МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ И АВТОМАТИКИ (МИЭА)

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Под общей редакцией доктора технических наук А. Г. Кузнецова

Выпуск 23

Москва
2018

УДК 629.7.054.07

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ САМОЛЕТОВОЖДЕНИЯ

Евгений Дмитриевич КОЛОТИЛОВ, *к. т. н.,*
Павел Евгеньевич ДАНИЛИН, *к. т. н., доцент,*
Наталия Александровна ЗАЙЦЕВА, *д. т. н., профессор*
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru

В статье рассматриваются подходы к проектированию и разработке современных систем самолетовождения. Обсуждаются вопросы перехода от федеративной архитектуры к концепции интегрированной модульной авионики на примере функционального ПО самолетовождения, разрабатываемого для самолета МС-21.

Ключевые слова: *вычислительная система самолетовождения, ИМА, архитектура ПО.*

MODERN FLIGHT MANAGEMENT SYSTEMS DESIGN AND DEVELOPMENT FEATURES

Evgeny D. KOLOTILOV, *PhD in Engineering,*
Pavel E. DANILIN, *PhD in Engineering,*
Nataliya A. ZAITSEVA, *D. Sc. in Engineering, professor*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru

The article considers approaches to the design and development of modern aircraft flight management systems. The issues of transition from federated architecture to the concept of IMA (integrated modular avionics) using the flight management software designed for the MC-21 aircraft as an example are discussed in the article.

Keywords: *flight management system, IMA, software architecture.*

Введение

В настоящее время в России создается современный среднемагистральный самолет МС-21. Одной из задач, стоящих перед разработчиками самолета, является оснащение его современным бортовым оборудованием отечественного производства, по своим характеристикам не уступающим мировым аналогам. Одной из современных тенденций построения бортовых комплексов является переход от федеративной архитектуры («одна система – одна функция») к концепции интегрированной модульной авионики (ИМА), базирующейся на открытой сетевой архитектуре, позволяющей реализовать много функций в одном вычислительном ядре [1]. Данная статья посвящена анализу того, как переход к концепции ИМА отражается на разработке программного обеспечения (ПО) вычислительных систем самолетовождения (ВСС).

Особенности проектирования

От федеративной архитектуры к ИМА. Система самолетовождения является сложной бортовой системой, решающей широкий круг задач, таких как: обеспечение навигации, планирование полета, управление в горизонтальной и вертикальной плоскостях, реализация человеко-машинного интерфейса (ЧМИ) с экипажем через пульты управления и индикаторы и др. [3] Для решения перечисленных задач ВСС взаимодействует с различным бортовым оборудованием. Классическая федеративная архитектура предполагает наличие двух каналов, каждый из которых состоит из вычислителя и многофункционального пульта управления (рис. 1). Информационный обмен как между составными частями ВСС, так и с внешними устройствами осуществляется по каналам ARINC 429 [9].

Возможность перехода к ИМА (рис. 2) обусловлена появлением новых технических возможностей и соответствующей нормативной документации, позволяющей организовать высокоскоростной обмен по цифровой сети передачи данных, изолированное выполнение разнородных приложений на одной вычислительной платформе, определяющей универсальные подходы к разработке человеко-машинного интерфейса.

Далее подробнее рассмотрим отличительные особенности архитектуры ИМА.

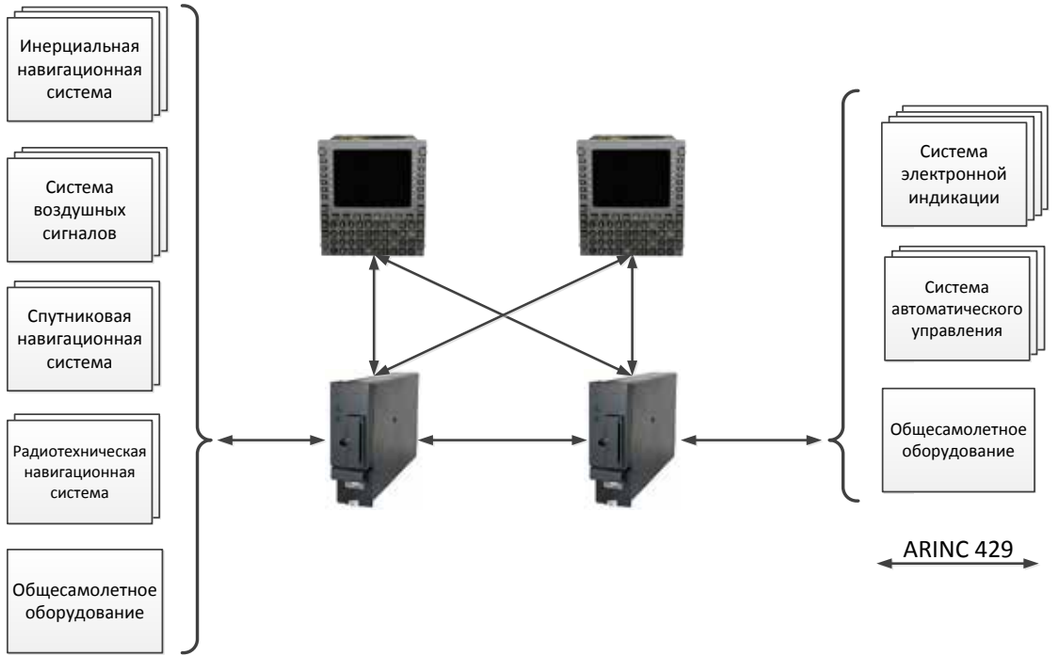

Рис. 1. Федеративная архитектура системы самолетовождения

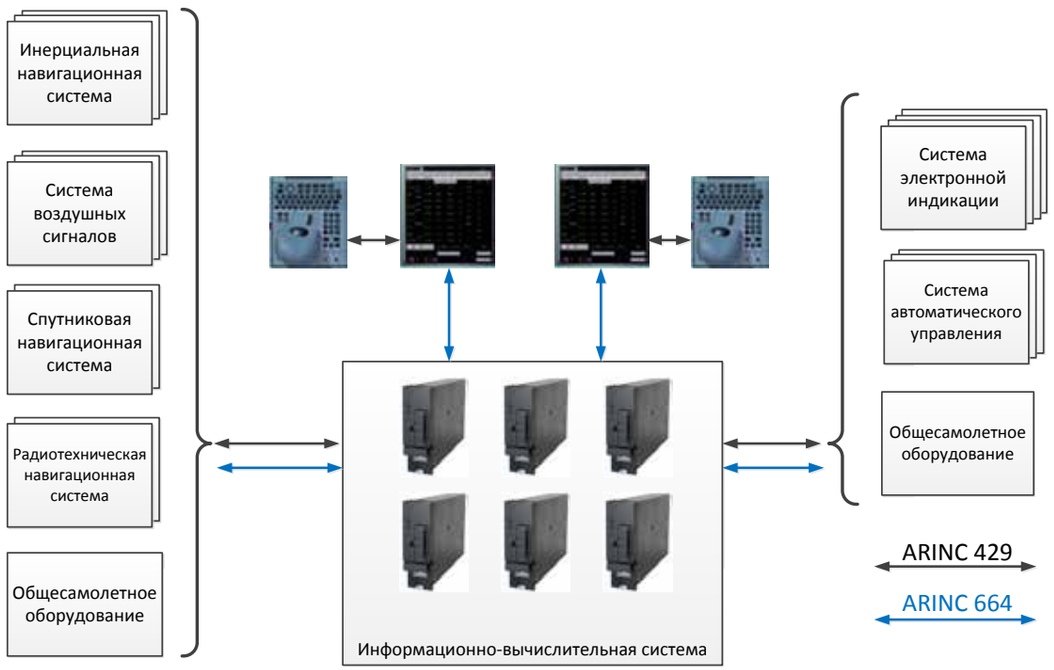

Рис. 2. ИМА архитектура системы самолетовождения

Операционная система ARINC 653. Стандарт ARINC 653 [5], определяет требования к операционным системам реального времени авиационного применения (см. рис. 3). При этом гарантируется пространственная (память) и временная (процессорное время) изоляция различных приложений. Таким образом, на одной вычислительной платформе могут быть одновременно запущены несколько разнородных приложений, при этом сбои в одном из них не оказывают влияние на функционирование других.

