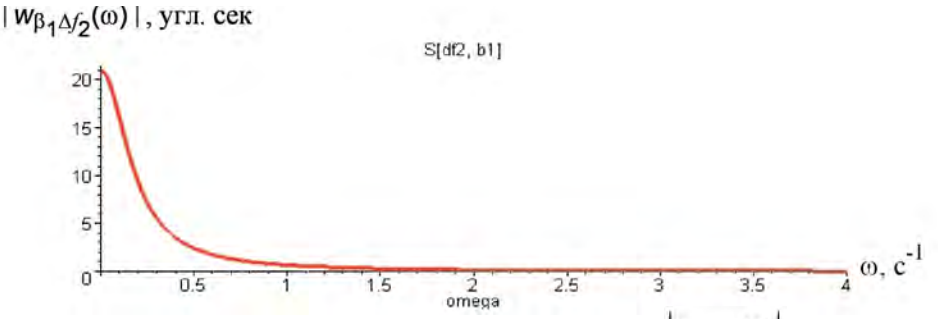

Рис. 6. Графики характеристик $\left|w_{\beta_1,\Delta f_2}(\omega)\right|$

Полученные амплитудно-фазовые характеристики позволяют сделать важный вывод о том, что инструментальные погрешности при выставке фактически не влияют на погрешность β_3, которая подлежит оценке. Иными словами, управление (1) математической платформой во время выставки даже при наличии инструментальных ошибок и движения основания фактически не изменяет начальную кинематическую ошибку β_3.

3. Влияние возмущений на оценку курса

Оценка кинематической ошибки β_3, обозначаемая $\tilde{\beta}_3$, формируется по формулам (3), приведенным выше. Как и в предыдущем разделе, результаты представлены в графическом виде и лишь для тех возмущающих факторов, которые существенно воздействуют на оценку $\tilde{\beta}_3$.

Вначале рассматривается случай постоянных погрешностей, а затем — гармонических. Среди постоянных инструментальных погрешностей наибольшее влияние на $\tilde{\beta}_3$ оказывают погрешности Δf_2 и ν_1. Соответствующие результаты представлены на рис. 7 и 8.

Из графика, изображенного на рис. 7, следует, что возмущение по тракту акселерометров, имеющее проекцию на северное направление Δf_2, оказывает очень существенное влияние на оценку $\tilde{\beta}_3$ Рисунок 8 подтверждает адекватность алгоритма оценки $\tilde{\beta}_3$ поскольку погрешность $\upsilon_1 = 0{,}01^\circ$/час на широте Москвы и должна приводить к погрешности оценки курса 4′.

Если в системе (2) задать начальное значение $\beta_3 = 20''$, то оценка $\tilde{\beta}_3$ формируемая по формулам (3), оказывается следующей (рис. 9).

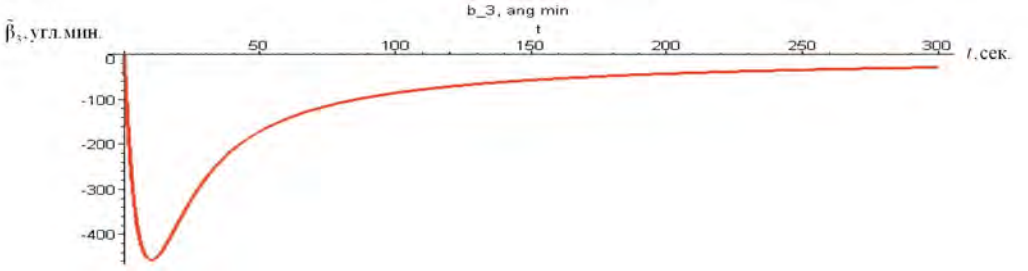

Рис. 7. Смещение нуля акселерометра $\Delta f_2 = 10^{-3}$ м/с^2.
Зависимость погрешности $\tilde{\beta}_3$ [угл. сек] от времени

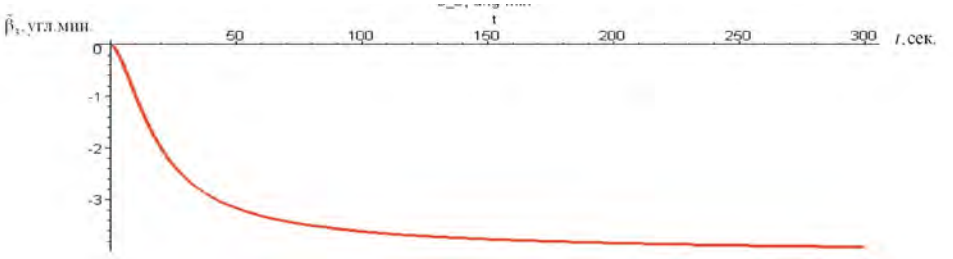

Рис. 8. Дрейф $\upsilon_1 = 0{,}01°$/час. Зависимость оценки $\tilde{\beta}_3$ [угл. мин.] от времени

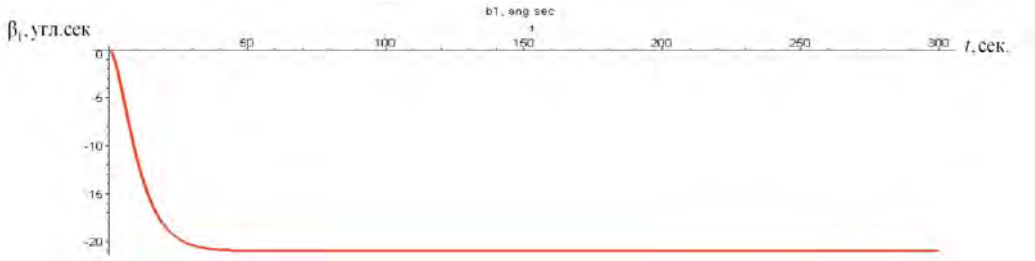

Рис. 9. Начальная ошибка $\beta_3(0) = 20'$. Оценка $\tilde{\beta}_3$

Из данного графика следует, что оценка $\tilde{\beta}_3$, получаемая при помощи исследуемого алгоритма, соответствует величине начальной ошибки $\beta_3(0)$. Время сходимости оценки имеет порядок 150-200 с.

Для исследования воздействия нестационарных воздействий на оценку $\tilde{\beta}_3$ непосредственное использование аппарата амплитудно-фазовых характеристик оказывается невозможным. Это связано с тем, что оценка

$$\tilde{\beta}_3 = -\frac{b(T)}{u_2 T} = -\frac{b(T)}{uT\cos\varphi},$$

благодаря нестационарности в знаменателе, не описывается линейным уравнением с постоянными коэффициентами, для которых развит аппарат частотного анализа.

Однако этот аппарат можно применить для исследования угловой скорости выставки ω_1, по которой вычисляется величина $b(T)$:

$$\omega_1(t) = k^v V_2(t), \quad b(T) = -\int_0^T \omega^v(t)dt.$$

Из формул для $\tilde{\beta}_3$ следует, что возмущение, оказывающее значительное воздействие на ω_1, приводит к значительному возмущению оценки $\tilde{\beta}_3$. Таким образом, по отклику величины ω_1 можно судить о степени влияния возмущающего фактора, вызвавшего этот отклик, на оценку $\tilde{\beta}_3$. Для оценки величины влияния ω_1 на $\tilde{\beta}_3$ необходимо учесть, что ошибка ω_1 = 0,01 /час приводит к ошибке $\tilde{\beta}_3 = 4'$.

Построение амплитудно-частотных характеристик для величины ω_1 показывает, что существенное влияние оказывают лишь воздействия по трактам Δf_2 и ν_1. Они оказываются следующими (рис. 10-11).

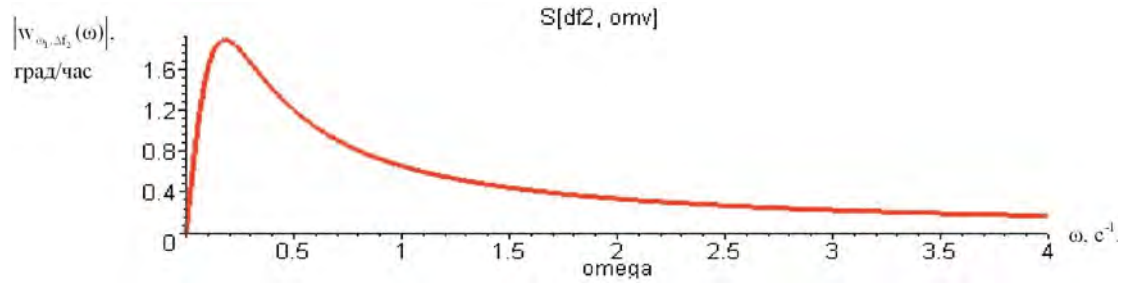

Рис. 10. $\left|w_{\omega_1,\Delta f_2}(\omega)\right|$ град/час

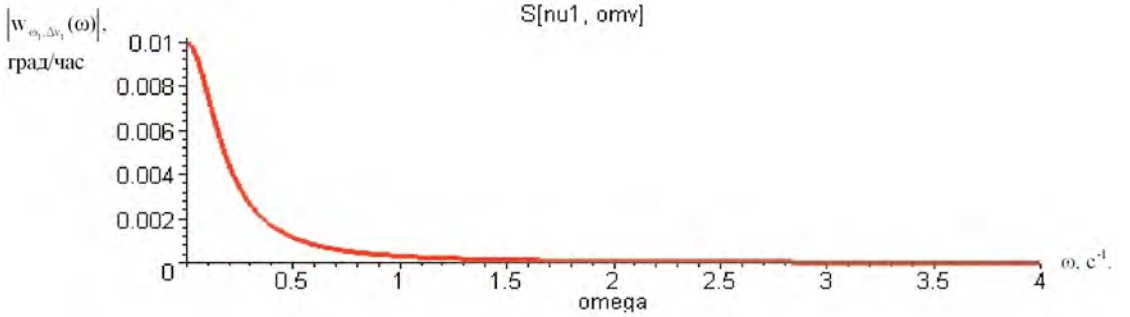

Рис. 11. $\left|w_{\omega_1,\Delta\nu_1}(\omega)\right|$ град/час

Таким образом, как и для стационарного случая, наибольшее влияние на точность выставки оказывает возмущение по тракту Δf_2. Максимум амплитуды отклика приходится на частоту ω = 0,1 c^{-1} или 0,03 Гц.

Вторая характеристика дает адекватную амплитуду отклика при $\omega = 0$, равную 0,01°/час, и демонстрирует эффективность подавления влияния высокочастотных воздействий по гироскопическому тракту на точность определения $\tilde{\beta}_3$.

4. Воздействие импульсных воздействий на оценку $\tilde{\beta}_3$

В разделе рассматривается влияние кратковременных импульсных воздействий по трактам гироскопов и акселерометров. Источниками таких воздействий могут быть механические удары, либо возмущения электромагнитной природы.

Для моделирования импульсных воздействий по гироскопическому тракту использовалась функция

$$\delta_\varepsilon(t) = \frac{a\varepsilon}{\pi\left(t^2 + \varepsilon^2\right)},$$

обладающая свойствами

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \delta(t) = \delta(t), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta_\varepsilon(t)dt = a,$$

где $\delta(t)$ — дельта функция Дирака.

Ударное воздействие характеризуется тем, что скорость объекта, равная интегралу от ускорения, после прекращения воздействия обращается в ноль. Таким образом, для имитации ударного воздействия по тракту акселерометров необходимо задать функцию, отличную от нуля на коротком промежутке времени и имеющую нулевой интеграл на этом промежутке.

В качестве такой функции естественно использовать производную функции $\delta_\varepsilon(t)$, равную

$$\delta'_\varepsilon(t) = -\frac{2a\varepsilon t}{\pi\left(t^2 + \varepsilon^2\right)^2}.$$

Графики функций δ_ε(t) и δ'_ε(t) приведены на рис. 12 и 13.

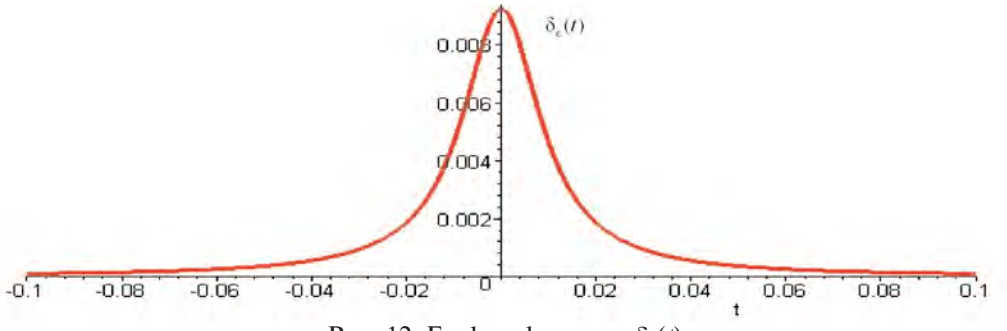

Рис. 12. График функции $\delta_\varepsilon(t)$

Результаты численного интегрирования уравнений ошибок выставки для $\nu_1(t) = \delta_\varepsilon(t - t_0)$представлены на рис. 14 и 15. При моделировании были выбраны параметры $a = 2{,}9\ 10^{-4}$, $\varepsilon = 0{,}01$, $t_0 = 10$ с, что соответствует выбросу гироскопического сигнала, приводящему к погрешности ориентации в 1′. Варьирование ε, отвечающее за длительность выброса, показывает, что результат фактически не зависит от ε, если этот параметр много меньше времени выставки.

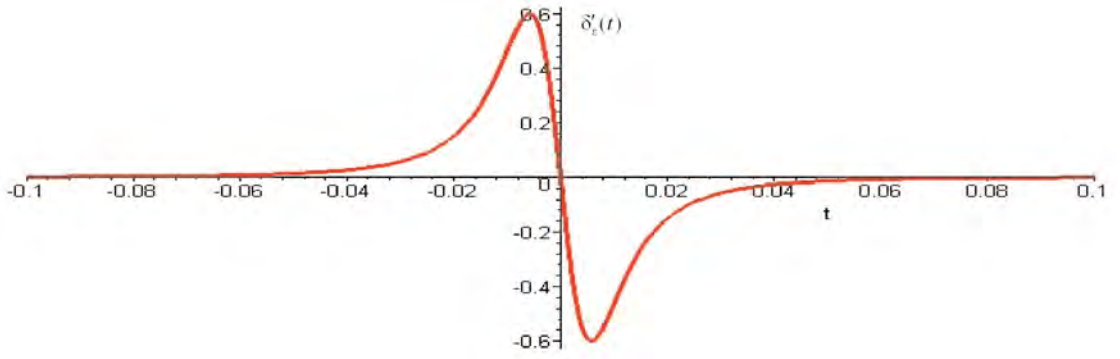

Рис. 13. График функции $\delta'_\varepsilon(t)$

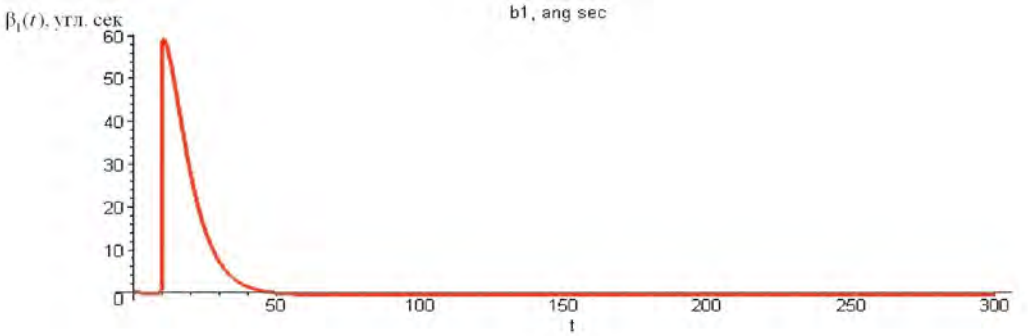

Рис. 14. β_1, угл. сек

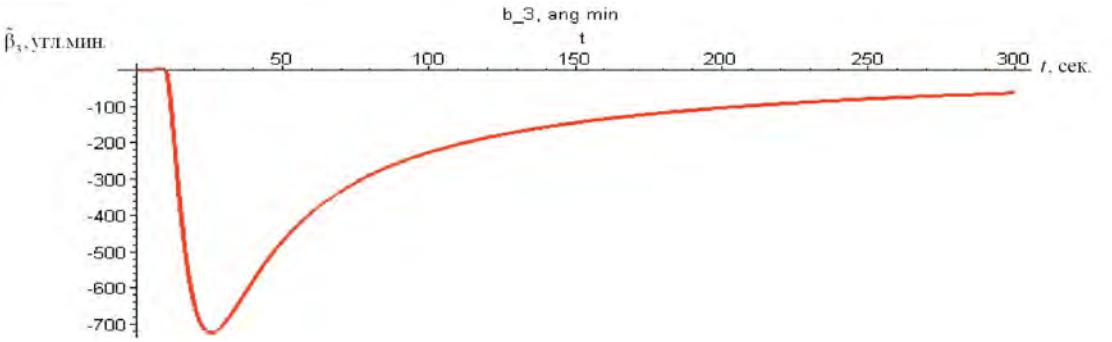

Рис. 15. $\tilde{\beta}_3$ угл. сек

Отклики по другим компонентам вектора состояния системы уравнений ошибок выставки пренебрежимо малы и поэтому не приводятся.

Рис. 14 показывает, что кратковременный импульс по ν_1 приводит к скачкообразному возникновению ошибки вертикали β_1, которая уменьшается со временем. Возникающая при этом ошибка угловой скорость выставки, возвращающая трехгранник математической платформы в горизонтальное положение, приводит к появлению очень существенной ошибке оценки $\tilde{\beta}_3$, представленной на рис. 15.

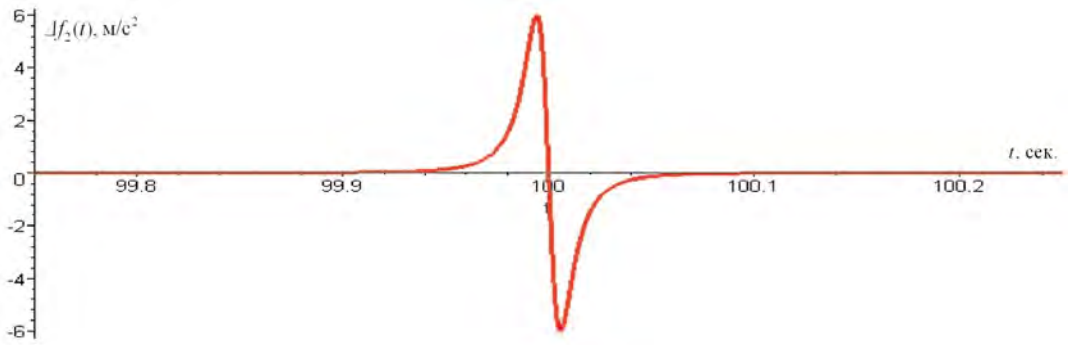

Рис. 16. $\Delta f_2(t)$ для моделирования удара

Далее анализируется влияние импульсного ударного воздействия. Для этого при интегрировании уравнений ошибок выставки рассматривалось $\Delta f_2 = \delta'_\varepsilon(t - t_0)$ с $t_0 = 100$ с и такими параметрами, что Δf_2 имеет следующий вид (рис. 16).

Это воздействие можно интерпретировать, как удар длительностью 0,1 с и перегрузкой 6 м/с^2. Моделирование демонстрирует устойчивость исследуемого способа выставки по отношению к ударному воздействию. Этот вывод следует из результатов, представленных на рис. 17 и 18.

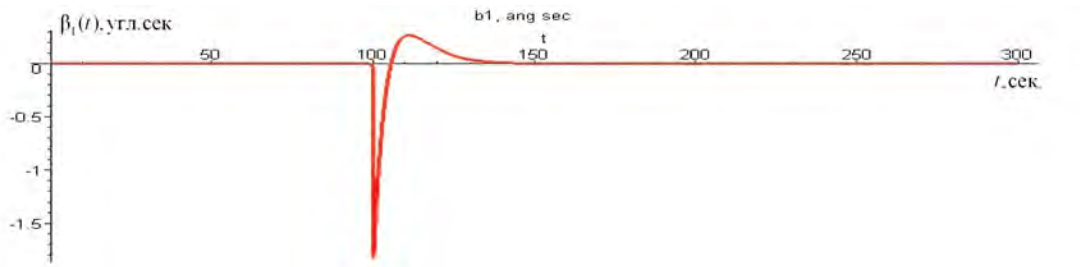

Рис. 17. $\beta_1(t)$, угл. сек

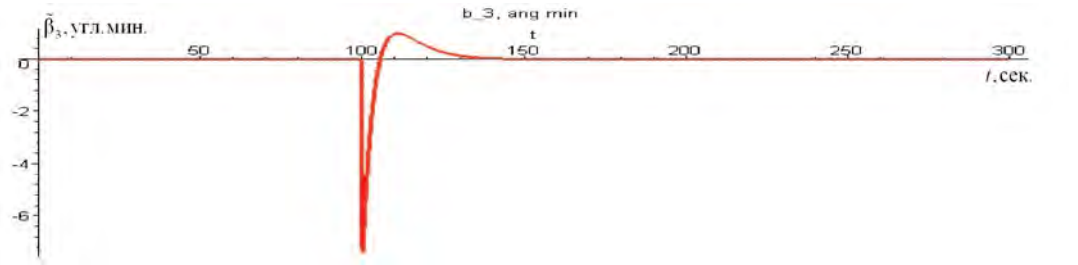

Рис. 18. $\tilde{\beta}_3(t)$, угл. мин

Влияние на $\beta_2(t)$ практически отсутствует и соответствующий график не приводится. Моделирование влияния того же воздействия по тракту $\Delta f_1(t)$ показывает аналогичное воздействие на ошибку β_2 и фактически полное отсутствие влияния на оценку $\tilde{\beta}_3$.

Воздействие $\Delta f_i = \delta'_\varepsilon(t - t_0)$, $i = 1,2$ может быть использовано для анализа влияния движения основания из состояния покоя с последующей остановкой. Для этого параметры функции $\delta'_\varepsilon(t - t_0)$ следует выбрать такими, чтобы время воздействия имело порядок времени движения, а амплитуда — порядок характерного ускорения. Результаты влияния воздействия $\Delta f_2 = \delta'_\varepsilon(t - t_0)$ с $t_0 = 100$ с, амплитудой порядка 0,1 м/с^2 и длительностью порядка 100 с приводятся на рис. 19 и 20.

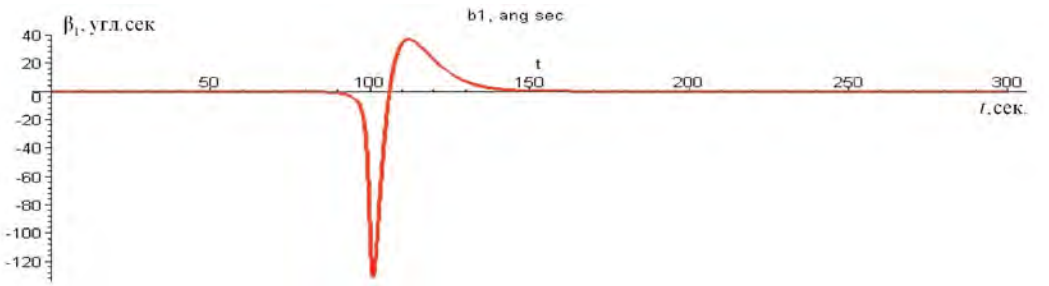

Рис. 19. $\beta_1(t)$, угл. сек

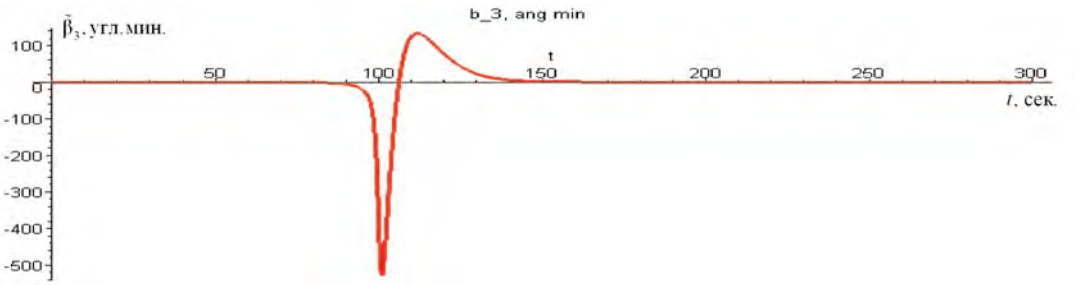

Рис. 20. $\tilde{\beta}_3(t)$, угл. сек

Таким образом, моделирование показывает, что выставка оказывается чувствительной по отношению к движению основания, однако после остановки ошибки достаточно быстро убывают с характерным временем порядка 50 секунд.

5. Выводы

В результате проведенного исследования установлено следующее.

• Получены уравнения ошибок выставки, описывающие погрешности выставки при наличии возмущающих факторов — инструментальных погрешностей, либо движения основания.

• По решениям, соответствующим стандартным инструментальным погрешностям, установлена адекватность полученных уравнений ошибок выставки, определен характер переходных процессов.

• Угловое движение основания во время выставки не влияет на ее точность, однако это справедливо лишь при наличии неподвижной точки, в которой локализованы чувствительные массы всех акселерометров. Поскольку

при реальном движении основания эти условия не выполняются, установленный факт практической ценности не имеет.

• Вычисление амплитудно-фазовых характеристик показывает эффективность подавления периодических возмущений с характерными частотами порядка 0.16 Гц и выше за исключением воздействия по акселерометрическому тракту вдоль северной оси.

• Ошибки выставки, обусловленные всеми погрешностями, кроме постоянных смещений нулей акселерометров и постоянных дрейфов гироскопов, имеющих проекцию на восточное направление, убывают со временем. Импульсные воздействия могут приводить к появлению значительных ошибок выставки, убывающих со временем. Таким образом, наихудшее влияние оказывают импульсные воздействия в конце выставки.

• Рассматриваемый способ выставки чувствителен к погрешностям акселерометрического тракта, имеющим проекцию на северное направление. Наихудшее влияние оказывают ступенчатые изменения нулей акселерометрического тракта и периодические воздействия с характерными частотами порядка 0,03 Гц. Эти погрешности могут быть обусловлены инструментальными ошибками датчиков, возникающими в процессе выставки, и движением основания. Данные погрешности значительно возмущают оценку погрешности курса.

• Импульсные воздействия по гироскопическому тракту приводят к ошибкам построения вертикали, а при наличии проекции на восточное направление существенно возмущают оценку погрешности курса.

• По отношению к воздействию кратковременных ударов выставка оказывается достаточно устойчивой. Однако если воздействие происходит ближе к концу выставки, вызванная им погрешность может оказаться недопустимо большой.

• При воздействиях, вызывающих существенные погрешности оценки погрешности курса, наблюдается значительная динамика этой оценки. Это позволяет судить о качестве выставки, анализируя поведение оценки погрешности курса.

Литература

1. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы теории навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: МАКС Пресс, 2011. — 136 с.

2. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Издательство физико-математической литературы, 2001.-320 с.

УДК 532.5, 681.5.037

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ БАРОМЕТРИЧЕСКОЙ ВЫСОТЫ ПОЛЕТА МАГИСТРАЛЬНЫХ САМОЛЕТОВ: ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ ДАВЛЕНИЯ НЬЮТОНА

Ю.П. НИКОЛАЕВ, д.ф-м.н,
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Предложена уточненная формула давления Ньютона. Формула предназначена для определения градиента давления на лобовой части поверхности выпуклого тела.
Модификация формулы Ньютона позволила решить малоисследованную и в то же время важную для приложений задачу аналитического нахождения ошибки при вычислении барометрической высоты самолета, возникающей из-за влияния угла атаки на измерение давления в контрольных (заборных) точках фюзеляжа при эволюциях самолета в вертикальной плоскости.
Установлена зависимость величины погрешности от высоты полета, удельной нагрузки на крыло и других технических характеристик магистральных самолетов. Приводится пример.

ANALYSIS OF DYNAMIC ERRORS IN CALCULATION OF BAROMETRIC FLIGHT ALTITUDE OF LONG-HAUL PLANES: APPLYING NEWTON'S PRESSURE FORM

Yu. P. NICOLAYEV D. Sc in Physics and Mathematics,
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

In this article the more accurate Newton's formula is offered. This formula is aimed to define the pressure gradient on the front area convex body.
Newton's formula modification allows to solve little-investigated but important problem of analytical error founding in calculation of barometric airplane altitude, which forms from angle of attack influence on fuselage breakpoint pressure calculation in aircraft development in vertical plane.
The article stages the dependence of magnitude error from altitude, specific wing load, and others technical characteristics regional jets. The example is given.

1. Введение

Барометрическая высота магистральных самолетов, наряду с воздушной скоростью, числом Маха и другими параметрами полета, вычисляется специальной системой воздушных сигналов (англ. *Flush Airdata Sensing*), сокращенно СВС (*FADS*), на основе данных о состоянии воздушной среды. Первичная аэрометрическая информация для канала барометрической высоты СВС формируется приемником давления. Забор внешнего воздуха осуществляется с помощью специальных отверстий малого диаметра на боковой поверхности носовой части фюзеляжа.

Определение высоты производится косвенно, на основании измерения атмосферного давления. Система воздушных сигналов из-за особенностей расположения ее заборных отверстий на фюзеляже самолета, измеряет атмосферное давление не точно, а с погрешностью, обусловленной, в частности, влиянием скоростного напора и зависящей от угла атаки, угла скольжения и других параметров полета. В результате сигнал барометрической высоты, выдаваемый СВС, также будет содержать динамическую составляющую, которая может негативно влиять на динамику (устойчивость) самолета с автоматической системой управления.

Для построения уточненной линеаризованной модели канала требуется простой *аналитический* метод определения давления на носовой части поверхности фюзеляжа как функции параметров полета и геометрических параметров, характеризующих расположение заборных отверстий для СВС.

Определение давления на поверхности обтекаемых тел — задача аэро/гидродинамики. Однако найти в известных многочисленных работах по указанной тематике (см., например, [1-4]), подходящий аналитический метод не удалось. Возможная причина — в настоящее время аэро/гидродинамика ориентируется в основном на экспериментальные методы исследования и применение компьютерного моделирования; аналитика оказывается невостребованной. Поэтому в качестве апробированных аналитических методов можно использовать фактически только два классических метода — формулу давления Ньютона и уравнение Эйлера, которое для случая *стационарного* потока несжимаемого газа (идеальной жидкости) трансформируется в уравнение Бернулли.

Однако непосредственное использование указанных методов для решения рассматриваемой в работе задачи не представляется возможным из-за свойственных им ограничений.

Так, на основе уравнения Бернулли можно получить простую формулу для анализа давления, но только для *сферы*. При другой геометрии исследуемых тел аналогичной формулы получить не удается. В [11] для этой цели используются дополнительные слагаемые в формуле Бернулли, которые нужно определять экспериментально.

Формула Ньютона и ее модификация с добавленным интегральным слагаемым (формула Ньютона–Буземана) активно использовались в 60-70-е годы прошлого столетия для анализа давления на поверхности тел *различной геометрической конфигурации*, но только для *тел, движущихся с гиперзвуковой скоростью* [5-10].

2. Постановка задачи

1. Выбрать (модифицировать) простой аналитический метод определения давления на нижней поверхности носовой части выпуклого тела (фюзеляжа), движущегося с дозвуковой скоростью под углом атаки к воздушному потоку.

2. Определить аналитически динамическую погрешность линеаризованной модели канала барометрической высоты СВС магистральных самолетов, учитывающую влияние угла атаки на процесс измерения давления воздушной среды.

За основу предлагается взять формулу давления Ньютона и, при необходимости, скорректировать ее с учетом особенностей решаемой задачи.

3. Исходные данные

1) Формула давления Ньютона (для выпуклых тел).

Формула давления Ньютона основана на том, что движение, совершаемое телом, — это равномерное движение с постоянной скоростью V. Среда, обтекающая тело, состоит из одинаковых частиц, расположенных на равном расстоянии одна от другой и не взаимодействующих между собой. При столкновении с элементом поверхности тела частицы изменяют нормальную к элементу составляющую количества движения, вследствие чего и возникает сила давления потока на тело. На единицу площади действует нормальная сила (давление), равная

$$p = \rho_1 V_{n_1}^2, \tag{1}$$

где ρ_1 — масса единицы объема потока частиц (плотность воздуха), V_{n_1} - составляющая скорости потока частиц по нормали к элементу поверхности.

2) Формула давления Бернулли (для сферы).

Выберем вспомогательную секущую плоскость, проходящую через центр сферы и параллельную вектору потока. Тогда для случая идеального несжимаемого газа распределение коэффициента давления по поверхности сферы (рассматривается окружность, по которой сфера пересекается с секущей плоскостью) описывается простой формулой, которая получается на основании уравнения Бернулли [11, 14, 15]:

$$C_p(\varphi) = 1 - \frac{9}{4}\sin^3\varphi. \tag{2}$$

Здесь $C_p = \dfrac{p - p_\infty}{\rho V_\infty^2/2}$ — безразмерный коэффициент давления, p_∞, V_∞ — давление и скорость невозмущенного потока перед сферой, φ — полярная координата точки Q_1 на поверхности сферы. Для точек лобовой поверхности $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$.

Примечание. В дальнейшем, кроме φ, будет использоваться также угол $\hat{\varphi} = \pi + \varphi$, отсчитываемый в положительном направлении от положительной полуоси оси абсцисс.