Стандарт определяет универсальный интерфейс прикладного ПО APEX (APplication/EXecutive) [5], которым устанавливаются требования к управлению разделами, процессами, временными ресурсами, памятью, коммуникационными сервисами. Благодаря интерфейсу APEX, значительно упрощается переход с одной вычислительной платформы и операционной системы на другую, в перспективе данный подход позволит повторно использовать разработанные компоненты.

Применение операционной системы, соответствующей ARINC 653, позволило решать задачи самолетовождения в виде обособленного программного компонента, размещаемого в вычислительной платформе системы ИМА.

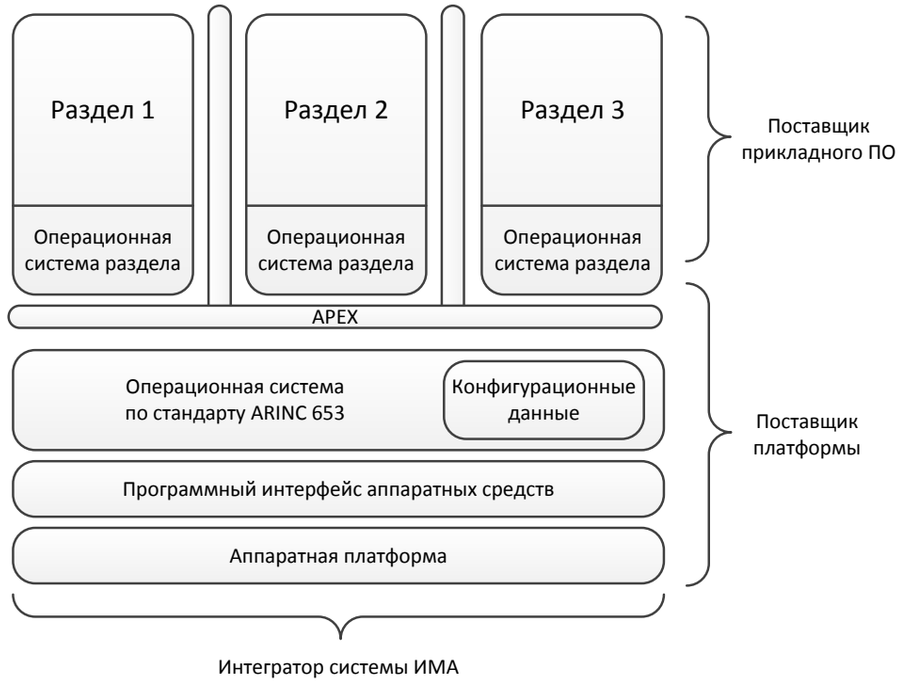

Рис. 3. Архитектура операционной системы ARINC 653

Высокоскоростной канал AFDX. Для обеспечения обмена между аппаратными компонентами системы ИМА применяется высокоскоростной канал AFDX (Avionics Full-Duplex Switched Ethernet), требования к которому определены в стандарте ARINC 664 [6]. Использование высокоскоростного канала дает возможность организовать открытую архитектуру системы ИМА за счет простоты расширения и включения в нее новых приложений и обеспечивает передачу больших объемов информации, что позволяет реализовать функции, которые невозможно было выполнить при использовании классических каналов.

Для стабильной и детерминированной работы бортовой сети предусматривается статическая конфигурация с использованием «виртуальных линий», которые являются аналогами физических каналов, соединяющих два оконечных устройства, в роли которых выступают «порты» раздела операционной системы (см. рис. 4). Каждой виртуальной линии назначаются адреса приемника и передатчика, а также максимальная пропускная способность.

AFDX используется ПО самолетовождения для взаимодействия с навигационными датчиками, системой индикации, бортовым сервером данных, а также для осуществления межмашинного обмена.

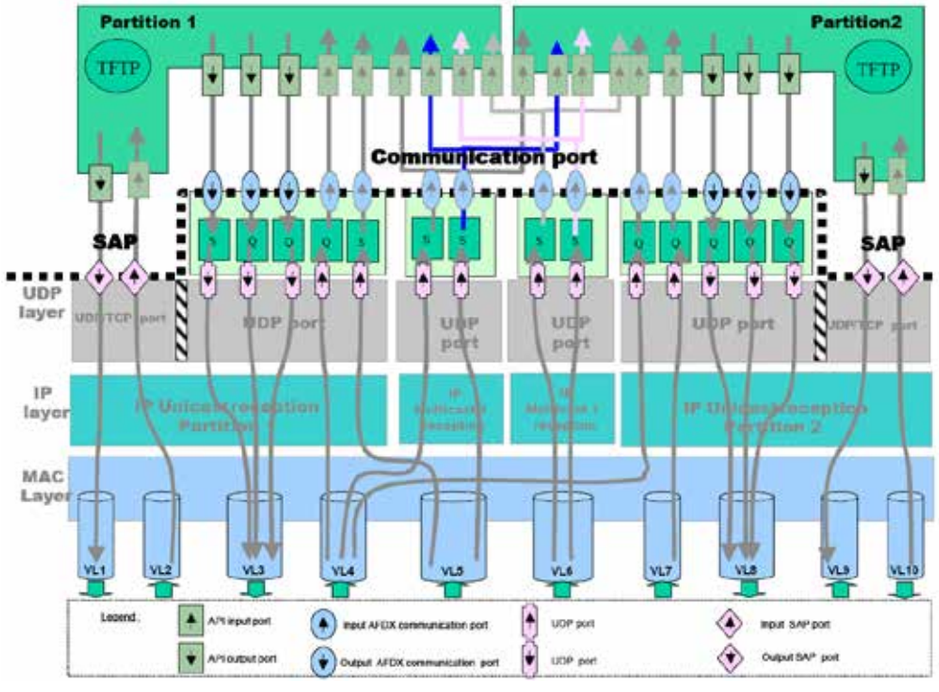

Рис. 4. Структура канала AFDX

Взаимодействие с системой индикации по ARINC 661. В связи с развитием концепции «стеклянной кабины» самолета (использованием широкоформатных жидкокристаллических индикаторов) [10], человеко-машинный интерфейс ПО самолетовождения становится одной из функций системы электронной индикации, а не реализуется отдельным устройством. Стандарт ARINC 661 [7] определяет принципы, по которым осуществляется взаимодействие.

Разработчик ПО самолетовождения на базе стандартизованной библиотеки примитивов создает «файл определения», который содержит информацию о различных страницах, расположении и поведении примитивов на них, и информацию для обработки входных данных.

Базовыми примитивами являются: кнопка, текстовое поле, поле ввода, всплывающая панель и др.

Рис. 5. Страница сервера ARINC 661

С использованием «файла определения», библиотеки примитивов и данных, получаемых от функции ПО самолетовождения, система индикации формирует графическое отображение информации на широкоформатных индикаторах (см. рис. 5). Ввод данных осуществляется при помощи трекбола и клавиатуры. Обмен информацией между системой индикации и ПО самолетовождения осуществляется по каналу AFDX.

Использование данного подхода позволяет вести разработку системы индикации независимо от того, какая информация на нее будет выводиться. Форматы индикации формируют разработчики прикладных приложений. Это позволяет сократить сроки разработки и сертификации, а также упрощает процесс интеграции.

Бортовой сервер данных. Отличительной особенностью системы самолетовождения классически являлась необходимость доступа к аэронавигационной базе данных (АНБД). Однако информация из АНБД на борту требуется не только системе самолетовождения: в системе индикации необходимо отображать текущую навигационную обстановку по маршруту (радионавигационные средства, зоны управления воздушным движением, воздушные трассы, аэродромы и др.), электронному планшету летчика (electronic flight bag, EFB) также требуется информация из АНБД.

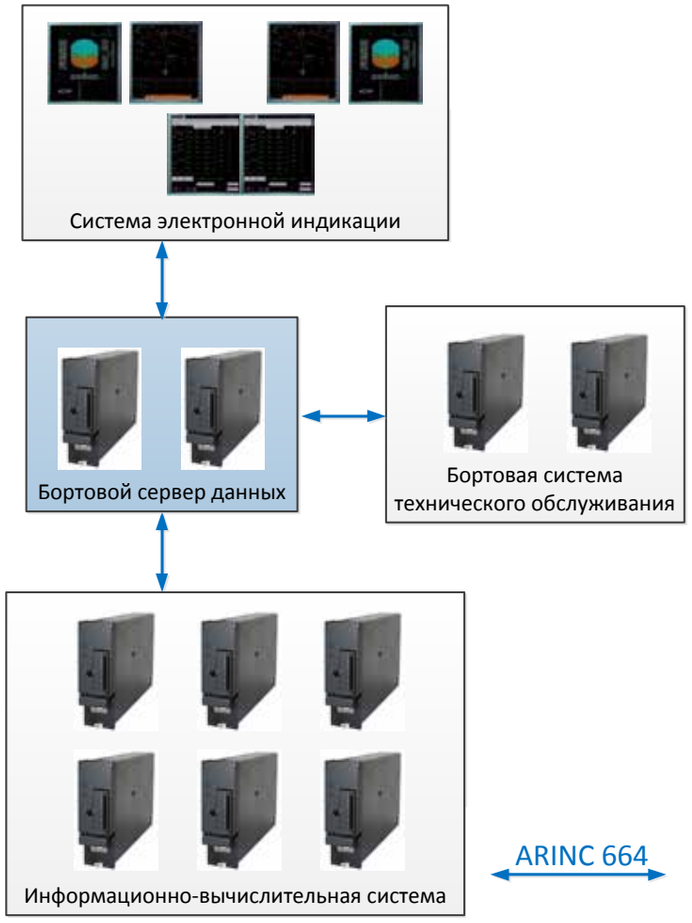

Рис. 6. Взаимодействие с бортовым сервером данных

Наличие высокоскоростного канала AFDX позволило выделить задачи доступа к АНБД в отдельное устройство – бортовой сервер данных (см. рис. 6). Он включает в себя файловое хранилище, а также систему управления базами данных (СУБД). Для обмена с потребителями используется специализированный протокол взаимодействия, предусматривающий запросы к определенным записям и ответы с найденной информацией.

Применение бортового сервера данных позволяет снизить вычислительную нагрузку на ПО самолетовождения за счет выделения функций СУБД в отдельное приложение.

Функция DATALINK. Современная система самолетовождения должна иметь возможность взаимодействия с органами управления воздушным движением и специальными службами авиакомпаний для обеспечения обмена информацией по цифровой линии передачи данных (ЛПД) [3, 4] (см. рис. 7).

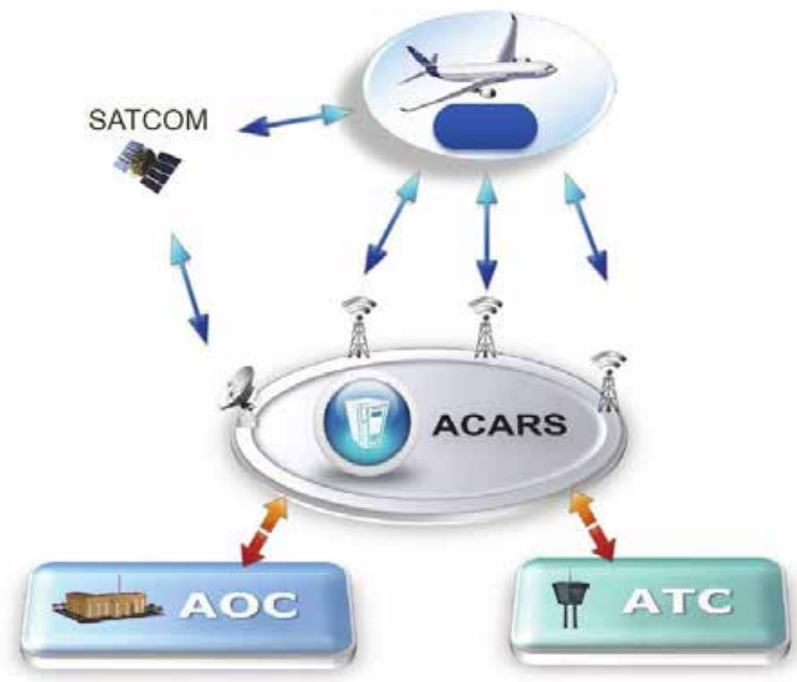

Рис. 7. Функция DATALINK
SATCOM – спутниковый канал связи, AOC (Airline Operational Control) – эксплуатационное управление авиакомпании, ACARS (Aircraft Communications Addressing and Reporting System) – система передачи данных

По ЛПД может передаваться различная информация, такая как: план полета или его изменения, данные о загрузке самолета на предполетной подготовке, профили ветра на различных высотах. Обмен может происходить как с участием экипажа, так и в автоматическом режиме. Поддержка этой функции упрощает действия экипажа, а также снижает нагрузку на наземные службы УВД (управления воздушным движением), что позволяет повысить безопасность полетов.

Заключение

В статье приведен обзор особенностей, которые отличают современную систему самолетовождения, разрабатываемую в соответствии с положениями концепции ИМА, от ее классического построения. Рассматриваемые подходы позволяют расширить имеющийся перечень задач, решаемых ВСС и уменьшить нагрузку на двухчленный экипаж современных самолетов.

Литература

1. Федосов Е.А. и др. «Интегрированная модульная авионика». Радиоэлектронные технологии, 1/2015, с. 67.

2. Квалификационные требования. Часть 178С. Требования к программному обеспечению бортовой аппаратуры и систем при сертификации авиационной техники. Межгосударственный авиационный комитет. Авиационный регистр. 2016

3. ARINC CHARACTERISTIC 702A-4 ADVANCED FLIGHT MANAGEMENT COMPUTER SYSTEM, Aeronautical Radio, Inc. 2551 Riva Road, Annapolis, Maryland, USA, 2014.

4. ARINC SPECIFICATION 619-3 ACARS PROTOCOLS FOR AVIONIC END SYSTEMS, Aeronautical Radio, Inc. 2551 Riva Road, Annapolis, Maryland, USA, 2009.

5. ARINC SPECIFICATION 653P1-3. Avionics Application Software Standard Interface. Aeronautical Radio, Inc. 2551 Riva Road Annapolis, Maryland USA, 2010

6. ARINC SPECIFICATION 664 P7-1. Aircraft Data Network Part 7. Avionics Full-Duplex Switched Ethernet Network. Aeronautical Radio, Inc. 2551 Riva Road Annapolis, Maryland USA, 2009

7. ARINC SPECIFICIATION 661-4. Cockpit Display System Interfaces To User Systems. Aeronautical Radio, Inc. 2551 Riva Road Annapolis, Maryland USA, 2010

8. RTCA DO-297. Integrated Modular Avionics (IMA) Development. Guidance and Certification Considerations. RTCA, Incorporated 1828 L St. NW., Suite 805 Washington, DC. 2005.

9. ARINC SPECIFICATION 429 PART 1-17. Mark 33 Digital Information Transfer System (Dits) Part 1 Functional Description, Electrical Interface, Label Assignments Andword Formats. Aeronautical Radio, Inc. 2551 Riva Road Annapolis, Maryland USA, 2004

10. 1https://www.pea.com/blog/posts/whats-a-glass-cockpit/

УДК 629.7.054.07

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АРХИТЕКТУРЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ САМОЛЕТНЫХ КОМПЛЕКСОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Виталий Леонидович ФЕДОТОВ
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru
tomatische@yandex.ru

Решение задач в соответствии с алгоритмами, используемыми в системе управления воздушного судна, с увеличением объемов вычислений становится затруднительным при использовании одного процессорного ядра. Для решения этой проблемы была применена архитектура параллельных вычислений. В результате ее внедрения уже несколько процессорных ядер параллельно выполняют обсчет алгоритмов и обработку сигналов внешних систем и датчиков, что позволило решить проблему недостатка вычислительной мощности и повысить быстродействие и надежность системы управления.

Ключевые слова: *параллельные вычисления, многопроцессорность, комплексная система управления, параллелизм задач.*

THE USE OF PARALLEL COMPUTATION ARCHITECTURE FOR INTEGRATED FLIGHT CONTROL SYSTEMS DESIGN

Vitaly L. FEDOTOV
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru
tomatische@yandex.ru

With the increase of the amount of computations, the algorithmic problem solving used in integrated flight control systems becomes difficult if the only processor core is used. The parallel computation architecture was used to address this issue. After its implementation several processor cores perform parallel algorithms computation and external systems and sensors signals processing which allows to address the challenge of computing power deficiency and to increase the control system processing speed and reliability.