Существенно, что коэффициент давления C_p, как следует из (2), является функцией только одной переменной — координаты φ точки на поверхности сферы и не зависит от давления и скорости потока. Отметим, что на лобовой части поверхности сферы важное для нас условие $C_p = 0$, т. е. условие $p = p_\infty$ достигается при двух значениях аргумента: $\varphi = \pm\varphi_0$ где обозначено:

$$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \approx 41{,}8^0$$

3) Результаты экспериментальных исследований обтекания сферы газом (жидкостью).

Теоретическое распределение коэффициента давления по *лобовой части* поверхности, точнее, для всех ее точек, удовлетворяющих условию $|\varphi| < \varphi_0\left(1+\varepsilon_{\varphi_0}\right)$, где ε_{φ_0} – малая положительная величина ($\varepsilon_{\varphi_0} \approx 0{,}1 \div 0{,}2$) достаточно точно совпадает с экспериментальными данными, полученными для широкого интервала значений числа Рейнольдса (от докритического $Re = 1{,}62\times10^5$ до сверхкритического $Re = 4{,}35\times10^6$) [14-15].

4. Предварительное тестирование и коррекция формулы давления Ньютона

В 60-70 годах прошлого столетия, было обнаружено, что формула Ньютона дает удовлетворительные результаты для оценочных расчетов аэродинамических сил при *гиперзвуковых скоростях* [5-10], когда высота полета очень высока и разреженная атмосфера по своим свойствам приближается к *ньютоновской среде*.

Но насколько корректным будет применение формулы Ньютона именно к нашей конкретной задаче, т. е. при дозвуковых скоростях на высотах не более 12 000 м?

Чтобы ответить на этот вопрос, представляется целесообразным провести предварительное *тестирование метода*.

Выберем для тестирования задачу определения давления, точнее — и это существенно — определение *градиента* давления на поверхности сферы при обтекании ее газом (жидкостью). Выбор сферы обусловлен тем, что распределение давления на ее лобовой части аналогично распределению давления на носовой части фюзеляжа [12, 13], а так же наличием большого количества теоретических и экспериментальных данных по этой теме [14-15].

Решать задачу вычисления для точек лобовой поверхности сферы производную от давления по угловой координате $\hat{\varphi}$ будем двумя методами (с использованием уравнения Бернулли и формулы Ньютона). Результаты решения сравним между собой.

Вначале найдем производную $\frac{dp}{d\hat{\varphi}}$ с использованием уравнения Бернулли.

С учетом формулы (2), принятых в ней обозначений и соотношения $\frac{dp}{d\hat{\varphi}} = -\frac{dp}{d\hat{\varphi}}$ получим:

$$\left.\frac{dp}{d\hat{\varphi}}\right|Ber = \frac{9}{4}q\sin(2\varphi), \tag{3}$$

где $q = \frac{\rho V_\infty^2}{2}$ — скоростной напор.

Перейдем к формуле Ньютона. Проведем касательную плоскость к поверхности сферы в контрольной точке Q_1. Угол между этой плоскостью и направляющим вектором набегающего потока обозначен α. Из простых геометрических построений следует, что $\alpha = \varphi$.

На основании формулы (1) получим:

$$\left.\frac{dp}{d\alpha}\right|New = \rho V^2\sin(2\alpha) = 2q\sin(2\varphi). \tag{4}$$

Сравним формулы (3) и (4).

Утверждение. Производная для точек поверхности сферы (лобовая часть), вычисленная по методу Ньютона, равна (с точностью до постоянного множителя $\lambda_{сферо} = 9/8$) производной, определенной на основании уравнения Бернулли:

$$\frac{9}{8}\times\left.\frac{dp}{d\alpha}\right|New = \left.\frac{dp}{d\hat{\varphi}}\right|Ber. \tag{5}$$

На основании изложенного, для решения поставленной в работе задачи предлагается следующее уточнение формулы Ньютона:

$$p = \frac{9}{8}\rho V_n^2, \tag{6}$$

где ρ_1 — давление воздушного потока на элемент поверхности, ρ — плотность невозмущенного воздушного потока, V_n — составляющая вектора скорости потока по нормали к элементу поверхности.

На основании изложенного сформулируем следующее положение.

Утверждение. Применение уточненной формулы давления Ньютона (6) для вычисления градиента давления на лобовой части поверхности сферы при $|\varphi| < \varphi_0\left(1+\varepsilon_{\varphi_0}\right)$, где ε_{φ_0} — малая положительная величина ($\varepsilon_{\varphi_0} \approx 0{,}1 \div 0{,}2$), является корректным (теоретические результаты достаточно близки экспериментальным данным).

Для использования уточненной формулы давления Ньютона (6) для вычисления градиента давления на *носовой части фюзеляжа* (точнее, в местах рас-

положения заборных отверстий для СВС) целесообразно ввести поправку — множитель (1 + ε), где ε — малая величина, определяемая экспериментально:

$$p = (1+\varepsilon)\frac{9}{8}\rho V_n^2. \tag{7}$$

5. Анализ зависимости давления от угла атаки в контрольных точках фюзеляжа

Назовем *контрольными точками* места расположения *плит* (заборных отверстий) СВС на фюзеляже самолета. Этих точек две — они расположены симметрично по левому и правому борту в носовой части фюзеляжа под углом $\pm\gamma_{\text{плиты}} \approx 45^\circ$ от нижней точки сечения [16]. Предполагается, что в местах крепления плит поверхность фюзеляжа аппроксимируется достаточно точно поверхностью цилиндра. Ось симметрии цилиндра совпадает с продольной осью самолета.

Для определения давления в контрольной точке воспользуемся формулой (5). Предварительно найдем проекцию (*Pr*) вектора скорости *V* воздушного потока на нормаль $n_{\text{плиты}}$ к поверхности фюзеляжа в контрольной точке:

$$Pr_{n_{\text{плиты}}} \bar{V} \sin\alpha \cos\alpha\gamma_{\text{плиты}}. \tag{8}$$

На основании уточненной формулы Ньютона и полученного соотношения (8) находим давление в контрольной точке:

$$p = \frac{9}{8}\rho V^2 \sin^2\alpha \cos^2\gamma_{\text{плиты}}. \tag{9}$$

6. Переход от давления к высоте

Переход от погрешности измерения давления в контрольной точке фюзеляжа, определяемого по формуле (9), к ошибке в определении барометрической высоты основывается на использовании *барометрической формулы*, устанавливающей соотношение между давлением атмосферы и барометрической высотой. На основании этой формулы сформулируем следующее утверждение (доказательство выходит за рамки статьи и здесь не приводится).

Утверждение. Погрешность в измерении барометрической высоты, обусловленная влиянием угла атаки на давление в контрольных точках фюзеляжа (местах расположения заборных отверстий системы воздушных сигналов), определяется следующим соотношением:

$$\Delta(\Delta H) = -B_\alpha^{\text{сес}}\Delta\alpha, \tag{10}$$

где

$$B_\alpha^{\text{сес}} = \frac{\pi}{160}\frac{T_{\text{ср}}}{T_H}\frac{V^2}{g}\sin 2\alpha_{\text{бал}}\cos^2\gamma_{\text{плиты}}. \tag{11}$$

В формуле (11): $\Delta\alpha$[град] — приращение угла атаки относительно балансировочного значения $\alpha_{бал}$; $\Delta(\Delta H)$ — ошибка в измерении рассогласования $\Delta H = H_{зад} - \hat{H}$ между заданной высотой полета $H_{зад}$ и измеренным ее значением $\hat{H}$ обусловленная влиянием приращения угла атаки $\Delta\alpha$; $T_{ср}$, $T_{Н}$ — средняя температура «столба» воздуха и температура воздуха на высоте полета, в градусах Кельвина; g — ускорение свободного падения; V — воздушная скорость; $\gamma_{плиты}$ — угол расположения плиты (контрольной точки на боковой поверхности фюзеляжа в носовой его части) от нижней точки сечения фюзеляжа, перпендикулярного его продольной оси.

7. Преобразование формулы (11)

В соотношение (11) входит балансировочное значение угла атаки $\alpha_{бал}$. Но значение $\alpha_{бал}$ не всегда известно, а для вычисления переменной требуются предварительные выкладки, что не всегда удобно на практике. Попробуем преобразовать формулу (9), исключив $\alpha_{бал}$. Т. к. в рассматриваемом режиме полета балансировочное значение угла атаки сравнительно мало, то можно с достаточной точностью принять:

$$\sin 2\alpha_{бал} = 2\sin\alpha_{бал}\cos\alpha_{бал} \approx 2\alpha_{бал}. \quad (12)$$

Формула для расчета подъемной силы:

$$Y = \frac{c_y S\rho V^2}{2} = \alpha_{бал}\frac{c_y^{\alpha} S\rho V^2}{2}, \text{ где } c_y^{\alpha} = \frac{dc_y}{d\alpha}, \text{ размерность } \alpha_{бал} \text{ — град.}$$

Учитывая условие балансировки для горизонтального прямолинейного полета с постоянной скоростью $Y = G$, где G — вес самолета, получим:

$$\alpha_{бал}[\text{град}] = \frac{2G}{c_y^{\alpha} S\rho V^2} \text{ или } \alpha_{бал}[\text{рад}] = \frac{\pi G}{90 c_y^{\alpha} S\rho V^2}. \quad (13)$$

Из соотношений (11), (12):

$$\sin 2\alpha_{бал} \approx \frac{\pi G}{45 c_y^{\alpha} S\rho V^2}. \quad (14)$$

Из (11) и (14) получим:

$$B_{\alpha}^{сес} \cong \frac{\pi}{7200}\frac{\cos^2\gamma_{плиты}}{c_y^{\alpha}}\frac{T_{ср}/T_H}{g\rho_H}\frac{G}{S}. \quad (15)$$

Здесь массовая плотность воздуха ρ_H на высоте полета H измеряется в кг с^2/м^4. Перейдем к *весовой* плотности воздуха с размерностью кг/м^3; при этом «исчезнет» множитель g при ρ_H:

$$B_{\alpha}^{сес} \cong \frac{\pi}{7200}\frac{\cos^2\gamma_{плиты}}{c_y^{\alpha}}\frac{T_{ср}/T_H}{\rho_H}\frac{G}{S}. \quad (16)$$

Полученное соотношение (16) — искомая преобразованная формула (11). Она не содержит в явном виде балансировочного значения угла атаки $\alpha_{бал}$.

8. Обсуждение преобразованной формулы (16)

Формула (16) — основной результат работы, поэтому представляется целесообразным рассмотреть ее более детально. При этом будем ориентироваться на характеристики современных магистральных лайнеров Boeing 787, A380, Ил-96-300, Ту-204, Ан-148, SSJ 100 и их модификаций (табл. 1).

Как следует из указанной формулы, передаточный коэффициент ошибки в определении барометрической высоты, т. е. коэффициент $B_\alpha^{\text{сес}}$ может быть представлен в виде произведения:

$$B_\alpha^{\text{сес}} = \frac{\pi^2}{7200} f_1 f_2 f_3.$$

Здесь функция $f_1 = \cos^2 \gamma_{\text{плиты}} / c_y^\alpha$ содержит производную c_y^α от аэродинамического коэффициента c_y по углу атаки α и геометрический параметр ($\cos 2\gamma_{\text{плиты}}$) плиты СВС. Известно, что производная $c_y^\alpha \approx const = 0{,}1$ в «рабочем» диапазоне угла атаки ($0° < \alpha < 10° \div 12°$) для всех гражданских самолетов рассматриваемого класса. Т. к. $\cos\gamma_{\text{плиты}} \approx const$, функцию f_1 можно принять за постоянную величину. Функция $f_2 = (T_{\text{ср}} / T_H)/\rho_H$ зависит от характеристик атмосферы (плотность воздуха ρ_H на высоте полета и отношение температур $T_{ср}/T_H$), являющихся однозначными функциями высоты полета H. Наибольшее значение высоты крейсерского полета для рассматриваемого класса лайнеров $H_{\max} = 12100$ м (см. табл. 1).

Наконец, функция $f_3 = G/S$ — отношение веса самолета к площади крыла, так называемая удельная нагрузка на крыло (*wing loading*). Остановимся более подробно на этой функции. Как следует из данных, приведенных в Приложении, наибольшее значение удельной нагрузки на крыло, равное 685÷700 кг/м^2, имеют дальнемагистральные самолеты Boeing 787, A380, Ил-96-300. Для средне- и ближнемагистральных самолетов Ту-204, Ан-148, SSJ 100 нагрузка меньше: 441÷601 кг/м^2.

9. Пример

Пусть высота и скорость полета равны соответственно H = 10 000 м, V = 230,4 м/с, угол расположения плит СВС $\gamma_{\text{плиты}} = 44°$, аэродинамический коэффициент c_y^α = 0,104, удельная нагрузка на крыло G/S = 240000/350 = 685 кг/м^2. Для заданной высоты полета по данным стандартной атмосферы найдем среднюю температуру «столба» воздуха, температуру и плотность воздуха на заданной высоте: $T_{\text{ср}} = 255{,}8$ K, $T_H = 223{,}4$ K, $\rho_H = 0{,}4135$ кг/м^3. Подставим указанные значения переменных в формулу (16):

$$B_\alpha^{\text{сес}} \cong \frac{\pi^2}{7200} \frac{\cos^2 \gamma_{\text{плиты}}}{c_y^\alpha} \frac{T_{\text{ср}}/T_H}{\rho_H} \frac{G}{S} = \frac{\pi^2}{7200} \frac{\cos^2(44/57{,}3)}{0{,}104} \frac{255{,}8/223{,}4}{0{,}4135} 685 = 12{,}9516.$$

Следовательно, погрешность в измерении барометрической высоты, обусловленная влиянием угла атаки на давление в контрольных точках фюзе-

ляжа, будет равна: $\Delta(\Delta H) = -12{,}9516\Delta\alpha$, где $\Delta\alpha$ [град] — приращение угла атаки относительно балансировочного значения.

10. Заключение

Исходным материалом для написания данной статьи послужили результаты анализа колебаний в продольном канале одного из отечественных магистральных самолетов. Колебания были зафиксированы во время испытательных полетов на режиме «стабилизация барометрической высоты»; период колебаний $\approx 8 \div 10$ с, амплитуда $\Delta H \approx 12$ м. Колебания возникали на высоте порядка 10 000 м.

Для анализа влияния угла атаки на изменение давления в местах забора воздуха для СВС магистральных самолетов обычно используют численные методы (статика). В статье, благодаря использованию уточненной формулы давления Ньютона, найдено сравнительно компактное *аналитическое* выражение для составляющей *динамической* ошибки канала барометрической высоты СВС, обусловленной влиянием угла атаки. Установлено, в частности, что наибольшее значение указанная составляющая ошибки достигает при наибольшей высоте полета и наибольшем значении веса самолета. Проведено сравнение для ряда современных магистральных лайнеров: Boeing 787, A380, Ил-96-300, Ту-204, Ан-148, SSJ и их модификаций.

Результаты работы предназначены для уточнения расчетов и моделирования систем автоматического управления современных и перспективных магистральных самолетов (режим «стабилизация барометрической высоты») с целью улучшения их динамических характеристик.

Приложение

Ниже приведены технические характеристики пассажирских самолетов Boeing 787, A380, Ил-96-300,Ту-204, Ан-148, SSJ и их модификаций (по материалам в открытой печати).

Табл. 1. Технические характеристики некоторых современных магистральных самолетов

	Тип самолета	Максимальный вес самолета (кг)	Площадь крыла ($м^2$)	Удельная нагрузка на крыло ($кг/м^2$)	Эксплуатационный потолок (м)	Крейсерская скорость (км/ч)
1	Boeing 787-8	228 000	325	701	13 000	903
2	Boeing 787-9	251 000	325	772	13 000	903
3	A380-100	560 000	780	690	13 000	900
4	A380-200	583 000	780	750	12 500	900
5	Ил-96-300	240 000	350	685	13 100	900
6	Ту-204-120	103 000	184,17	559	12 100	840
7	Ту-214	110 750	184,17	601	12 100	840
8	Ан-148-100A	38 550	87,3	441	12 500	820
9	Ан-148-100B	41 950	87,3	480	12 200	820
10	Ан-148-100E	43 700	87,3	500	12 200	820
11	SSJ 100-60	35 790	77	464	12 500	840
12	SSJ 100-95	42 250	77	548	12 500	760

Литература

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.

2. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Том 1,2. М.: Наука, 1970.

3. Ландау, Л. Д., Лифшиц, Е. М.Теоретическая физика. Том VI: Гидродинамика. Изд. 6-е. М., 2006.

4. J.D. Anderson, Jr. Computational Fluid Dynamics. The basics with applications. McGraw-Hill, 1995.

5. Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959.

6. Хейз У.Д., Пробстин Р.Ф. Теория гиперзвуковых течений. М.: Изд. ИЛ, 1962.

7. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Физматгиз, 1967.

8. Гонор А.Л. Ньютоновское лобовое сопротивление // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. Т.2. №1. С. 93-101.