Keywords: *parallel computation, multiprocessing, integrated flight control system, tasks parallelism.*

По мере усложнения решаемых задач повышаются требования, предъявляемые к вычислительным возможностям комплексных систем управления (КСУ). Классический подход к построению систем был следующим: создавалось одно процессорное вычислительное ядро, которое обсчитывало все алгоритмы. Большой объем вычислений приводил к увеличению времени выполнения исполняемых программ, а также низкому уровню надежности работы вычислительного ядра и системы в целом. При создании перспективных КСУ был принят другой подход — внедрена архитектура параллельных вычислений. В данной статье освещаются аспекты успешной реализации внедрения архитектуры параллельных вычислений и возможные пути ее развития в системах бортового оборудования.

Для начала следует определить, что архитектура параллельных вычислений базируется на параллельных вычислительных системах.

Параллельные вычислительные системы — это физические компьютерные, а также программные системы, реализующие тем или иным способом параллельную обработку данных на многих вычислительных узлах.

Параллельные вычисления или обработка данных — это способ организации компьютерных вычислений, при котором программы разрабатываются как набор взаимодействующих вычислительных процессов, работающих параллельно (одновременно). Параллельные вычисления охватывают совокупность вопросов параллелизма в программировании, а также создание эффективно действующих аппаратных реализаций.

Существуют различные способы реализации параллельных вычислений. Например, каждый вычислительный процесс может быть реализован в виде процесса операционной системы (ОС), либо же вычислительные процессы могут представлять собой набор потоков выполнения внутри одного процесса ОС.

Параллельные вычисления существуют в нескольких формах: параллелизм на уровне битов, параллелизм на уровне инструкций, параллелизм данных, параллелизм задач. Параллельные вычисления использовались много лет в основном в трудоемких вычислениях, но в последнее время интерес к ним возрос вследствие существования физических ограничений на рост тактовой частоты процессоров. Параллельные вычисления стали доминирующей парадигмой в архитектуре компьютеров и вычислительных систем.

Параллелизм на уровне битов. Эта форма параллелизма основана на увеличении размера машинного слова. Увеличение размера машинного слова уменьшает количество операций, необходимых процессору для выполнения действий над переменными, чей размер превышает размер машинного слова. Четырехбитные микропроцессоры сменялись 8-, 16- и 32-битными. Каждое удвоение машинного слова снижало количество инструкций, необходимых для обработки данных, имеющих большую длину, чем размер прежнего машинного слова. Возможности увеличения производительности за счет увеличения размера машинного слова в основном были исчерпаны с появлением 32-разрядного микропроцессора 80386 в 1985 г. Значительно более позднее появление 64-разрядных микропроцессоров в основном связано с увеличением адресного пространства, а не производительности. Иногда этот вид параллелизма причисляют к более углубленному виду параллелизма на уровне команд, но в данной статье для большей ясности он будет выделен в отдельный вид.

Параллелизм на уровне команд/инструкций *(Instruction-level parallelism — ILP)* является мерой того, какое множество операций в компьютерной программе может выполняться одновременно. Компьютерная программа — это, по существу, поток инструкций, выполняемых процессором. Но можно изменить порядок этих инструкций, распределить их по группам, которые будут выполняться параллельно, без изменения результата работы всей программы. Данный прием известен как параллелизм на уровне инструкций.

Есть два подхода к выявлению параллелизма на уровне команд для последующей оптимизации вычислений:

· аппаратные средства — выявлением параллелизма в потоке операций занимаются специальные схемы процессора при исполнении кода программ;

· программное обеспечение — выявлением параллелизма занимается компилятор, который формирует исполняемый код программы под специальный процессор.

Уровень аппаратного обеспечения работает на динамическом параллелизме, тогда как уровень программного обеспечения работает на статическом параллелизме. Современные высокопроизводительные процессоры x86 работают на динамической последовательности параллельного выполнения, так называемое *внеочередное исполнение команд*. Статический параллелизм применялся в процессорах Itanium.

Рассмотрим следующую программу:

(1) $e = a + b$
(2) $f = c + d$
(3) $m = e * f$

Операция (3) зависит от результатов (1) и (2), поэтому она не может быть рассчитана, пока обе из них не будут завершены. Однако операции 1 и 2 не зависят от любой другой операции, так что они могут быть вычислены одновременно. Если предположить, что каждая операция может быть завершена в одну единицу времени, то эти три инструкции могут быть завершены в общей сложности за две единицы времени, давая ILP 3/2.

Цель разработчиков компилятора и процессора заключается в выявлении и получении от ILP максимально возможной выгоды. Обычные программы, как правило, написаны под последовательную модель исполнения, где команды выполняются одна за другой в порядке, установленном программистом. ILP позволяет компилятору и/или процессору перекрывать выполнение нескольких инструкций или даже изменить порядок, в котором команды выполняются.

Сколько ILP существует в программах, сильно зависит от области применения программы. В некоторых областях, таких как компьютерная графика и научные вычисления, число может быть очень большим. Тем не менее рабочие нагрузки, такие как криптография, могут проявлять гораздо меньше параллелизма.

Параллелизм данных. Основная идея подхода, основанного на параллелизме данных, заключается в том, что одна операция выполняется сразу над всеми элементами массива данных. Различные фрагменты такого массива обрабатываются на векторном процессоре или на разных процессорах параллельной машины. Распределением данных между процессорами занимается программа. Векторизация или распараллеливание в этом случае чаще всего выполняется уже на этапе компиляции — перевода исходного текста программы в машинные команды. Роль программиста обычно сводится к заданию настроек векторной или параллельной оптимизации компилятору, директив параллельной компиляции, использованию специализированных языков для параллельных вычислений.

Данный вид параллелизма широко используется при решении задач численного моделирования. Счетная область представлена в виде ячеек, описывающих состояние среды в соответствующих точках пространства: давление, плотность, процентное соотношение газов, температура и так далее. Количество таких ячеек может быть огромным — миллионы и миллиарды. Каждая из этих ячеек должна быть обработана одним и тем же способом. Здесь модель параллелизма по данным крайне удобна, так как позволяет загрузить каждое ядро, выделив ему определенный набор ячеек. Счетная область разбивается на геометрические объекты, например, параллелепипеды, и ячейки, вошедшие в эту область, отдаются на обработку определенному ядру. В математической физике такой тип параллелизма называют геометрическим параллелизмом.

Хотя геометрический параллелизм может показаться похожим на распараллеливание на уровне задач, он является более сложным в реализации. В случае задач моделирования необходимо передавать данные, получаемые на границах геометрических областей, другим ядрам. Часто используются специальные методы повышения скорости расчета за счет балансировки нагрузки между вычислительными узлами.

В ряде алгоритмов, где активно протекают процессы, скорость вычислений выше и время расчета больше, чем там, где среда спокойна. Как показано на рисунке 1, разбив счетную область на неравные части, можно получить более равномерную загрузку ядер, примером может служить старт ракеты. Ядра 1, 2 и 3 обрабатывают маленькие области, где движется тело, а ядро 4 обрабатывает большую область, которая еще не подверглось возмущению. Все это требует дополнительного анализа и создания алгоритма балансировки.

«Наградой» за такое усложнение является возможность решать задачи длительного движения объектов за приемлемое время расчета.

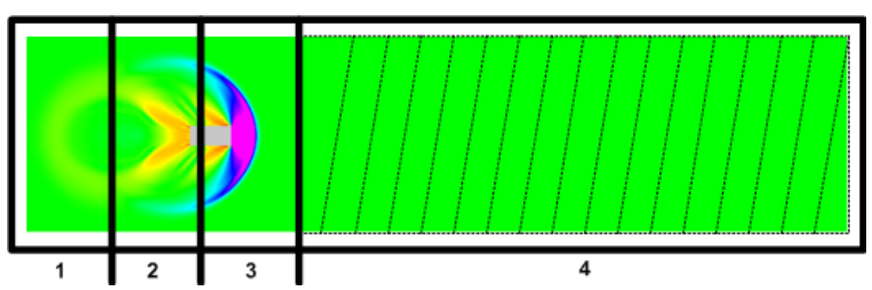

Рис. 1. Разделение областей для обработки ядрами процессора

В вычислительной системе, рассматриваемой в рамках данной статьи, использовались два подхода. Первый — параллелизм на уровне инструкций, который был реализован с помощью механизмов условной компиляции встроенной в среду разработки программного обеспечения микропроцессоров. Второй подход — параллелизм на уровне вектора входных данных.