9. Хейз У.Д. Формула давления Ньютона/ Теория оптимальных аэродинамических форм: Сб. статей под ред. А.Миеле, пер. с англ. М.: Мир. 1969. С. 197-202.

10. Pike J. Newtonian aerodynamics forces from Poisson's equation // AIAA J. 1973. V. 11. № 4. P. 499-504.

11. Cobleigh B.R., Whitmore S.A., Haering E.A., Borrer J., Roback V.E. Flush Airdata Sensing (FADS) System Calibration Procedures and Results for Blunt Forebodies //

NASA/TP-1999-209012, 1999.

12. Тарасенко А.В. Практические аспекты решения задач внешней аэродинамики дозвуковых летательных аппаратов в рамках уравнений Эйлера // ТВФ.2009.№1.

13. Вышинский В.В., Кравченко С.А. Обтекание фюзеляжа делового самолета. Труды ЦАГИ. 1994. №2559. С.1-16.

14. Любимов А.Н., Русанов В.В. Течение газа около тупых тел. Т. 1,2. М.: Наука, 1970.

15. Петров К.П. Аэродинамика тел простейших форм. М.: Факториал, 1998.

16. Петунин А.И. Методы и техника измерения параметров газового потока (приемники давления и скоростного напора). М.: Машиностроение, 1996.

УДК 681.5.50.43.19

МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НЕНАБЛЮДАЕМЫХ «ХВОСТОВ» ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ СООТВЕТСТВИЯ ТРЕБОВАНИЙ К БЕЗОПАСНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПОСАДКИ САМОЛЕТОВ НОРМАМ ЛЕТНОЙ ГОДНОСТИ

Л. Н. АЛЕКСАНДРОВСКАЯ, д.т.н., В. Н. МАЗУР, к.т.н.,
С. В. ХЛГАТЯН, к.т.н., А. Е. АРДАЛИОНОВА,
ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

На основе анализа эмпирических функций распределений основных характеристик, определяющих безопасность автоматической посадки самолетов, предложен оригинальный метод их математического описания с использованием кусочной аппроксимации их хвостовых частей рядом усеченных распределений. Метод позволяет проводить экстраполяцию на ненаблюдаемые хвосты распределений и проводить экспресс-анализ оценки соответствия по ограниченному объему статистических испытаний при отработке систем автоматической посадки.

METHOD OF PREDICTION NON-VISIBLE FUNCTIONS' 'TAILS' DISTRIBUTION IN THE PROBLEM OF ACCORDANCE EVALUATION OF THE TERMS TO AUTOMATIC LANDING SYSTEMS SAFETY WITH THE NORMS OF AIRWORTHINESS

L.N. ALEKSANDROVSKAYA, D. Sc. in Engineering, V.N. MAZUR PhD in Engineering.
S.V. HLGATYAN PhD in Engineering; A.E. ARDALIONOVA,
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

On the basis of analysis of cardinal parameters empirical functions' distribution, which are determine the automatic landing safety, the new method of mathematical formulation of that functions was introduced. This method uses piecewise approximation of the tails, by the row of truncated distributions of their parameters. This method allows to conduct extrapola-tion on the observable distributional tails and to conduct express-analysis of the limited range statistic tests accordance mark while express landing is under tests.

Безопасность воздушных судов является приоритетным показателем качества. Используя все основные тенденции менеджмента качества, современный менеджмент безопасности имеет ряд специфических особенностей.

Применительно к бортовым системам гражданской авиации наиболее полно ключевые моменты менеджмента безопасности регламентированы в документе ARP4761 «Руководящие указания и методы проведения оценки безопасности бортовых систем гражданской авиации». Рекомендованные в этом документе методы в отечественной и переводной литературе носят названия

«дерево отказов», «анализ вида и последствий потенциальных отказов», хорошо известны и нашли широкое применение при разработке технических систем широкого профиля [1, 7].

Эти методы позволяют выявить и снизить или исключить последствия так называемых отказов по особым причинам (по классификации В. Шухарта), связанных с нарушением нормального функционирования [2].

Другую группу отказов составляют отказы по общим причинам, связанных с комбинацией крайних значений воздействующих на объект случайных факторов. Методы анализа и оценки последствий таких отказов не регламентированы и требуют проведения дополнительных исследований.

Именно возможность таких маловероятных отказов определяет требования к характеристикам автоматической посадки самолетов по III категории (табл. 1).

Табл. 1. Требования к предельно допустимым характеристикам систем автоматической посадки ряда магистральных самолетов

	Характеристики	Разброс точек касания вдоль поверхности ВПП (дальность касания)	Боковое отклонение основной стойки шасси от осевой линии ВПП	Вертикальная скорость (по модулю)	Угол тангажа	Угол крена	Угол скольжения
1	Вероятности превышения $1-R_{зад}$ (в среднем)	10^{-6}	10^{-6}	10^{-6}	10^{-6}	10^{-8}	10^{-6}
2	Вероятности превышения $1-R_{зад}$ (в предельном)	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-5}

Требования должны быть подтверждены с заданной доверительной вероятностью. В математической постановке задача подтверждения требований в такой вероятностной форме сводится к задаче построения толерантного интервала

$$P\left\{\int_A^B f(x)dx \geq R_{зад}\right\} = \gamma,$$

где $f(x)$— плотность распределения вероятностей исследуемой характеристики [3].

Различают параметрические и непараметрические толерантные интервалы. Непараметрический толерантный интервал, не зависящий от закона распределения, получают при выборе $A = X_{(r)}$; $B = X_{(s)}$, где $X_{(r)}$, $X_{(s)}$ — порядковые статистики.

За универсальность этого интервала приходится «расплачиваться» большим объемом выборки, гарантирующим заданную долю распределения $R_{зад}$, находящуюся между r-ым и s-ым значениями упорядоченных измерений характеристики.

Так односторонний непараметрический толерантный интервал определяется выражением $R_{зад}^{n} \le 1-\gamma,$, откуда при $R_{зад}$ = 0,999999; γ = 0,9 имеем n = 2302585.

Учитывая, что при отработке законов управления приходится делать несколько десятков итераций, даже при возможностях современной вычислительной техники реализовать такой объем математического моделирования затруднительно. Необходимо создание математического аппарата для экспресс-анализа с использованием более «экономного» параметрического толерантного интервала. Действительно, при известном виде плотности распределения вероятности $f(x)$ на основе статистического моделирования достаточно определить оценки математического ожидания m и дисперсии σ^2 , которые, как показала практика моделирования, уже при n = 30000 практически не имеют статистического разброса. Тогда $A = m + k\sigma$; $B = m - k\sigma$, где квантиль $k = k(R_{зад})$ зависит от вида распределения.

Зная вид и параметры закона распределения исследуемой характеристики, нетрудно осуществить экстраполяцию на ненаблюдаемые хвосты распределений. Однако на практике неизвестными являются не только моменты, но и сам вид закона распределения.

Подбор теоретического вида закона распределения по экспериментальным данным является наиболее сложной задачей математической статистики. Наиболее известны методы, основанные на использовании семейств распределений Пирсона (Pearson K.), Джонсона (Johnson N. L.) и некоторых рядов [7]. Как показали исследования Крамера (Cramer H.) [4] применение рядов для описания «хвостов» распределений нецелесообразно, т. к. может привести к получению отрицательных вероятностей.

Построение распределений из семейств Пирсона и Джонсона основано на использовании первых четырех моментов и позволяет получить соответствующие плотности вероятностей, при этом последующее интегрирование, необходимое для определения толерантного интервала, связано с некоторыми вычислительными трудностями.

Естественно возникает вопрос, нельзя ли подобрать аналитические зависимости сразу к закону распределения? Такой подход был разработан Берром (Burr I.W.) и Хатке (Hatke M.A.) и основан приравнивании кумулятивных моментов теоретическим значениям, выраженных в терминах параметров распределений [5]. Метод достаточно сложен и не нашел практического применения. Другой метод «подгонки» аналитических зависимостей под экспериментальные данные, разработанный Сичелом (Sichel H. S.) и состоящий в приравнивании теоретических и эмпирических вероятностных моментов, также не нашел широкого применения.

Все перечисленные методы позволяют аппроксимировать экспериментальные данные такими математическими выражениями, которые распространяются на ненаблюдаемые значения случайных величин. Возможен и другой подход, при котором «подгонка» осуществляется только в том интервале, где

расположены результаты измерений, при этом используются некоторые «усеченные» распределения.

Предлагаемый в статье оригинальный подход представляет собой развитие последней идеи с целью экстраполяции полученных результатов на ненаблюдаемые хвосты распределений.

Логическое обоснование данного подхода состоит в следующем:

1. Исходной информацией являются эмпирические функции распределений. Функция нормального закона распределения в логарифмическом масштабе представляет собой прямую линию (рис. 1-5). Поэтому на графиках функций распределения исследуемых характеристик автоматической посадки видны отклонения от нормальности в хвостах распределений (в отличие от гистограмм плотностей распределения вероятностей — рис. 6-10). Анализ функций распределений применен также при моделировании автоматической посадки самолета Боинг 757/767 [6].

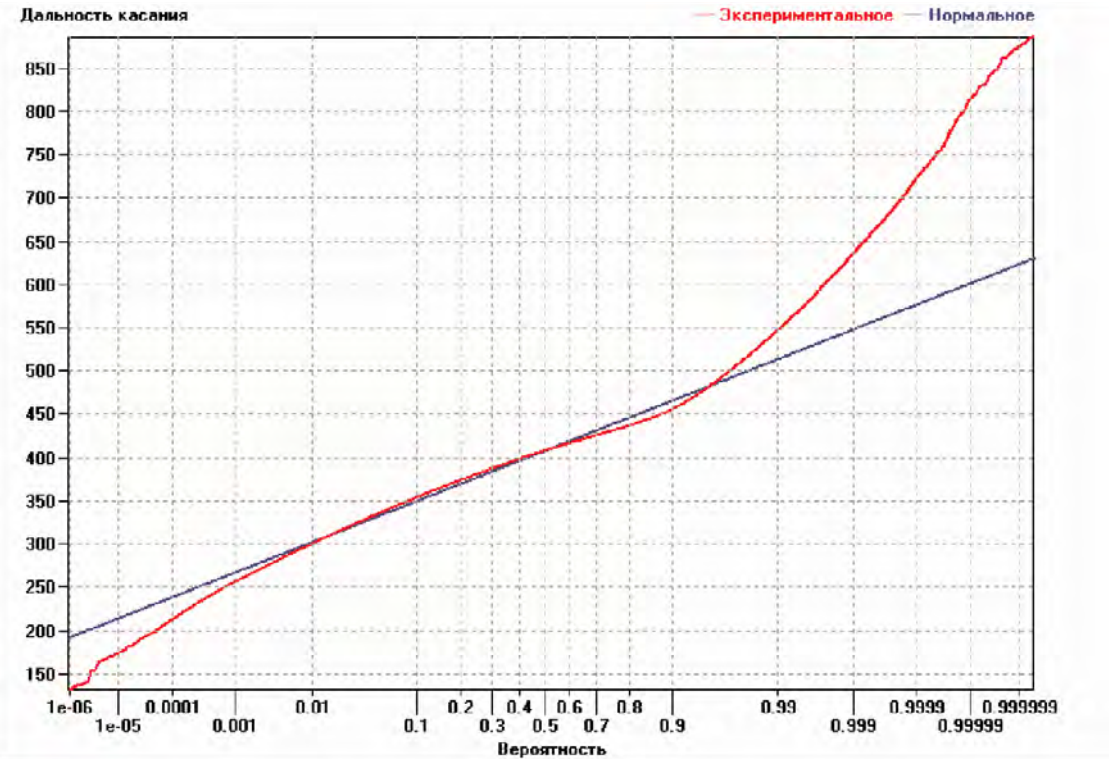

Рис. 1. Функция распределения дальности касания $D_{кас}$ ($N = 2{,}3\times10^6$)

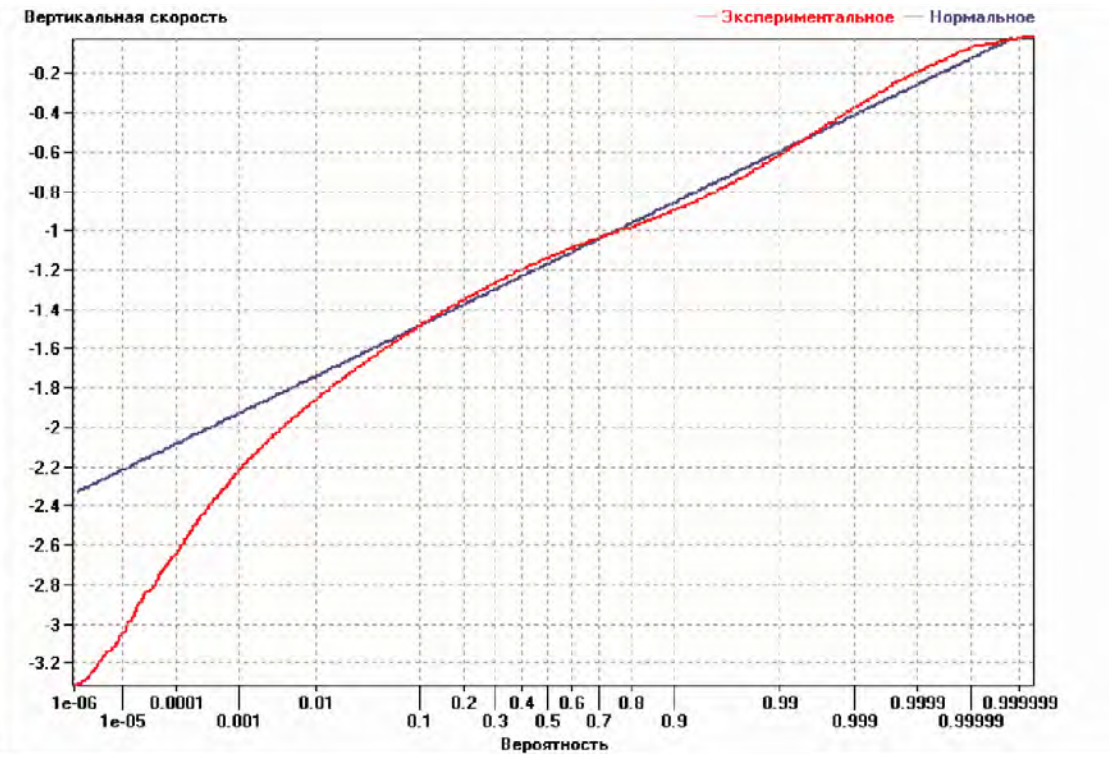

Рис. 2. Функция распределения вертикальной скорости (*Vy*) на касании ($N = 2{,}3\times10^6$)

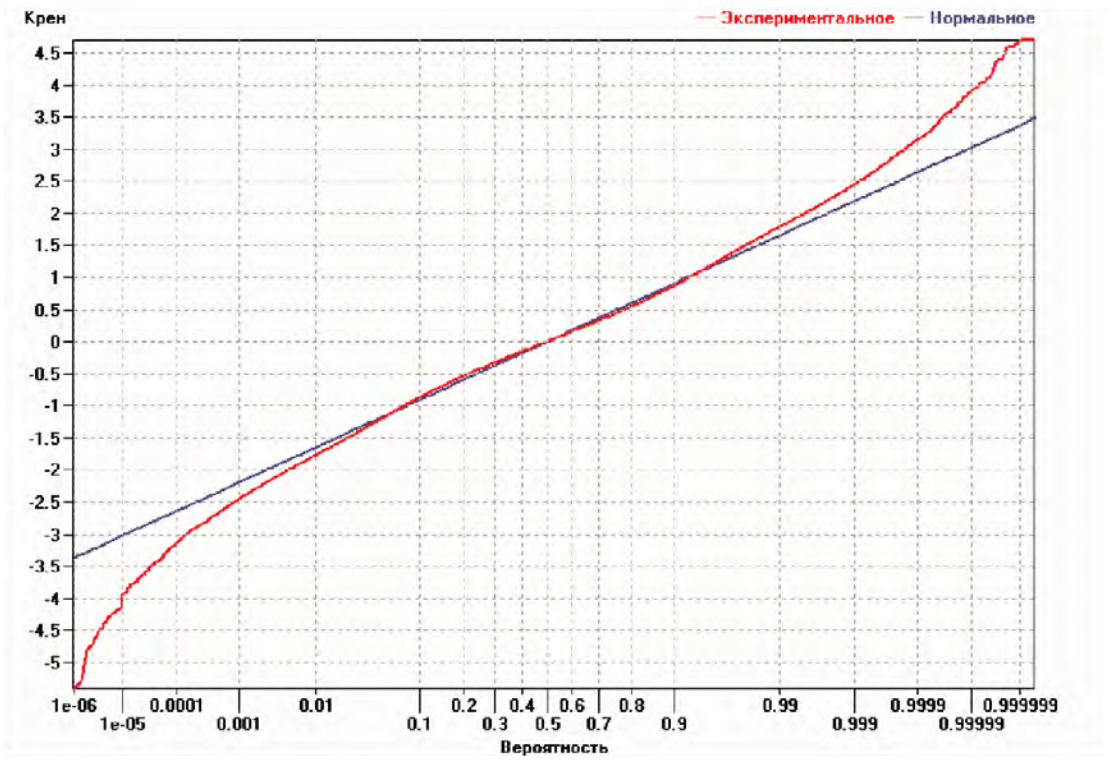

Рис. 3. Функция распределения угла крена (γ) на касании ($N = 2{,}3\times10^6$)