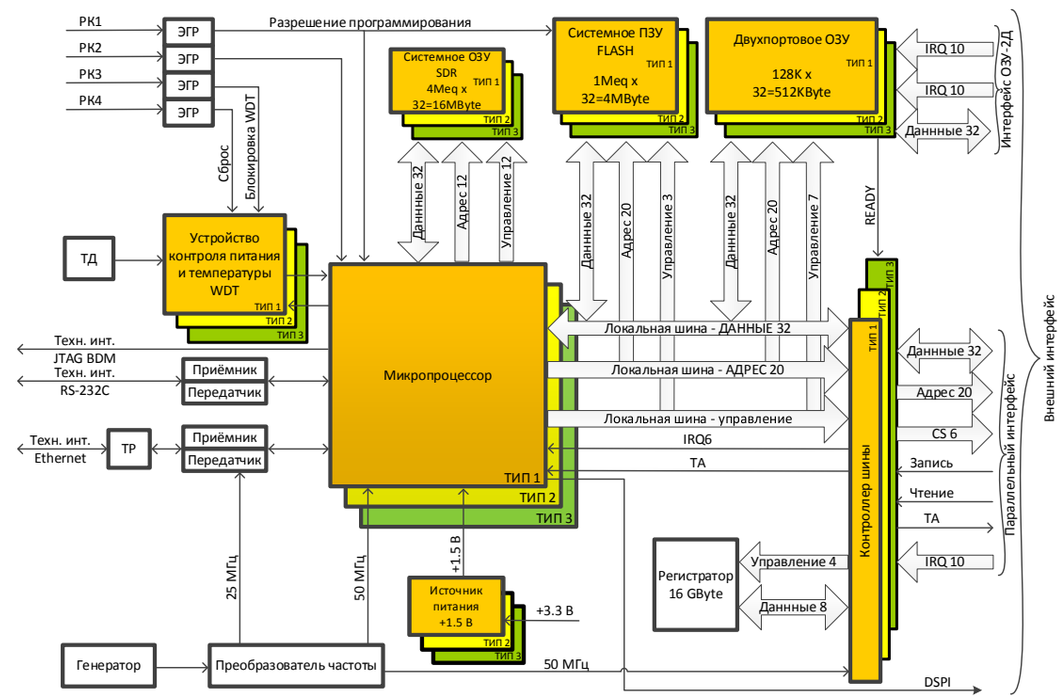

Рис. 2. Архитектура мезонинных процессорных модулей модуля МВ

На рисунке 2 изображена архитектура модулей с использованием параллельных вычислений. Помимо подхода, учитывающего параллельность на уровне условной компиляции, здесь реализована аппаратная параллельность. Как видно из рисунка, есть 3 процессора с собственной пассивной обвязкой, источниками питания, FLASH памятью и контроллерами шины. Каждый процессор получает один и тот же вектор входных данных от внешних систем. По шине межмашинного обмена процессоры определяют, кто является наиболее загруженным, и делят задачи обсчета между собой согласно загрузке каждого из процессоров, параллельно обсчитывают входные данные и выполняют требуемую алгоритмистику, после чего данные опять кворумируются и передаются дальше как вектор управления.

От физического уровня к логическому. Для достоверной реализации параллельных вычислений требуется не только согласование работы процессоров с использованием шины межмашинного обмена, но и своевременная агрегация актуальных векторов состояния окружающих систем и внутреннего контроля. В связи с этим возрастают требования к периферии, окружающей сам процессор. С учетом задач импортозамещения и требований по спецстойкости в качестве периферии применяются интегральные и логические схемы отечественного производства, что приводит к увеличению времени обработки входных сигналов вычислителя. Данные ограничения можно рассмотреть на примере обработки одного сигнала: если время преобразования оказывается выше, чем время логического цикла программы процессора, и данные в оперативном запоминающем устройстве (ОЗУ) не обновляются в течение нескольких циклов, то срабатывают внутренние контроли и данные считаются забракованными даже при условии, что целостность сигнальной линии не нарушена и датчик работает исправно. Данный контроль срабатывает при условии, что другой процессорный модуль получил изменяющиеся данные в течение этих циклов.

Параллельные вычисления в аспекте авиационного резервирования. Для того чтобы повысить надежность оборудования в авиации применяется четырехкратное резервирование в критических системах. Из-за этого схема построения системы несколько видоизменяется. Количество процессорных ядер, участвующих в процессе обсчета информации, увеличивается в 4 раза. В связи с этим усложняется контроль и синхронизация вычислений, а тракты межмашинного обмена становятся более насыщенными информацией о состоянии других процессоров и их векторов данных. Но даже при таком усложнении контроля и передачи информации скорость вычислений становится в несколько раз больше, чем при использовании одного, но сверхмощного и производительного процессора. Нагрузка на процессорные модули при этом существенно уменьшается.

В системах управления используются жесткие временные рамки для циклов обработки информации. В этом случае лучшим решением для расчета производительности будет использование **закона Густафсона — Барсиса**. Данный закон показывает оценку максимально достижимого ускорения выполнения параллельной программы в зависимости от количества одновременно выполняемых потоков вычислений («процессоров») и доли последовательных расчетов.

Закон Густафсона — Барсиса выражается формулой:

$$S_n = n + (1-n)s = s + (1-s)n,$$

где:

S_n — ускорение масштабирования,

s — доля последовательных расчетов в программе,

n — количество процессоров.

Данную оценку ускорения называют **ускорением масштабирования**, так как данная характеристика показывает, насколько эффективно могут быть организованы параллельные вычисления при увеличении сложности решаемых задач. Ускорение масштабирования определяется как отношение объема вычислений, выполненных с использованием многопоточности, к объему вычислений, выполненных последовательно за один и тот же промежуток времени. Левый столбец на рисунке 3 отражает работу одного потока P, правый — трех. Объем времени, потраченного на выполнение работы, не изменился по сравнению с увеличением решаемых задач в три раза.

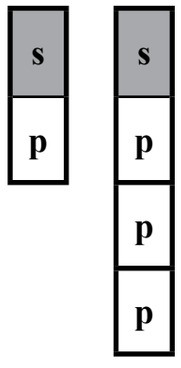

Рис. 3. Иллюстрация закона Густафсона — Барсиса

В данной статье описана проблема внедрения архитектуры параллельных вычислений и их преимущества перед однопроцессорными системами при повышении объемов решаемых задач. При условии, что в каждом процессорном ядре заложена однотипная алгоритмистика, затраты на разработку программного обеспечения снижаются, а производительность растет.

Литература

1. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. — СПб: БХВ-Петербург, 2002. — 608 с.
2. Оленев Н. Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. — М.: ВЦ РАН, 2005. — 80 с.
3. Г. И. Радченко. Распределенные вычислительные системы / − Челябинск: Фотохудожник, 2012. − 184 с.
4. Эндрю С. Таненбаум Современные операционные системы (пер. с англ.). Глава 8.1 Мультипроцессоры.
5. Эндрю Таненбаум, Мартин ван Стеен. Распределенные системы. Принципы и парадигмы — Санкт-Петербург: Питер, 2003. — 877 с.
6. David E. Culler, Jaswider Pal Singh, Anoop Gupta. Раздел 1.1.3. Architectural Trends // Parallel Computer Architecture: A Hardware / Software Approach. — Gulf Professional Publishing, 1999. — P. 15. — 1025 p. — (The Morgan Kaufmann Series in Computer Architecture and Design Series). — ISBN 1558603433.
7. Kunle Olukotun. Chip Multiprocessor Architecture — Techniques to Improve Throughput and Latency. — Morgan and Claypool Publishers, 2007. — 154 p.
8. Quinn M. J . Parallel Programming in C with MPI and OpenMP. — New York: NY: McGraw-Hill, 2004.

УДК 621.391.14

ТОЧНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА НОРМАЛЬНОЙ ГРАВИТАЦИИ В АЛГОРИТМАХ БИНС

Олег Александрович БАБИЧ, *д. т. н., профессор*
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru

Блок акселерометров по принципу своего действия измеряет разность между вектором абсолютного ускорения в точке их установки и вектором гравитационного (Ньютонианского) тяготения в этой точке.

При реализации навигационных алгоритмов БИНС возникает необходимость в вычислении вектора гравитации в точке местоположения объекта. В настоящее время государственными геодезическими службами разработаны методики точного расчета вектора гравитации в виде проекций на оси системы ECEF (Earth-Centered, Earth-Fixed). Однако для применения в алгоритмах БИНС этот вектор должен быть представлен в проекциях на оси навигационного трехгранника N. Нахождению алгоритма такого представления с дополнительным требованием его применимости в полярных районах Земли и посвящается данная статья.

Ключевые слова: *полярная навигация, бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), акселерометр, гироскоп, режим ГПК (Wander Azimuth), стереографическая проекция.*

ACCURATE CALCULATION OF THE NORMAL GRAVITY VECTOR IN SINS ALGORITHMS

Oleg A. BABICH, *D. Sc. in Engineering, professor*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru

The accelerometer unit measures the difference between the absolute acceleration vector and the gravity (Newton) vector.

While implementing of SINS navigation algorithms it is necessary to calculate the gravity vector at the object location point. By now state geodesy organizations have developed methods for accurate gravity vector calculation in the form of projections on ECEF (Earth-Centered, Earth-Fixed) axes. However, to be used in SINS algorithms this vector must be expressed in projections on the axes of N navigational triad. The article is devoted to the development of such algorithm expression with additional requirements concerning its applicability in Earth's polar regions.

Keywords: *Strapdown Inertial Navigation System (SINS), accelerometer, normal Earth's gravity field.*

1. Постановка задачи

В базовом алгоритме всех бесплатформенных ИНС по самому принципу их действия необходимо проводить вычисление величины вектора гравитации $\overline{g}$ в текущей точке $\overline{R}^E(t)$ маршрута. Вычисляемая в этом расчете физическая величина $\overline{g} = \overline{\gamma} + \Delta\overline{g}$ представляет собой сумму нормального $\overline{\gamma}$ и аномального $\Delta\overline{g}$ гравитационного ускорения в данной точке. Для навигационных БИНС (не решающих задач точных геологических наблюдений) вектор $\overline{g}$ в этих расчетах заменяется на вектор $\overline{\gamma}$, величина которого может быть вычислена аналитически для любой точки околоземного пространства.

В настоящее время имеются государственные нормативные документы [1], задающие нормальное гравитационное поле Земли $\overline{\gamma}(\overline{R}^E)$ с точностью, принимаемой за абсолютную.

В документе [1] предписан нормативный (стандартный) алгоритм (ГОСТ) для вычисления вектора нормальной гравитации $\overline{\gamma}$ по заданным координатам $\overline{R}^E$ произвольной точки околоземного пространства. При этом данный алгоритм составлен так, что координаты точки местоположения задаются в нем в геоцентрической сферической системе координат $\overline{R}^E(\rho, \varphi, \lambda)$ (рис. 1.1), а проекции $\left(\gamma^\rho, \gamma^{\rho\varphi}, \gamma^\lambda\right)$ вектора $\overline{\gamma}$ в этом алгоритме так же вычисляются в осях сферического геоцентрического трехгранника (рис. 1.1):

$$\overline{\gamma}(\rho,\ \varphi) = \left(\gamma^\rho, \gamma^{\rho\varphi}, \gamma^\lambda\right),\ \gamma^\lambda = 0. \tag{1.1}$$

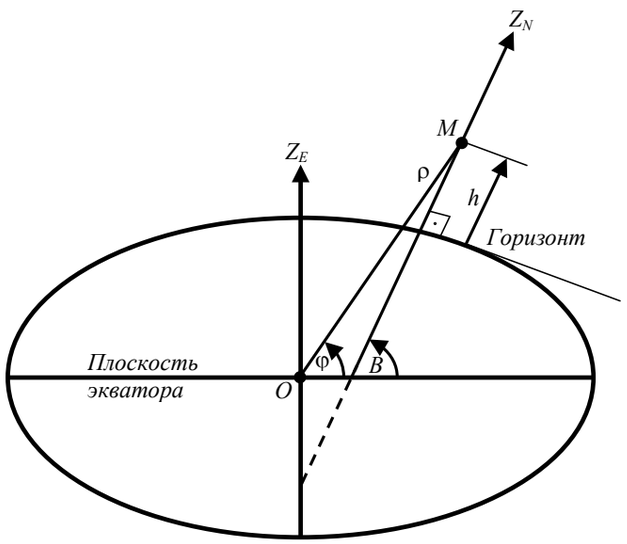

Рис. 1.1. Сферический геоцентрический трехгранник

Однако использование вектора $\overline{\gamma} \simeq \overline{g}$ в рабочем алгоритме БИНС обязательно требует, чтобы он был задан в другой проективной форме, а именно, в проекциях на оси навигационного трехгранника N (N-Frame), т. е. в виде:

$$\overline{\gamma}^N = \left(\gamma_{XN}, \gamma_{YN}, \gamma_{ZN}\right). \tag{1.2}$$

Основной задачей данной статьи и является разработка точного алгоритма вычисления вектора $\overline{\gamma}^N$.

Кроме того, мы поставим требование, чтобы разрабатываемый алгоритм вычисления вектора $\overline{\gamma}^N$ был единообразным как для средних, так и для полярных широт, т. е. не имел вырождения в полярных районах Земли.

Итак, задача данной статьи состоит в разработке алгоритма, обеспечивающего точное вычисление вектора $\overline{\gamma}^N$ в базовом алгоритме всеширотных БИНС, имеющих закон управления [2, 3, 4] в азимутальном канале типа ГПК (Wander Azimuth).

Естественно также потребовать, чтобы всеширотный алгоритм для вычисления $\overline{\gamma}^N$ использовал входные для него величины тоже в формате, не имеющем вырождений на полюсах (например, здесь нельзя использовать величины долгот L или азимутов A).

Необходимость вычисления вектора $\overline{g}$ проистекает из принципа действия акселерометров.

Известно [2, 3, 4], что тройка идеальных акселерометров обеспечивает измерение вектора $\overline{a}^B_{SF}(t)$ кажущегося ускорения (Specific Force) в точке их установки в соответствии с формулой

$$\overline{a}_{SF} = \overline{w} - \overline{g}, \quad \overline{w} = \overline{a}_{SF} + \overline{g}, \tag{1.3}$$

где $\overline{w} = \ddot{\overline{R}}^I$ — абсолютное (относительно инерциального I пространства) ускорение центра блока акселерометров, а $\overline{g}$ — интенсивность гравитационного Ньютонианского поля в этой точке.

Таким образом, вектор абсолютного ускорения $\overline{w} = \overline{a}_{SF} + \overline{g}$ получается как сумма физических измерений $\overline{a}_{SF}$ и математического вычисления $\overline{g}$.

В статье будут использоваться понятия (рис. 1.1) координатных трехгранников: $B[Body], N[Navigtion], E[Earth], I[Inertional]$.

Далее остановимся на алгоритме вычисления скорости летательного аппарата (ЛА), в котором используется искомый вектор $\overline{g}^N \approx \overline{\gamma}^N$.

По определению, имеем:

$$\overline{V}^E = \dot{\overline{R}}^E, \overline{V}^N = C_E^N \overline{V}^E. \tag{1.4}$$

Известно [2, 3, 4], что для современных БИНС стандартная формула для вычисления вектора скорости $\overline{V}^N = \left(V_{XN}, V_{YN}, V_{ZN}\right)^T$, заданного в навигационном трехграннике *N*, имеет вид:

$$\begin{aligned} &\dot{\overline{V}}^N = C_B^N \overline{a}_{SF}^B + \overline{g}^N - \overline{\omega}_{IE}^N \times \left(\overline{\omega}_{IE}^N \times \overline{R}^N\right) - \left(\overline{\omega}_{EN}^N + 2\overline{\omega}_{IE}^N\right) \times \overline{V}^N, \\ &\overline{g}^N - \overline{\omega}_{IE}^N \times \left(\overline{\omega}_{IE}^N \times \overline{R}^N\right) = \overline{g}_{PB}^N \approx \overline{\gamma}^N, \end{aligned} \tag{1.5}$$

где вектор $\overline{g}_{PB}^N$ (PB — Plamb Bob, местная линия отвеса) задается также в координатном трехграннике *N*. Тем самым и вектор $\overline{\gamma}^N$ нормального гравитационного поля Земли обязательно задается в (1.5) в виде проекций на оси навигационного трехгранника *N* (in *N*-Frame) и вычисляется (еще раз подчеркнем здесь, что не измеряется, а вычисляется!) по алгоритму, принятому в данном приборе.

Задача статьи состоит в том, чтобы найти алгоритм, обеспечивающий абсолютно точное вычисление вектора $\overline{\gamma}^N$ во всех точках околоземного пространства, в том числе и на полюсах.