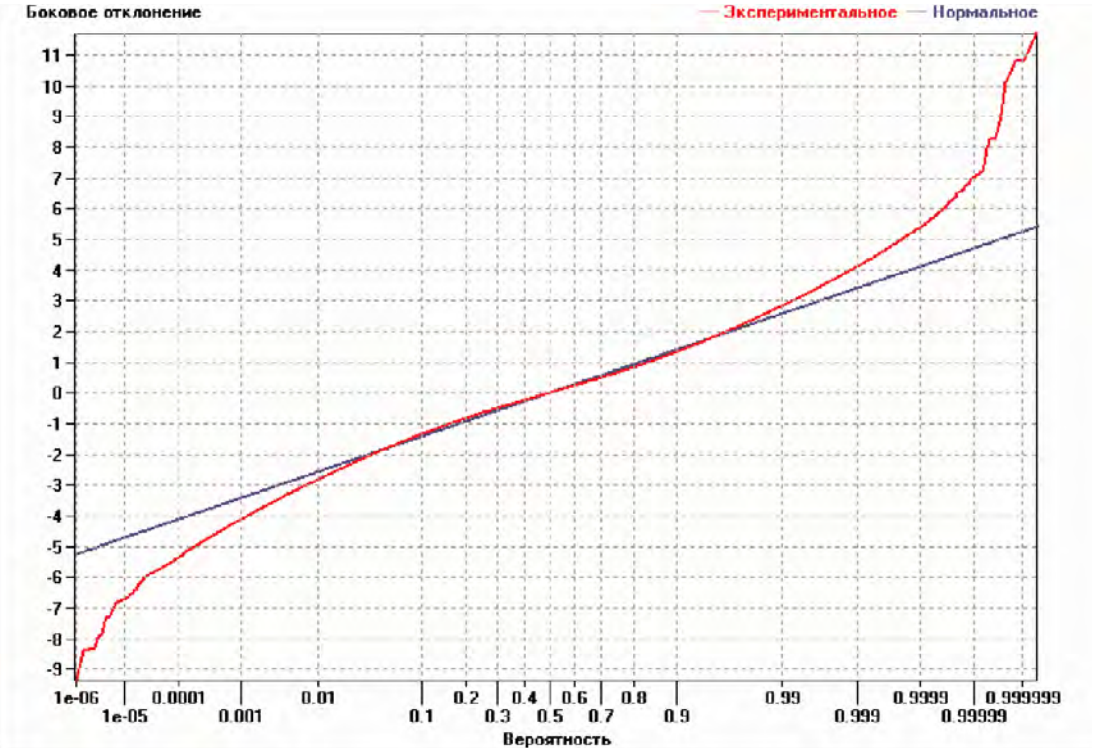

Рис. 4. Функция распределения бокового отклонения (Z) на касании ($N = 2{,}3\times10^6$)

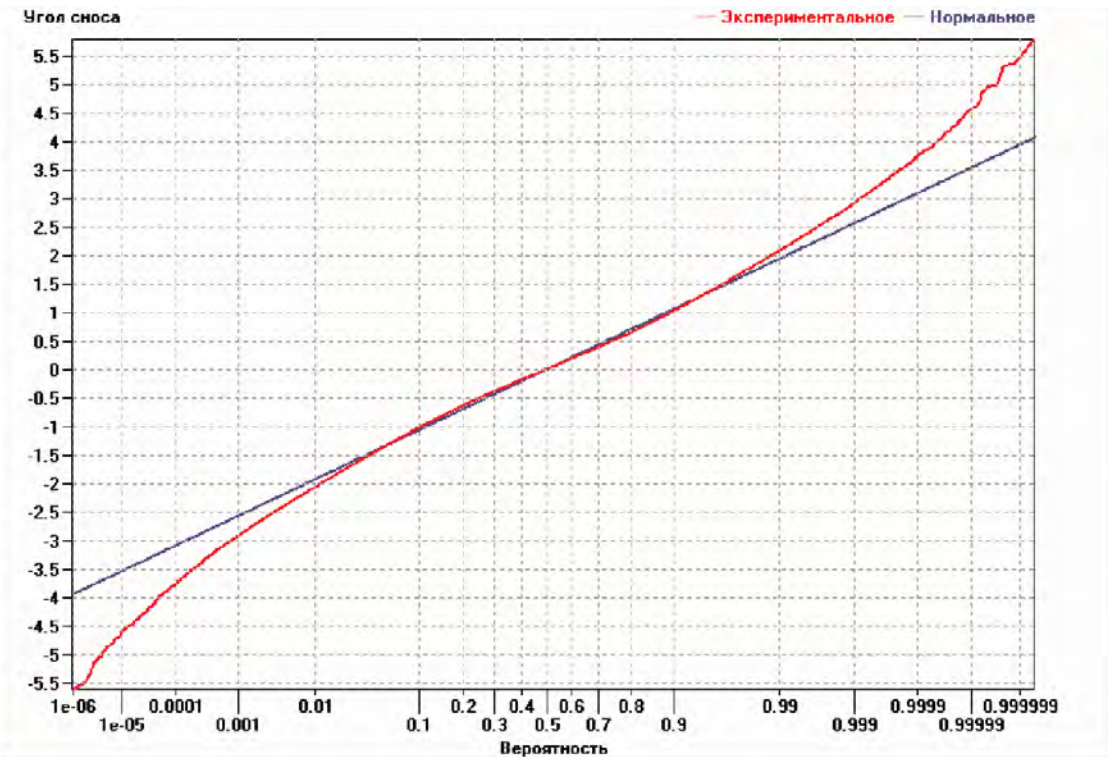

Рис. 5. Функция распределения угла сноса (YS) на касании ($N = 2{,}3\times10^6$)

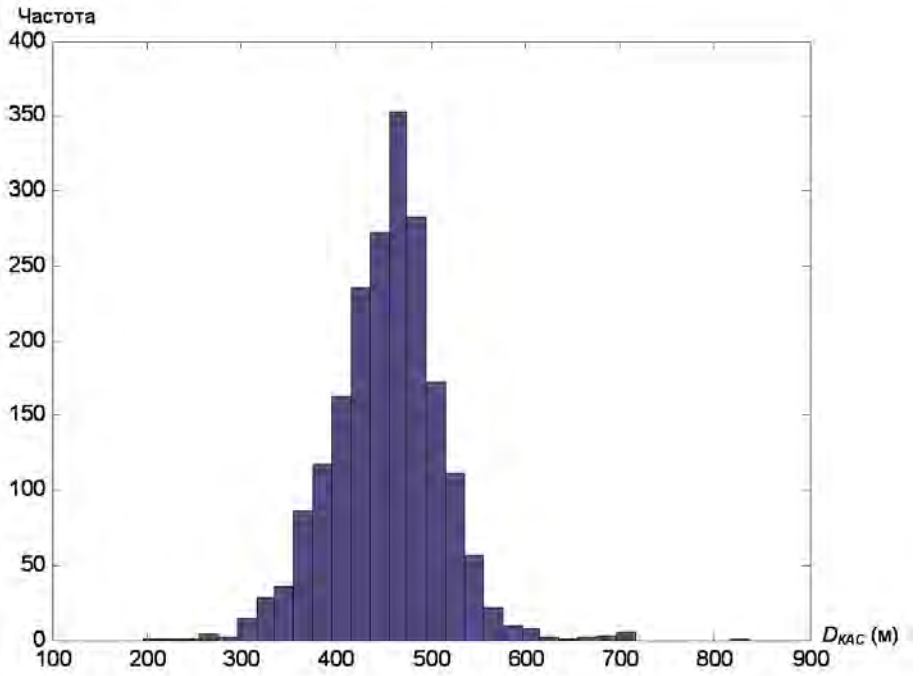

Рис. 6. Гистограмма дальностей касания по результатам моделирования автоматической посадки Ан-148 по методу Монте-Карло ($N = 2{,}3\times10^6$)

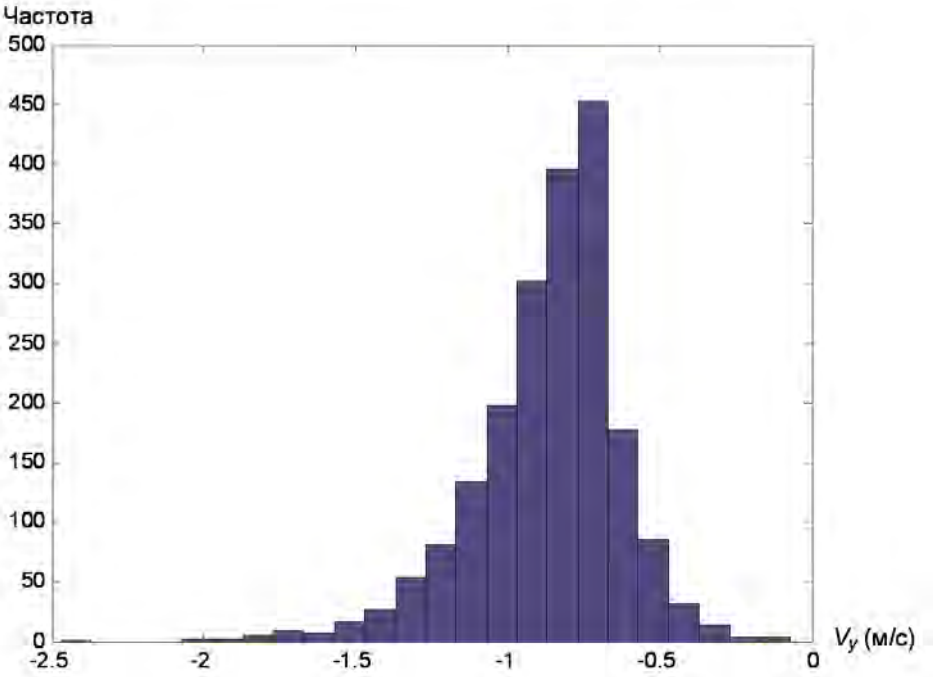

Рис. 7. Гистограмма вертикальной скорости по результатам моделирования автоматической посадки Ан-148 по методу Монте-Карло ($N = 2{,}3\times10^6$)

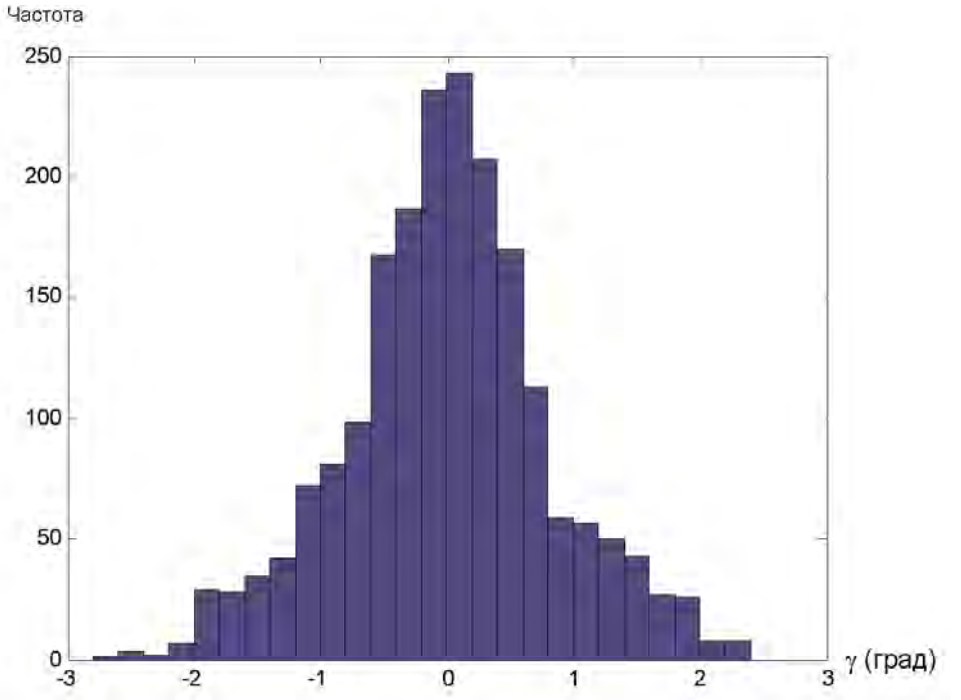

Рис. 8. Гистограмма угла крена по результатам моделирования автоматической посадки Ан-148 по методу Монте-Карло ($N = 2{,}3\times10^6$)

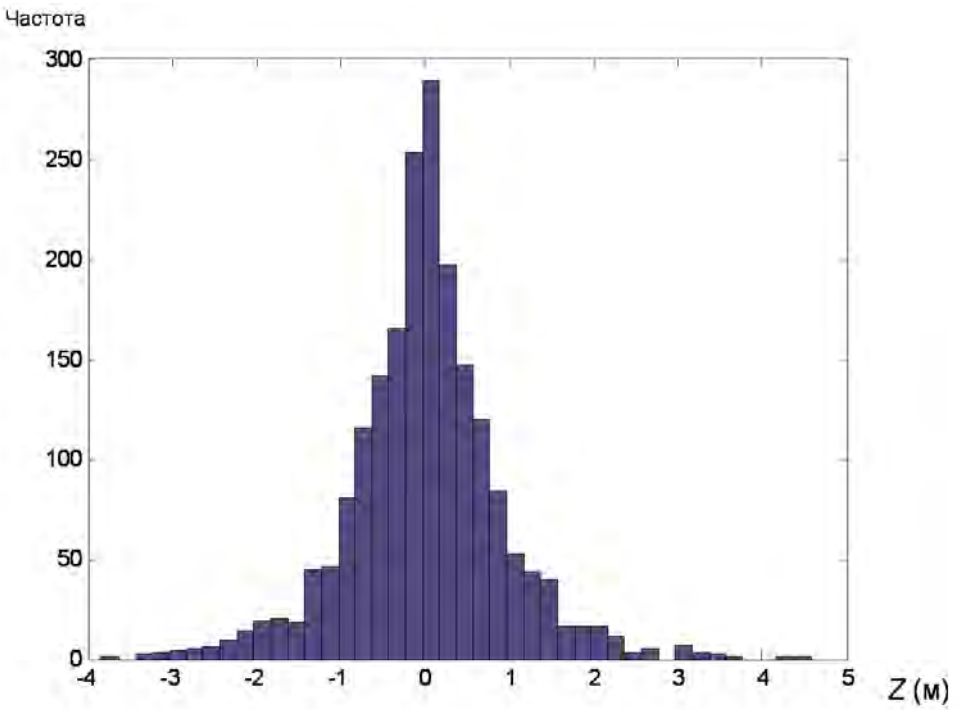

Рис. 9. Гистограмма бокового отклонения по результатам моделирования автоматической посадки Ан-148 по методу Монте-Карло ($N = 2{,}3\times10^6$)

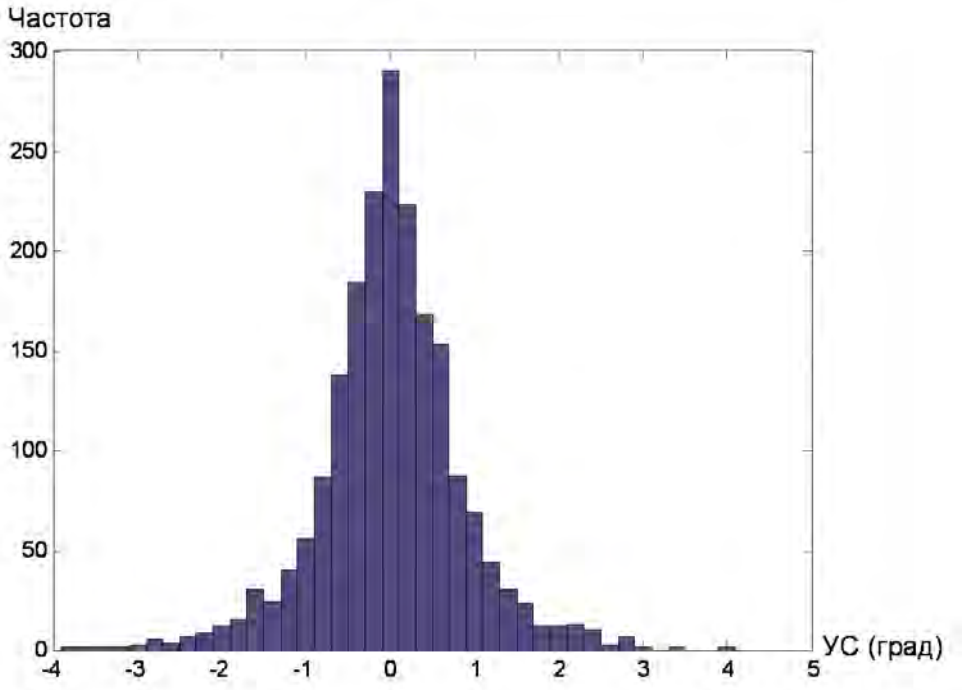

Рис. 10. Гистограмма угла сноса по результатам моделирования автоматической посадки Ан-148 ($N = 2{,}3\times10^6$)

2. Из рассмотрения функций распределения следует, что в центральной части (вероятности 0,01÷0,99) наблюдается хорошее совпадение с нормальным законом, а отклонения от нормальности начинаются в хвостах распределений. Этому факту можно дать техническое обоснование: система автоматической посадки самолета является нелинейной и при больших отклонениях воздействующих на нее случайных факторов от их средних значений эти нелинейности проявляются, и законы распределения, соответственно, изменяются. Таким образом, во всем диапазоне изменения характеристик в отличие от классических подходов нельзя использовать какой-либо один закон распределения, а только некоторую комбинацию различных законов.

Была предпринята попытка использовать смесь двух нормальных распределений, однако при этом «портится» центральная часть [7].

В результате была выбрана кусочная аппроксимация функции распределения.

3. Для аппроксимации хвостов распределения могут быть выбраны различные законы, ограниченные слева (при необходимости ограничений справа рассматриваются модули). При этом подбор того или иного закона строго индивидуален для каждой отдельной характеристики и каждого типа самолета.

4. Из теории интерполяции известно, что чем меньше интервал интерполяции, тем лучше совпадение с экспериментальными точками. Так как для решения задачи экстраполяции на ненаблюдаемые хвосты распределений нас не

интересует описание всей функции распределения, а только начальной или конечной ее части, выбор объема упорядоченной выборки, необходимой для аппроксимации нужно производить из условия компромисса между точностью статистических оценок моментов подбираемого теоретического распределения и точностью интерполяции.

В качестве иллюстрации к предложенному подходу приведены результаты аппроксимации правого хвоста функции распределения дальности касания на основе состыковки нормального распределения с рядом других распределений (Парето, усеченным и неусеченным нормальным) [7].

Распределение Парето, описывает распределение случайной величины, большей (меньшей) некоторого фиксированного значения C_0.

Распределение Парето имеет вид

$$F(x) = 1 - \left(\frac{C_0}{x}\right)^a \text{ при } x \geq C_0.$$

Оценкой методом моментов единственного параметра является оценка

$$\hat{\alpha} = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\overline{V}}\right)^2},$$

где оценка коэффициента вариации

$$\overline{V} = \frac{S}{\overline{x}}; \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i; \; S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2,$$

а точность этой асимптотически нормальной оценки характеризуется дисперсией [3]

$$D(V) = \frac{V^2}{2n}.$$

Степень усечения равна

$$F_{\text{ус}} = \frac{n_{\text{выборки}} - n_{\text{ус}}}{n_{\text{выборки}} + 1},$$

где $n_{\text{ус}}$ — число измерений в исследуемой хвостовой части.

Согласование распределения Парето с усеченным исходным распределением производится по формуле $F = F_{\text{Парето}}(1 - F_{\text{ус}}) + F_{\text{ус}}$.

Пример 1

Исследование одного из вариантов дальности касания самолета Ан-148

$n_{\text{ус}} = 141$; $C_0 = 730$ м; $n_{\text{выборки}} = 300000$; $\overline{x} = 763{,}44$ м; $S = 31{,}6$ м; $\overline{\alpha} = 25{,}2$.

Степень усечения

$$F_{\text{ус}} = \frac{300000 - 141}{300001} = 0{,}999527.$$

Расчетное значение x при $F_{\text{Парето}} = 141/142 = 0{,}992958$:

$x_{\text{р}} = 890$ м; экспериментальное значение $x_{\text{э}} = 870$ м. Таким образом, происходит некоторая «переоценка» $c = 20$ м дальности.

Прогнозируемое значение для $F = 0{,}999999$ определяется по распределению Парето для $F_{\text{Парето}} = (0{,}999999 - 0{,}999527)/(1 - 0{,}000527) = 0{,}997886$ и составляет $x^*_{\text{пр.}} = 932$ м или с учетом поправки на «переоценку» $x^*_{\text{пр.}} = 932 - 20 = 912$ м.

Заметим, что для экстраполяции на ненаблюдаемый хвост распределения выбор степени усечения должен производиться путем компромисса между точностью интерполяции (чем больше интервал интерполяции, тем меньше ее точность) и точностью оценки, пропорциональной объему усечения.

Пример 2

Исследование влияния объема выборки

$n_{\text{ус}} = 20$; $C_0 = 800$ м; $n_{\text{выборки}} = 300000$; $\bar{x} = 828{,}765$ м; $S = 22{,}87$ м; $\bar{\alpha} = 37{,}25$.

$$F_{\text{ус}} = \frac{300000 - 20}{300001} = 0{,}99993.$$

$$F_{\text{Парето}} = \frac{20}{21} = 0{,}9525381.$$

$x_{\text{р}} = 867{,}96$ м; $x_{\text{э}} = 869{,}9$ м; $x_{\text{пр.}} = 896{,}9$ м.

Точность оценки V определяется доверительным интервалом [3]

$$\bar{V}\left(1 - \frac{U_{1-\alpha/2}\bar{V}}{\sqrt{2n}}\right) \le V \le \bar{V}\left(1 + \frac{U_{1-\alpha/2}\bar{V}}{\sqrt{2n}}\right)$$

и составляет при $\alpha = 0{,}05$ $0{,}991\bar{V} \le V \le 1{,}009\bar{V}$,

т. е. уже при $n_{\text{ус}} = 20$ статистическим разбросом коэффициента вариации V, а следовательно, и параметра, можно пренебречь.

Для аппроксимации хвостовой части могут быть использованы и другие распределения вероятностей, например, усеченное нормальное.

Как известно, при усечении слева математическое ожидание и дисперсия исходного нормального и усеченного распределений связаны соотношениями:

$$m_{\text{ус}} = m + \sigma\frac{Z}{F}; \quad \sigma^2_{\text{ус}} = \sigma^2\left[1 - \frac{Z^2}{F^2} - \frac{m - C_0}{\sigma}\left(\frac{Z}{F}\right)\right], \qquad (1)$$

где $Z = \varphi(C_0 - m/\sigma)$; $F = 1 - \Phi(C_0 - m/\sigma)$ — соответственно значения плотности и функции нормального распределения вероятностей [1]. Поскольку мы имеем значения эмпирического закона распределения, соответствующие расчеты достаточно просты.

Пример 3
Использование нормального закона распределения
$n_{ус}$ =141; $C_0 = x_{(1)}$ = 730,198 м; $m_{ус} = \overline{x} = 763,44$ м ; $\sigma_{ус} = S$ = 31,6 м;

$$\Phi = 1/142 = 0,007;\ 1 - \Phi = 0,993.$$

Далее по таблицам нормального распределения имеем

$$\frac{C_0 - m}{\sigma} = -2,458; \quad \varphi = 0,0195$$

и из (1): σ = 32, 4 м, m = 762,8 м.

Расчетное значение $x_р = m + U_{0,993}$ = 842,44 м; экспериментальное значение $x_э$ = 867,95 м. Таким образом, наблюдается некоторая «недооценка» с = 25 м.

Сравним полученный результат с результатом аппроксимации нормальным распределением без усечения.

Тогда расчетное значение будет $x_р$ = 763,44 + 2,458×31,6= 841,11 м, т. е. практически совпадает с усеченным случаем.

Пример 4
Исследование влияния объема выборки
$n_{ус}$ =20; $C_0 = x_{(1)}$ = 801,811 м; $\overline{x}$ =828,765 м; S = 22,87 м;

$$\Phi = \frac{1}{21} = 0,0476; \quad 1 - \Phi = 0,9524;$$

$$\frac{C_0 - m}{\sigma} = -1,669; \quad \varphi = 0,099;$$

$$\sigma = 25,33 \text{ м}, \quad m = 826,13 \text{ м}.$$

Расчетное значение $x_р = m$ + 1,669 = 868,4 м, что практически совпадает как с экспериментальным значением (867,98 м), так и с расчетным значением при аппроксимации распределением Парето (869,9 м).

Без учета усечения нормального распределения получим расчетное значение $x_р$ = 828,765 + 1,669 × 22,87= 866,93 м, т. е. также имеем хорошее совпадение с экспериментальным значением.

И, в заключении, рассчитаем прогнозируемое значение для $U_{0,999999}$ с учетом и без учета усечения.

$x_{пр\ ус}$ = 826,13 + 2,189 × 25,33= 881,58 м.

$x_{пр}$ = 828,765 + 2,189 × 22,87= 878,83 м.

Более строго при определении расчетного и прогнозируемого значений при малом объеме выборки нужно использовать не квантили нормального распределения, а квантили распределения Стьюдента.

Тогда прогнозируемое значение без учета усечения определяется, как $x_{пр} = 828{,}765 + 2{,}4 \times 22{,}87 = 883{,}6$ м, что несколько лучше, чем при аппроксимации распределением Парето.

Однако, поскольку аппроксимация распределением Парето дает «переоценку», а аппроксимация нормальным распределением — «недооценку», использование распределения Парето предпочтительнее, т. к. обеспечивает некоторую гарантию полученных результатов.

Помимо статистической погрешности при определении параметра распределения Парето, на результат может также повлиять неточность определения вероятности, соответствующей точке усечения. Для исследования этой погрешности будем использовать метод определения доверительного интервала на выборочный квантиль X_{pi}, приведенный в [3]. Согласно этому подходу выборочный квантиль X_{pi} имеет асимптотически нормальное распределение, а для получения доверительного интервала предложена простая процедура: от исследуемой порядковой статистики X_{pi} нужно отсчитать в вариационном ряду влево и вправо округленное до целого числа измерений $\sqrt{P_i \times (1-P_i) \times n} \times U_{\frac{1+\gamma}{2}}$, где $U_{\frac{1+\gamma}{2}}$ — квантиль стандартного нормального распределения; γ — доверительная вероятность; $\sqrt{P_i \times (1-P_i) \times n}$ — среднеквадратическое отклонение.

Пример 5

Для данных примера 1 проведем оценку точности определения $F_{ус} = 0{,}000527$ при $\gamma = 0{,}95$.

$$\sqrt{P_i \times (1-P_i) \times n} \times U_{\frac{1+\gamma}{2}} = \sqrt{0{,}999527 \times (1-0{,}99527) \times 300000} \times 1{,}96 = 23{,}3 \approx 23.$$

Тогда $F_{ус}^{в} = \dfrac{300000 - (141+23)}{300001} = 0{,}99945;$

$$F_{ус}^{н} = \frac{300000 - (141-23)}{300001} = 0{,}9996;$$

$$F_{Парето}^{в} = \frac{164}{165} = 0{,}9939;\ F_{Парето}^{н} = \frac{118}{119} = 0{,}9916 \text{ (вместо } 0{,}9929).$$

Соответствующие расчетные значения дальности будут: $X_{Р}^{н} = 883$ м; $X_{Р}^{в} = 893$ м (вместо $X_{Р} = 890$ м).

Прогнозируемые на 0,999999 значения дальности будут: $X_{ПР}^{н} = 926$ м; $X_{ПР}^{в} = 938$ м (вместо $X_{Р} = 932$ м).

При этом погрешность составляет ± 6 м.

Пример 6

Для данных примера 2 соответственно получим: $F_{ус} = 0{,}99993$;

$$\sqrt{P_i \cdot (1-P_i) \cdot n} \cdot U_{\frac{1+\gamma}{2}} = \sqrt{0{,}99993 \cdot (1-0{,}99993) \cdot 300000} \cdot 1{,}96 = 8{,}98 \approx 9.$$

$$F_{\text{ус}}^{\text{в}} = \frac{300000-(20+9)}{300001} = 0{,}9999.$$

$$F_{\text{ус}}^{\text{н}} = \frac{300000-(20-9)}{300001} = 0{,}99996.$$

$$F_{\text{Парето}}^{\text{в}} = \frac{29}{30} = 0{,}966;\ F_{\text{Парето}}^{\text{н}} = \frac{11}{12} = 0{,}916 \text{ (вместо 0,9525).}$$

Соответствующие расчетные значения дальности будут: $X_{\text{Р}}^{\text{н}} = 855$ м; $X_{\text{Р}}^{\text{в}} = 879$ м (вместо $X_{\text{Р}} = 868$ м).

Прогнозируемые значения дальности будут: $X_{\text{ПР}}^{\text{н}} = 883$ м; $X_{\text{ПР}}^{\text{в}} = 906$ м (вместо $X_{\text{Р}} = 897$ м).

Приведенный подход является упрощенным, т. к. учитывает только нижнюю и верхнюю границы точки усечения и не учитывает изменений параметров распределения Парето, вызываемых смещением точки усечения.

Пример 7

Для данных примера 2 рассмотрим наиболее неблагоприятную границу.

При сдвиге точки усечения влево на 9 позиций получим:

$C_0 = 786$ м; $\overline{X} = 763{,}44$ м; $S = 26$ м; $\alpha = 32{,}4$.

В результате расчетное и прогнозируемое значения дальности будут:

$X_{\text{Р}} = 873$ м; $X_{\text{ПР}} = 906$ м.

Таким образом, учет изменений параметров распределения Парето не только не ухудшает, а несколько компенсирует полученный в примере 6 результат.

Так как статистическое моделирование автоматической посадки самолета Ан-148 производится «порциями», в заключение приведена логическая схема принятия решений в процессе моделирования (рис. 11), позволяющая в случае необходимости вовремя прервать процесс моделирования и сократить тем самым время и затраты на него.

В заключение заметим также, что, несмотря на то, что подбор аппроксимирующего распределения индивидуален для каждой характеристики автоматической посадки и для каждого типа самолета, расчеты и соответствующие программы настолько просты, что проведение исследований, подобных приведенных в примерах, не представляет какой-либо сложности. Предлагаемый метод может быть с успехом использован для экспресс-анализа при обработке систем автоматической посадки самолетов по III категории.

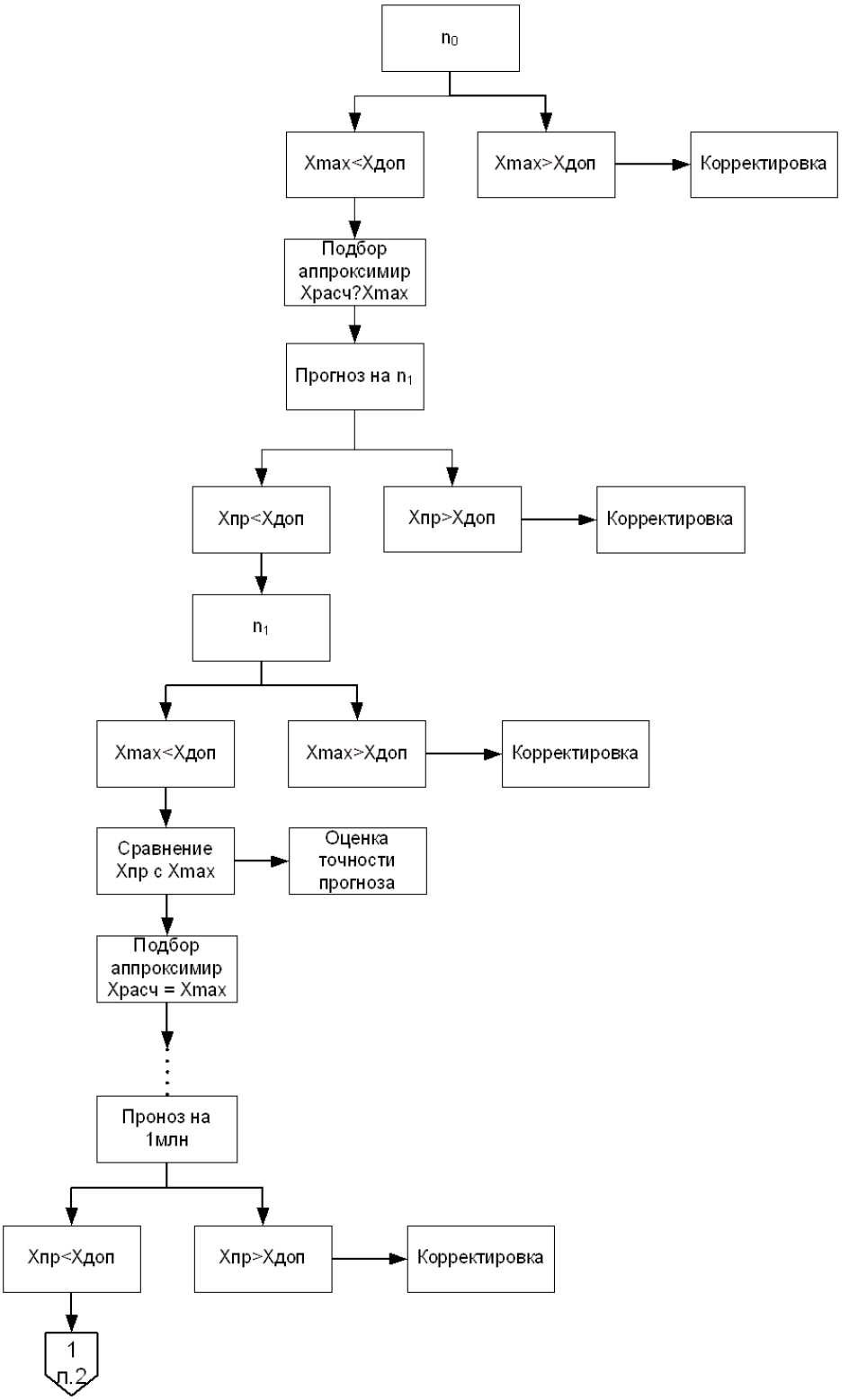

Рис. 11. Схема принятия решений (начало)

Рис. 11. Схема принятия решений (окончание)

Литература

1. Безопасность и надежность технических систем. // Л.Н. Александровская, И.З. Аронов, В.И. Круглов и др.: Учебное пособие. — М.: Университетская книга, Логос, 2008.