Важно отметить, что направление линии действия вектора $\overline{g}_{PB}^N$:

$$\overline{g}_{PB}^N = \overline{g}^N - \overline{\omega}_{IE}^N \times \left(\overline{\omega}_{IE}^N \times \overline{R}^N\right), \quad \overline{g}_{PB}^N \approx \overline{\gamma}^N \tag{1.6}$$

в точках $\overline{R}^E$, вознесенных над поверхностью Земного эллипсоида ($h > 0$), всегда не совпадает с осями навигационного трехгранника *N* (рис. 1.1), центр *M* которого расположен в этой точке.

2. Точное вычисление нормального вектора гравитации $\overline{\gamma}\left(\overline{R}^E\right)$ по нормативному алгоритму

В нормативном документе [1] задаются величины и алгоритмы для их вычисления, которые рассматриваются как обязательные при их применении.

Вводится нормативная формула (2.2) для потенциала $V(\rho, \varphi)$ нормальной удельной силы тяжести $\overline{\gamma}$:

$$\overline{\gamma} \approx \overline{g}^E - \overline{\omega}_{IE}^E \times \left(\overline{\omega}_{IE}^E \times \overline{R}^E\right) = \overline{g}_{PB}^E, \ \overline{\gamma} = grad\, V\left(\rho, \varphi\right) \tag{2.1}$$

где *PB* — Plamb-Bob, линия отвеса.

Эта нормативная формула (2.2) имеет вид [1]:

$$V\left(\rho, \varphi\right) = \frac{fM}{\rho}\left[1 - \sum_{n=2}\left(\frac{a}{\rho}\right)^n J_n^0 P_n(\sin\varphi)\right] + \frac{\omega_E^2 \rho^2}{2}\cos^2\varphi, \quad \text{для } n = 2, 4, 6, 8. \tag{2.2}$$

Здесь: $J_2^0 = 1082{,}62575 \cdot 10^{-6}$, $J_4^0 = -2{,}37089 \cdot 10^{-6}$, $J_6^0 = 6{,}08 \cdot 10^{-9}$,

$J_8^0 = 1{,}40 \cdot 10^{-11}$ — коэффициенты второй, четвертой, шестой и восьмой четных зональных гармоник нормального потенциала, $fM = 398\,600{,}4418 \ \left[\text{км}^3/\text{с}^2\right]$, $P_n(t)$ — полиномы Лежандра, нормированные по условию $P_n(1) = 1$, которые представляются в виде:

$$\begin{aligned} &P_0 = 1, \ P_1 = t, \ P_2 = \frac{1}{2}\left(3t^2 - 1\right), \ P_3 = \frac{1}{2}\left(5t^3 - 3t\right), \\ &P_4 = \frac{1}{8}\left(35t^4 - 30t^2 + 3\right), \ P_5 = \frac{1}{8}\left(63t^5 - 70t^3 + 15t\right), \\ &P_6 = \frac{1}{16}\left(231t^6 - 315t^4 + 105t^2 - 5\right), \ P_7 = \frac{1}{16}\left(429t^7 - 693t^5 + 315t^3 - 315t\right), \\ &P_8 = \frac{1}{128}\left(6\,435t^8 - 12\,012t^6 + 6\,930t^4 - 1\,260t^2 + 35\right). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Заметим, что быстрое вычисление полиномов (2.3) Лежандра возможно [5] с помощью рекуррентной формулы:

$$P_n(t) = \frac{2n-1}{n} t \cdot P_{n-1}(t) - \frac{n-1}{n} P_{n-2}(t), \quad n \geq 2, \ \text{при } P_0 = 1, P_1 = t. \tag{2.4}$$

Формулы для расчета составляющих

$$\gamma_\rho(\rho, \varphi) = \frac{\partial V(\rho, \varphi)}{\partial \rho}, \ \gamma_{\rho\varphi}(\rho, \varphi) = \frac{\partial V(\rho, \varphi)}{\rho \partial \varphi} \tag{2.5}$$

вектора ускорения нормальной силы тяжести, исходя из (2.2), будут равны:

$$\gamma_\rho = \frac{\partial V(\rho, \varphi)}{\partial \rho} = -\frac{fM}{\rho^2} + \frac{fM}{\rho^2}\sum_n (n+1)\left(\frac{a}{\rho}\right)^n J_n^0 P_n(\sin\varphi) + \rho\omega^2\cos^2\varphi, \tag{2.6}$$

$$\gamma_{\rho\varphi} = \frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial V(\rho,\varphi)}{\partial\varphi} = -\frac{fM}{\rho^2}\left[\sum_n\left(\frac{a}{\rho}\right)^n J_n^0 P_n^{'}(\sin\varphi)\right] - \frac{\omega^2\rho^2}{2}\sin 2\varphi, \quad P_n^{'} = \frac{d}{d\varphi}P_n(\sin\varphi),$$

$$\gamma_{\rho\cos\varphi\lambda} = \frac{\partial V(\rho,\varphi)}{\rho\cos\varphi\cdot\partial\lambda} = 0. \tag{2.6}$$

Проанализируем «вес» членов с различными J_n^0 на суммарную величину радиального ускорения γ_ρ в (2.6). Если учесть, что значения величин $\left(\frac{a}{\rho}\right)^n \le 1$, $P_n(t) \le 1$ являются ограниченными, а величина $\frac{fM}{\rho^2} \approx g$, то мы получим, (учитывая, что 1мГал $= 10^{-5}\left[\text{м}/\text{с}^2\right] \approx 10^{-6} g$) оценки для искомых вкладов, выраженные в миллигалах:

— вклад члена с J_2^0 не превышает $g\cdot 3\cdot J_2^0 = 3\cdot 1082{,}62575\cdot 10^{-6} g \approx 3{,}2$ Гал,
— вклад члена с J_4^0 не превышает $g\cdot 5\cdot J_4^0 = 5(-2{,}4)\cdot 10^{-6} g \approx 12$ мГал,
— вклад члена с J_6^0 не превышает $g\cdot 7\cdot J_6^0 = 7\cdot 6{,}1\cdot 10^{-9} g \approx 0{,}043$ мГал,
— вклад члена с J_8^0 не превышает $g\cdot 9\cdot 1{,}4\cdot 10^{-11} g \approx 1{,}26\cdot 10^{-5}$ мГал.

(2.7)

Известно [1], что в приземном слое изменению силы тяжести на -1 мГал в вертикальном направлении соответствует изменение высоты *h* на величину 0,3086 м. И наоборот, ошибка от введения геодезической высоты *h*, равная 0,3086 м, приводит к ошибке в вычислении γ_ρ на 1 мГал. Отсюда становится ясным, что при измерениях высоты *h* в баро-инерцильном вертикальном канале БИНС с погрешностями, превышающими $\pm 12\cdot 0{,}3086 \approx 3{,}7$ м, члены с J_4, J_6, J_8 в (2.6) для γ_ρ могут быть опущенными.

Рассмотрим теперь составляющую $\gamma_{\rho\varphi}$ в (2.6) и учет в ней члена с четвертой гармоникой J_4^0. График функции

$$P_4^{'}(\sin\varphi) = \frac{d}{d\varphi}P_4(\sin\varphi) = \frac{1}{8}\left(140\sin^3\varphi - 60\sin\varphi\right)\cos\varphi \tag{2.8}$$

представлен на рис. 2.1.

Из него видно, что $\max\left|P^{'}(\sin\varphi)\right| = 2{,}6$. Отсюда получаем, что вклад четвертой гармоники J_4 в составляющую $\gamma_{\rho\varphi}$ имеет максимальную величину, равную $6{,}3\cdot 10^{-6} g$.