2. Лапидус В.А. Система статистического управления процессами. Система Шухарта. // Надежность и контроль качества, №№5-8, 1999.

3. Г. Дейвид. Порядковые статистики. — М.: Наука, 1979.

4. Г. Крамер. Математические методы статистики. — М.: Мир, 1978.

5. М. Дж. Кендалл, А. Стьюарт. Теория распределений. — М.: Наука, 1966.

6. Shakarian A. Application of Monte-Carlo techniques to the 757/767 auto land dispersion analysis by Simulation. // AIAA Guidance and Control Conference, New York, USA, 1983.

7. С.П. Крюков, С.Д. Бодрунов, Л.Н. Александровская и др. Методы анализа и оценивания рисков в задачах менеджмента безопасности сложных технический систем. — Спб.: Корпорация «Аэрокосмическое оборудование», 2007.

УДК 629.73.02; 681.5.01

МОДЕЛИРОВАНИЕ СРЕДСТВ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ ПИЛОТА НА ЭТАПЕ ВЗЛЕТА САМОЛЕТА

А.М. ШЕВЧЕНКО, к.т.н., с.н.с
Г.Н. НАЧИНКИНА, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН),
Ю.И. СОЛОННИКОВ, ОАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

С целью снижения стрессовых нагрузок и улучшения ситуационной осведомленности пилота на этапе взлета воздушных судов в работе предлагаются алгоритмические методы оценивания текущего и прогнозирования будущего движения с использованием энергетического подхода к управлению полетом летательных аппаратов. На основе полученных оценок рассчитывается необходимая длина разбега воздушного судна по взлетно-посадочной полосе, после которой возможен разгон до минимальной эволютивной скорости и набор высоты для пролета над высотным препятствием. Приводятся результаты моделирования взлета пассажирского самолета в различных вариантах загрузки и при наличии высотных препятствий по курсу взлета на разном удалении от конца взлетно-посадочной полосы.

MODELING OF THE PILOT INFORMATION SUPPORT TOOLS AT THE AIRCRAFT TAKEOFF STAGE

A. M.SHEVCHENKO, PhD in Engineering,
G. N. NACHINKINA, The Institute of Control Sciences, RAS, Moscow, Russia
Y. I. SOLONNIKOV, 'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' JSC

For the purpose of the pilot psychological loadings decreasing and the situational awareness improvement at the stage of an aircraft takeoff the algorithmic methods of current state estimation and of future movement forecasting with use of the energy approach are offered in the given work. On the basis of received estimates the necessary takeoff ground roll distance is calculated, after which the acceleration up to minimum controllable airspeed and climbing sufficient for flight above a high-altitude obstacle are possible. The results of passenger aircraft takeoffs modeling with various loads at presence of high-altitude obstacles on different distances from the runway end are presented.

Введение

Выполнение полетного задания обычно включает несколько этапов, характеризующихся как интенсивным маневрированием, так и ограниченностью ресурсов управления для достижения некоторых терминальных состояний. Наиболее критичными являются этапы взлета и посадки, выполняемые с обязательным участием пилота. Проведенные исследования аварийных ситуаций за рубежом указывают на то, что на этапах взлета и посадки происходит более половины общего числа аварий. В табл. 1. приведены данные

по распределению аварийности на разных этапах полета, взятые из сводного отчета компании Boeing по анализу причин и обстоятельств аварийных ситуаций в мире среди самолетов гражданской авиации за 1959-2011 гг. [1]

Табл. 1. Данные по распределению аварийности на разных этапах полета

Как следует из анализа данных, на этапах взлета и посадки происходит более половины всех катастроф, а только на наземных участках (разбега и торможения) – 37% притом, что длительность этих участков составляет всего 2% от средней длительности полета.

В том же источнике приведены данные по процентному распределению причин аварий (табл. 2). Эти данные указывают на то, что человеческий фактор является основным источником аварий на пассажирских самолетах. Хронологический анализ не выявил тенденции к снижению аварийности. Более того, опубликованные данные по состоянию отечественного парка самолетов [2] показывают, что по мере совершенствования техники доля авиационных происшествий, связанных с техническими недостатками систем самолетов и их характеристик, уменьшалась с 40% до 15%, а росла доля происшествий с 50% до 80%, обусловленных нарушениями в работе персонала, в основном экипажа.

Роль и ответственность пилота возрастают на критических этапах и при возникновении нештатных ситуаций. Вместе с тем, дефицит времени для принятия решений и необходимость оценивания нетипичной ситуации приводят к стрессовым состояниям пилота. Вполне очевидно, что любые средства формирования независимого, объективного образа полета будут способствовать адекватной реакции пилота на текущие события и тем самым повышать безопасность эксплуатации авиационной техники. С целью повышения ситуационной уверенности пилота в работе предложены алгоритмические средства

информационной поддержки для принятия решения на взлете при наличии высотных препятствий по курсу взлета.

Табл. 2. Данные по процентному распределению причин аварий

Причины катастроф		1950 гг.	1960 гг.	1970 гг.	1980 гг.	1990 гг.	2000 гг.	Среднее
Человеческий фактор	Собственные ошибки пилота	40	32	24	25	27	26	29
	Ошибки, обусловленные погодой	11	18	14	17	21	17	16
	Ошибки, обусловленные отказами техники	7	5	4	2	4	3	5
	Всего ошибок пилота	58	55	42	44	52	46	50
Другие ошибки человека		0	8	9	6	8	8	6
Погода		16	10	13	15	9	9	12
Отказы техники		21	20	23	21	21	28	22
Противодействие		5	5	11	13	10	9	9
Другие причины		0	2	2	1	0	1	1

Вопросам улучшения качества управления на критических этапах полета и тем самым снижения риска возникновения летных происшествий посвящено множество работ [3-7].

Все они основаны на знании номинальных аэродинамических характеристик или использовании нормированных диаграмм для коррекции основных маневров на взлете в зависимости от априори известных факторов: температуры, высотности аэродрома, уклона ВПП, вектора скорости ветра и др. Как отмечалось в ряде исследований [3, 4, 8], существующая методика принятия решения на взлете, основанная только на моменте достижения самолетом так называемой скорости принятия решения V_1, не может предотвратить авиационных происшествий, причиной которых бывают заниженные разгонные характеристики самолета, потеря тяги, превышение допустимой массы, неисправность тормозов или отклонение погодных условий от ожидаемых.

Концептуально основная идея работы находится в русле новых взглядов на управление в классе терминальных алгоритмов с фиксированной функцией цели.

В данной работе находятся условия достижимости конечного состояния, и определяется резерв дальности по траектории до возникновения критической ситуации.

Найден алгоритм оценивания текущего и прогнозного энергетического состояния воздушного судна, что позволяет рассчитать его граничное положение на взлетно-посадочной полосе, после которого достигается желаемое конечное состояние в процессе взлета и набора необходимой высоты. Приводятся результаты моделирования взлета пассажирского самолета в различных вариантах загрузки и при наличии высотных препятствий по курсу взлета на разном удалении от конца взлетно-посадочной полосы.

1. Основные соотношения энергетического подхода

Основы алгоритмических методов оценивания текущего и прогнозирования будущего движения воздушного судна были сформулированы ранее в работе [9]. Методы базируются на энергетическом подходе к управлению полетом летательных аппаратов [10,11]. С позиций этого подхода движение ЛА рассматривается в терминах его полной энергии и ее составляющих — потенциальной и кинетической. Количественные соотношения между источником и потребителями энергии выражены в форме уравнения баланса энергий:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^D + \Delta H_E^w.$$

Уравнение записано в форме приращений удельной энергии движения:

$$H_{\text{E}}(*) = E(*)/mg = h + V^2/2g.$$

Удельная энергия имеет размерность метров, поэтому она называется также энергетической высотой. Здесь ΔH_{E} — приращение энергетической высоты, $\Delta H_E^{\text{дв}}$ – удельная работа двигателя, ΔH_E^D – затраты энергии на преодоление всех внешних сил — лобового сопротивления, тормозной системы, трения и др., ΔH_E^w – работа ветра.

Для каждого члена уравнения баланса энергий найдены аналитические выражения:

$$\Delta H_E = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} \left(\theta + \frac{\dot{V}_{\text{в}}}{g} \right) dt, \quad \Delta H_E^{\text{дв}} = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} P_{\text{н}} \cos\left(\alpha_{\text{в}} + \varphi_{\text{дв}} \right) dt,$$

$$\Delta H_E^D = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} D_{\text{н}} dt, \quad \Delta H_E^w = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} f_w dt,$$

θ — угол наклона траектории; $V_{\text{в}}$ — воздушная скорость; $P_{\text{н}}$ — тяга двигателя, нормированная весом самолета; $D_{\text{н}}$ — нормированная равнодействующая всех внешних сил; $\alpha_{\text{в}}$ — угол атаки крыла; $\varphi_{\text{дв}}$ — угол установки двигателя; $f_w \cong \dot{W}_x / g - W_y / V_{\text{в}}$ – так называемый фактор ветра, а W_x и W_y — горизонтальная и вертикальная составляющие ветра.

2. Метод прогнозирования безопасного пролета над препятствием

В условиях высокой интенсивности воздушных операций повышается вероятность ситуаций, требующих безотлагательного принятия решений, когда самолет находится непосредственно в пределах ВПП.

На этапе разбега при пониженной тяговооруженности по причине отказа двигателей или в условиях высокогорья, или при повышенной температуре воздуха, или при предельных полезных нагрузках требуется оценить способность самолета осуществить разбег до взлетной скорости в пределах ВПП и набрать достаточную высоту для пролета над препятствиями в виде искусственных сооружений или естественных возвышений рельефа местности по курсу взлета.

Схематично траектория и ограничения на взлете показаны на рис. 1.

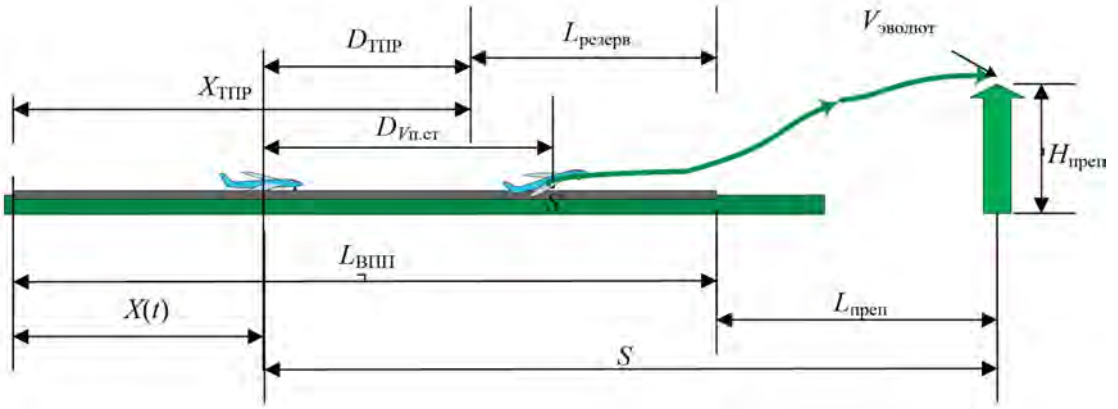

Рис. 1. Координаты характерных точек на этапе взлета

$H_{преп}$ и $L_{преп}$ — высота препятствия и дальность до него,
$V_{эволют}$ — минимальная скорость устойчивого горизонтального полета,
S — дистанция накопления кинетической энергии,
$L_{ВПП}$ — длина взлетно-посадочной полосы,
$D_{ТПР}$ — дальность до точки принятия решения (ТПР),
$X_{ТПР}$ — координата точки принятия решения, $X_{ТПР} = x(t)\big|_{D=0}$,
$L_{резерв}$ — резерв разбега от ТПР.

Для устойчивого полета самолет должен иметь скорость не ниже некоторой эволютивной $V_{эволют}$, известной для каждого самолета. Таким образом, полная энергия движения в момент преодоления препятствия $E_{Hпреп}$ должна содержать необходимый минимум кинетической составляющей и запас потенциальной, которые и определяют достижимую высоту $H_{преп}$ пролета над препятствием:

$$E_{H_{преп}} = m\frac{V^2_{эволют}}{2} + mgH_{преп}. \quad (1)$$

Величина полной накопленной энергии в конце какого-либо маневра складывается из текущей кинетической и работе всех внешних сил F_i на траектории маневра. Траектория подлета к препятствию включает наземный и воздушный участки.

Считая малыми углы набора высоты, будем отождествлять пространственную траекторию и ее проекцию длиной S.

Тогда спрогнозированная накопленная энергия на пути подлета к препятствию будет выражаться формулой:

$$E(t)_{forecast} = m\frac{V(t)^2}{2} + mgh(t) + S\sum_i F_i(t), \quad (2)$$

где $\sum_i F_i$ — сумма всех внешних сил: тяги двигателя, аэродинамического сопротивления, трения качения и торможения.

Моделирование или прямое измерение всех действующих сил является нетривиальной задачей. Наиболее значимыми из них являются тяга двигателя, аэродинамические силы при наличии ветра, реакция со стороны шасси и др. Влияние равнодействующей всех этих сил проявляется в виде ускорения.

В предлагаемой методике сумма действующих сил естественным образом вычисляется через продольное ускорение

$$\sum_i F_i(t) = ma(t), \tag{13}$$

которое на борту обычно определяется по измеряемой перегрузке

$$a(t) = gn_x(t).$$

Приравнивая выражения для необходимой (1) и прогнозной (2) энергий с учетом эквивалентной замены (3), в процессе разбега можно найти длину впередилежащего участка траектории, необходимого для накопления недостающей полной энергии.

$$D = \frac{g}{a(t)}\left(H_{\text{преп}} - h(t)\right) + \frac{\left(V_{\text{эволют}}\right)^2 - V(t)^2}{2a(t)} - L_{\text{преп}}.$$

В точке траектории, где прогнозируемая длина этого участка обнуляется, прогнозная величина энергии будет достаточной для пролета над препятствием с требуемой скоростью. Эта точка названа точкой принятия решения о безопасном взлете: $X_{\text{ТПР}} = x(t)\big|_{D=0}$.

В отличие от методики взлета, предписываемой руководствами по летной эксплуатации, методика прогнозирования полной энергии гарантирует возможность взлета не в момент достижения скорости принятия решения, а намного раньше и в координатах дальности, привязанных к взлетной полосе.

Предполагается, что интенсивный маневр подъема носового колеса будет начат после достижения скорости отрыва, а набор высоты будет выполнен в соответствии с нормами летной годности с допустимым углом наклона траектории, известным априори для каждого типа самолетов и метеоусловий в зоне аэродрома.

2. Моделирование взлета при наличии препятствий

Апробация методики прогнозирования параметров полета в некоторой критической точке пролета над препятствием была проведена на компьютерном стенде с полной моделью самолета Ту-204-120С в варианте с двигателями RB.211 535.

Вид пульта оператора стенда показан на рис. 2.

Пульт оператора позволял устанавливать массу и центровку самолета, климатические условия, высотность аэродрома и составлять сценарий взлета в соответствии с действующим руководством по летной эксплуатации.

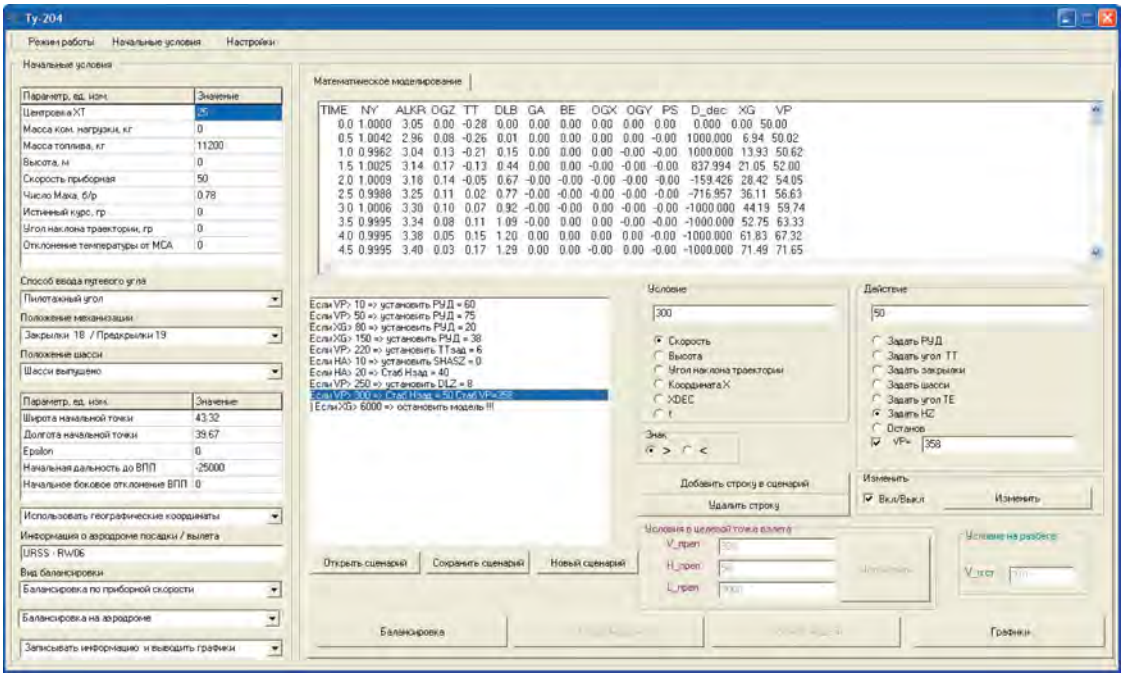

Рис. 2. Главное окно настроек пульта оператора

Целью моделирования было получение множества расчетных точек принятия решения и сопоставление их с рекомендациями стандартных методик пилотирования.

Были выполнены серии взлетов самолета с разной массой — от минимальной до максимальной и расположением препятствий высотой от 50 до 150 м на удалении от конца ВПП от 500 до 3000 м. Особый интерес представляли полеты с имитацией отказа одного двигателя на начальном участке разбега. В процессе взлета фиксировалось положение самолета на ВПП, в котором текущее энергетическое состояние с учетом прогноза движения было достаточным для разгона до минимальной скорости полета и подъема на высоту препятствия в точке его расположения.

На рис. 3, 4, 5 показаны зависимости координаты точки принятия решения ($X_{\text{ТПР}}$) для самолетов с разной взлетной массой от дальности до препятствий высотой 50, 100 и 150 м соответственно. На расстоянии 800 м от точки старта имитировался отказ двигателя. Следует подчеркнуть, что эти данные иллюстрируют не типовые условия на взлете, а относятся к аэродромам с близко расположенными препятствиями. В работе также получены результаты по скоростям и накопленной энергии в процессе разбега, на основании которых сделан вывод о принципиальной возможности прогнозирования решения о взлете.

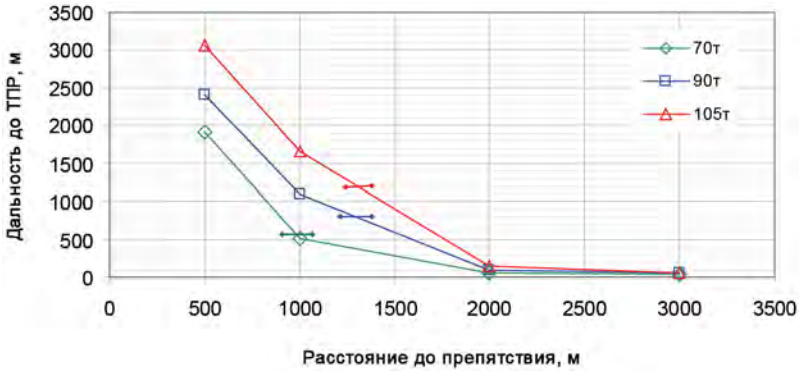

Рис. 3. Высота препятствия 50 м

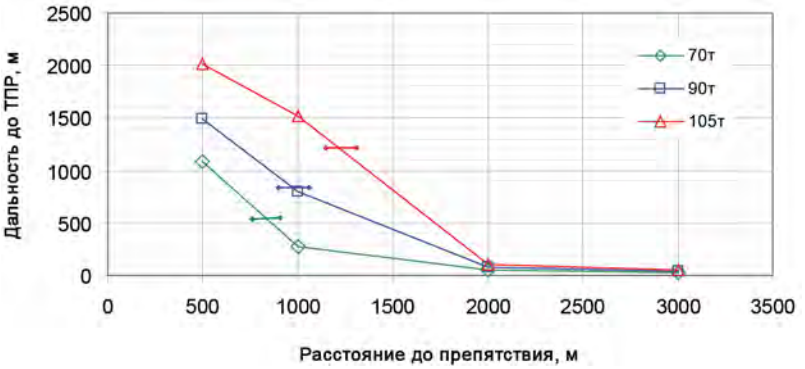

Рис. 4. Высота препятствия 100 м

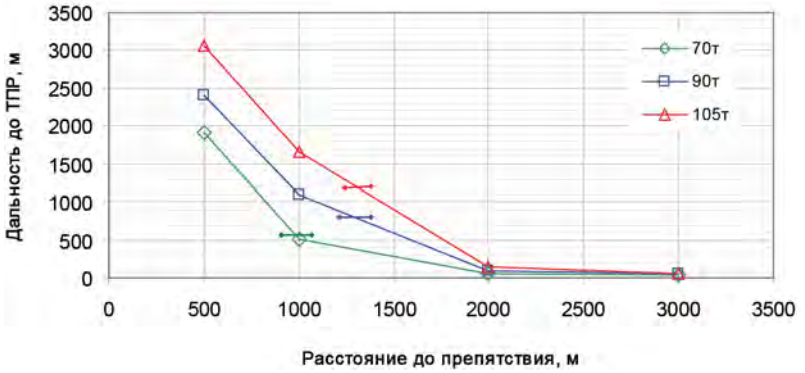

Рис. 5. Высота препятствия 150 м

При больших дальностях до препятствий — свыше 2000 м — прогноз показывает возможность взлета практически с самого начала разбега для самолета с любой, в том числе максимальной взлетной массой. Это вполне объяснимо, так как от точки старта до препятствия длина траектории включает еще наземный участок, в нашем случае это 3250 м.

В ряде экспериментов с имитацией отказа одного двигателя при одновременном подъеме носовой опоры или при перекладке средств механизации крыла наблюдались интервалы движения длительностью 5-7 с, в течение которых из-за снижения продольной перегрузки *Nx* прогноз выдавал запрет на взлет (см. рис. 6).

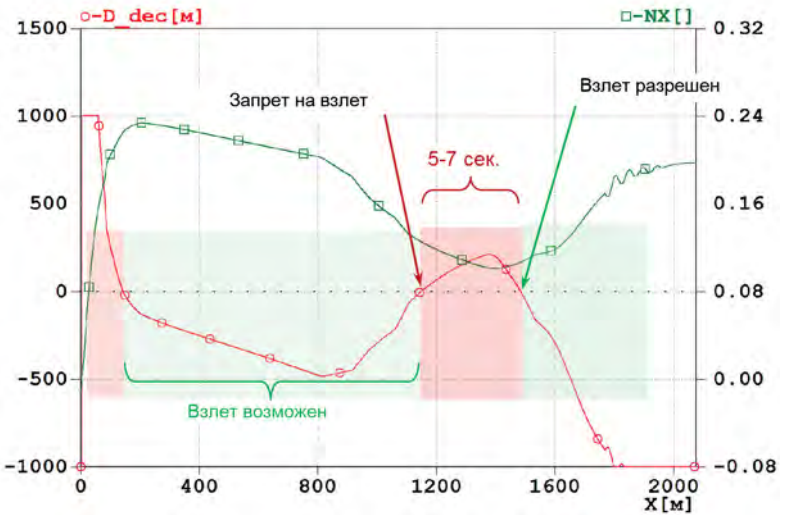

Рис. 6. Высота препятствия 150 м

Такие события должны восприниматься как симптомы возникновения нештатных ситуаций и сигнализировать о необходимости экстренного принятия решения о продолжении или прерывании взлета. Для безошибочного принятия решения необходим учет множества факторов, таких как продолжительность запрета, резерв дистанции торможения, состояние покрытия ВПП, эффективность средств торможения, ветер и др. Поведение самолета в подобных условиях является предметом специального исследования.

Для повышения ситуативной осведомленности весьма полезным считается знание запаса или резерва дальности до обреза взлетной полосы в точке принятия решения. Величина резерва также прогнозируется в процессе разбега:

$$L_{\text{reserv}} = L_{\text{ВПП}} - x(t) - D_{\text{ТПР}}.$$

Метод прогнозирования на основе энергетического подхода позволил получить прогнозную оценку еще одной характерной точки на траектории разбега. Для каждого типа самолета существует минимальная скорость на разбеге $V_{\text{п.ст}}$, при которой разрешен подъем передней стойки шасси для разворота самолет на взлетный угол тангажа. Эта скорость зависит от его взлетной массы, конфигурации крыла и регламентируется техническими условиями на самолет.

Для самолета Ту-204 с закрылками во взлетном положении (18°) в трех исследуемых вариантах загрузки эти скорости равны 210, 228 и 245 км/ч соответственно. В нештатных ситуациях пилот должен оценивать не только возможность продолжения взлета, но и положение самолета на полосе, в котором можно начинать подъем передней стойки. Длина дистанции от текущего положения самолета до достижения скорости подъема вычисляется по формуле:

$$D_{V_{\text{п.ст}}} = \frac{(V_{\text{п.ст}})^2 - V(t)^2}{2a(t)}.$$

В процессе разбега пилоту может выдаваться сообщение о величине необходимой дистанции до точки подъема передней стойки. Объективная оценка этой дальности, в отличие от интуитивной, улучшает ситуативную осведомленность пилота и снижает предпосылки для ошибочных действий. Момент обнуления этой дальности служит сигналом готовности для начала разворота самолета на взлетный угол тангажа.

Найденные по результатам моделирования дальности $D_{V_{\text{п.ст}}}$ нанесены на графики дальностей до точек принятия решений (рис. 3, 4 и 5). Их сопоставление показывает следующее: на аэродромах с препятствиями, расположенными достаточно далеко от задней кромки ВПП, далее 1500 м, условия для взлета наступают раньше, чем достигается скорость подъема передней стойки, которая и является ограничением для начала отрыва от ВПП. В случае близко расположенных препятствий оказывается, что достижение скорости подъема стойки не гарантирует успешного набора высоты. Для этого необходимо накопить достаточный запас энергии, находясь еще на ВПП, т. к. на коротком воздушном участке взлета возможно набрать лишь малую долю от требуемой величины полной энергии. В таких ситуациях разбег должен быть продолжен до точки принятия решения. Исследованные режимы на взлете (в том числе, с максимальной взлетной массой 105 т, с препятствием высотой 150 м на расстоянии 500 м от конца ВПП) можно отнести к нештатным и поэтому сделанные выводы не следует считать противоречащими руководствам по летной эксплуатации.

Выводы

Разработан и исследован метод прогнозирования положения самолета на взлетно-посадочной полосе и достижения им необходимых динамических состояний для начала подъема носовой стойки и для продолжения взлета при наличии высотных препятствий по курсу. Метод основан на оценке энергетического состояния самолета в характерных точках траектории. Результаты могут представлять интерес для эксплуатантов воздушных судов ввиду того, что, следуя данной методике, возможность взлета с гарантированным пролетом над препятствием обосновывается раньше, чем достигается скорость при-

нятия решения, диктуемая руководством по летной эксплуатации. Информационное сообщение о резерве разбега, сформированное в поле зрения пилота, позволит ему соотнести текущую ситуацию с положением самолета на полосе, что улучшит ситуативную уверенность и снизит стрессовые нагрузки.

Литература

1. Statistical Summary of Commercial Jet Airplane Accidents. Worldwide Operations. 1959 20, Boeing. July 2012.

2. Кофман В.Д., Полтавец В.А., Теймуразов Р.А. Сравнительный анализ безопасности полетов отечественных и зарубежных самолетов. // Проблемы безопасности полетов. 2006. 1. С. 6 15.

3. Глубокая М.Г. Бортовая система поддержки принятия решений на этапе взлета пассажирского самолета. // Техника воздушного флота, т. LXXXII, 1 (690), 2008 — С. 21—30.

4. Никифоров С.П. Бортовая система контроля разбега — эффективное средство повышения безопасности взлетов транспортных самолетов // Техника воздушного флота. — 2002. 3—4, С.47-54.

5. Шаров В.Д. Методика оценки вероятности выкатывания воздушных судов за пределы ВПП при посадке. // Научный вестник МГТУ Гражданской Авиации, 122, 2007

6. Завершинский В.В. Устройство для предотвращения выкатывания воздушных судов за пределы взлетно-посадочной полосы. // Российская Федерация. Патент RU2373115, B64D45/00 . Заявка: 2008104973/11, 11.02.2008 (24). Опубликовано: 20.11.2009 (56).

7. Pinder S.D. Aircraft Takeoff Performance Monitoring in Far-Northern Regions: An Application of the Global Positioning System. // Ph.D. thesis. — University of Saskatchewan. — 2002.

8. Ерусалимский М.А. Анализ принятия решения о прекращении или продолжении взлета в авиационных происшествиях и инцидентах. // Aviation Explorer, 07.11.2011.

9. Павлов Б.В., Шевченко А.М. Средства информационной поддержки пилота на этапах взлета и посадки. // Известия Южного федерального университета. Технические науки. — Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011, 3, С. 206-214.

10. Kurdjukov A.P., Nachinkina G.N., Shevtchenko A.M. Energy approach to flight control. // AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control. AAIA Paper 98—4211. Boston, 1998.

11. Павлов Б.В., Шевченко А.М., Начинкина Г.Н. Энергетический подход и его использование для проектирования систем управления полетом. // Российско-американский научный журнал «Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем», вып. 2 (16), том 8. 2003. С.24—43.

Правила оформления материалов, направляемых для опубликования в журнале «Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами»

Для опубликования в журнале принимаются статьи объемом до 20 стр., а также краткие сообщения объемом до 5 стр.

Статья должна иметь аннотацию не более 600 знаков, ключевые слова.

На первой странице должны быть указаны: фамилии и инициалы авторов, полное название текста статьи без сокращений, проставлен индекс УДК.

Материалы должны быть подготовлены в формате *.doc, лист А4, ориентация книжная (вертикальное расположение), шрифт Times New Roman, размер шрифта 12, интервал между строками одинарный, поля (мм): верхнее 22, нижнее 50, левое 30, правое 28, расположение страниц зеркальное. Установить «Автоматическую расстановку переносов».

Формат формул в MathType или Microsoft Equation: Define Sizes, Full 12 pt, Subscript/Superscript 7 pt, Sub-Subscript/Superscript 5 pt, Symbol 18 pt, Sub-Symbol 12 pt.

Иллюстрированный материал представляется в формате *.jpg, *.bmp (разрешение не менее 300 точек на дюйм) или в виде рисунка Word, фрагменты которого объединены в единый объект.

В конце текста указывается информация о каждом авторе: Ф. И. О., ученая степень, ученое звание, полное название организации, должность, почтовый адрес, контактные телефоны (служебный, мобильный или домашний), адрес электронной почты.

В редакцию предоставляется электронный носитель с текстом статьи и ее распечатка в двух экземплярах, подписанная всеми авторами.

К статье прилагается экспертное заключение о возможности ее открытой публикации, рецензия, лицензионный договор.

Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

СОДЕРЖАНИЕ

А. В. Молчанов, А. Е. Серебряков, М. В. Чиркин.
Фильтрация АСМ-изображений подложек зеркал лазерного гироскопа.....2

А. В. Фомичев.
О влиянии возмущений на точность одного способа выставки БИНС 12

Ю. П. Николаев.
Анализ динамической погрешности при вычислении барометрической высоты
полета магистральных самолетов: применение формулы давления Ньютона 28

Л. Н. Александровская, В. Н. Мазур, С. В. Хлгатян, А. Е. Ардалионова.
Метод прогнозирования ненаблюдаемых «хвостов» функций распределения
в задачах оценки соответствия требований к безопасности систем
автоматической посадки самолетов нормам летной годности 38

А. М. Шевченко, Г. Н. Начинкина, Ю. И. Солонников.
Моделирование средств информационной поддержки пилота
на этапе взлета самолета 54