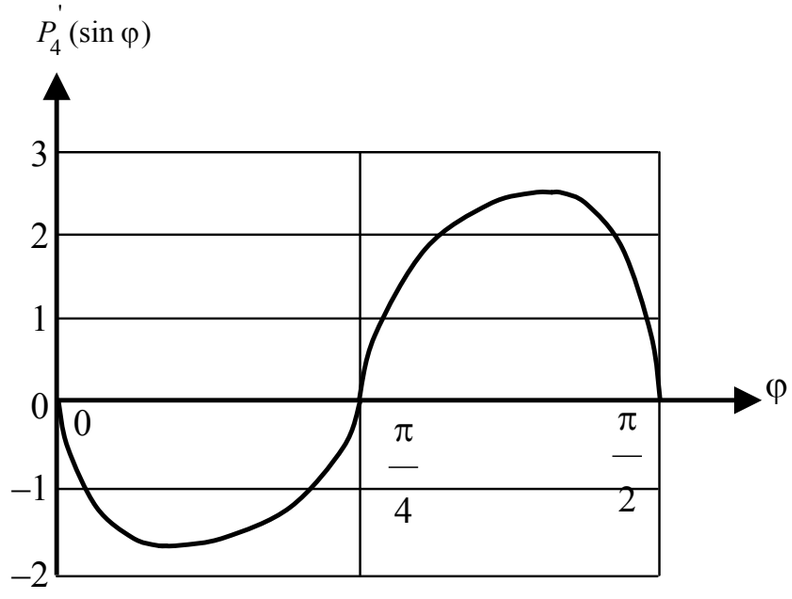

Рис. 2.1. График функции $P_4^{'}(\sin\varphi)$

Навигационные БИНС с классом точности 1 миля за час полета должны иметь [6] датчики с характеристиками точности: 1) гироскопы $\sigma_\omega = 0{,}01^\circ$/час , 2) акселерометры $\sigma_a = 25\cdot 10^{-6} g$. Естественно потребовать, чтобы погрешности, вносимые алгоритмами, были на порядок ниже погрешностей, вносимых датчиками.

Поэтому для БИНС навигационного класса точности рекомендуется в алгоритме (2.6) учитывать члены как с J_2, так и с J_4. Заметим, что для компьютера БИНС учет членов с J_4 в (2.6) не составляет каких-либо вычислительных трудностей.

Интересно отметить следующее обстоятельство. Для БИНС чрезвычайно высокой точности [6] с погрешностью 1 метр за час движения и погрешностями датчиков $\sigma_\omega = 5\cdot 10^{-6}$ °/час, $\sigma_a = 0{,}015\cdot 10^{-6} g$ необходимо учитывать не только все члены в (2.6), но и аномальное гравитационное поле $\Delta\overline{g}$ в зоне движения.

3. Порядок вычисления вектора нормальной гравитации во всеширотной БИНС

Для проведения вычислений, предписываемых нормативным алгоритмом [1], необходимо на каждой вычислительной итерации располагать текущими значениями

$$\rho(t),\ \sin\varphi(t),\ \cos\varphi(t) \tag{3.1}$$

которые могут быть представлены как функции прямоугольных координат $X_E(t), Y_E(t), Z_E(t)$

$$\rho(t) = \left(X_E^2(t) + Y_E^2(t) + Z_E^2(t)\right)^{1/2}, \quad r(t) = \left(X_E^2 + Y_E^2\right)^{1/2},$$
$$\sin\varphi(t) = \frac{Z_E}{\rho}, \quad \cos\varphi(t) = \frac{r}{\rho}. \tag{3.2}$$

В статье [7, стр. 23] выводится всеширотный алгоритм (3.3) для вычисления текущих значений проекций $X_E(t), Y_E(t), Z_E(t)$ вектора $\overline{R}_E(t)$ как функций от элементов $u_{ij}(t)$ непрерывно вычисляемой матрицы позиционирования $C_N^E(t)$:

$$C_N^E = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{pmatrix},$$
$$\xi(u_{33}) = \left(1 - e^2 u_{33}^2\right)^{-\frac{1}{2}},$$
$$X_E = (a\xi + h)u_{13},$$
$$Y_E = (a\xi + h)u_{23},$$
$$Z_E = \left[a\xi\left(1 - e^2\right) + h\right]u_{33}. \tag{3.3}$$

В инженерной практике при реализации навигационных алгоритмов БИНС текущие значения величин X_E, Y_E, Z_E ранее, как правило, не вычислялись и не использовались. Предложение об их использовании в алгоритмах БИНС впервые было сделано автором в [7] в связи с проблемой применимости всеширотных БИНС в полярных районах Земли.

Как мы увидим далее, использование величин X_E, Y_E, Z_E позволяет так же создать единообразный алгоритм для точного вычисления вектора $\overline{\gamma}_N(t)$ во всех точках околоземного пространства.

Действительно, формулы (2.6) позволяют сначала вычислить вектор $\overline{\gamma}$ в геоцентрических сферических координатах

$$\overline{\gamma} = \left(\gamma_\rho, \gamma_{\rho\varphi}, \gamma_{\rho\cos\varphi\lambda}\right)^T, \quad \gamma_{\rho\cos\varphi\lambda} = 0 \tag{3.4}$$

и далее вычислить вектор $\overline{\gamma}$ в геоцентрических прямоугольных координатах

$$\overline{\gamma} = \left(\gamma_{XE},\ \gamma_{YE},\ \gamma_{ZE}\right)^T. \tag{3.5}$$

Для краткости далее будем писать γ_λ вместо $\gamma_{\rho\cos\varphi\lambda}$, тем более что эта производная для нормальных векторов гравитации тождественно равна 0 (в силу круговой симметрии нормального гравитационного поля).

Переход от вектора $\left(\gamma_\rho, \gamma_{\rho\varphi}, \gamma_\lambda\right)^T$ к вектору $\left(\gamma_{XE},\ \gamma_{YE},\ \gamma_{ZE}\right)^T$ осуществляется на основании геометрии рисунка 1 и следующих из него элементарных математических соотношений, которые мы тут дадим без пояснений:

$$\begin{cases} XE = \rho\cos\varphi\cos\lambda, \Rightarrow \cos\varphi\cos\lambda = XE/\rho, \\ YE = \rho\cos\varphi\sin\lambda, \Rightarrow \cos\varphi\sin\lambda = YE/\rho, \\ ZE = \rho\sin\varphi, \Rightarrow \sin\varphi = ZE/\rho, \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\lambda = YE/r, \\ \cos\lambda = XE/r, \\ \cos\varphi = r/\rho. \end{cases} \tag{3.6}$$

Из рис. 1.1 и соотношений (3.6) вытекает матричное равенство:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{XE} \\ \gamma_{YE} \\ \gamma_{ZE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{XE}{\rho} & -\frac{ZE \cdot XE}{\rho \cdot r} & -\frac{YE}{r} \\ \frac{YE}{\rho} & -\frac{ZE \cdot YE}{\rho \cdot r} & \frac{XE}{r} \\ \frac{ZE}{\rho} & \frac{r}{\rho} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_\rho \\ \gamma_{\rho\varphi} \\ \gamma_\lambda \end{bmatrix} = C_i^E \cdot \begin{bmatrix} \gamma_\rho \\ \gamma_{\rho\varphi} \\ \gamma_\lambda \end{bmatrix}. \tag{3.7}$$

Из (3.7) получаем искомое равенство

$$\overline{\gamma}^N = \begin{pmatrix} \gamma_{XN} \\ \gamma_{YN} \\ \gamma_{ZN} \end{pmatrix} = \left(C_N^E\right)^T \begin{pmatrix} \gamma_{XE} \\ \gamma_{YE} \\ \gamma_{ZE} \end{pmatrix}. \tag{3.8}$$

Таким образом, вычисление вектора $\overline{\gamma}^N\left(\overline{R}^E(t)\right)$ может быть осуществлено только лишь на основании матрицы позиционирования $C_N^E(t)$, величина которой всегда известна при проведении текущей итерации.

Имеем цепочку равенств, обеспечивающих решение поставленной задачи. Она имеет вид:

$$\begin{gathered} C_N^E \xrightarrow{(3.3)} (XE, YE, ZE) \xrightarrow{(3.2)} (\rho, \varphi, \lambda) \xrightarrow{(2.6)} (\gamma_\rho, \gamma_{\rho\varphi}, \gamma_\lambda) \xrightarrow{(3.7)} \Rightarrow \\ \Rightarrow (\gamma_{XE}, \gamma_{YE}, \gamma_{ZE}) \xrightarrow{(3.8)} (\gamma_{XN}, \gamma_{YN}, \gamma_{ZN})^T = \overline{\gamma}^N\left(C_N^E\right). \end{gathered} \tag{3.9}$$

В последовательности вычислений (3.9) каждый шаг является, во-первых, невырожденным и, во-вторых, абсолютно точным.

Таким образом, соотношения (3.9) в совокупности решают поставленную задачу точного всеширотного вычисления вектора нормальной гравитации $\overline{\gamma}^N\left(C_N^E\right)$, заданного в виде проекций на оси навигационного трехгранника *N*.

При этом исходными и достаточными данными для проведения вычислений (3.9) является матрица позиционирования $C_N^E(t)$, величина которой определяется на каждом шаге базового алгоритма БИНС.

Заметим, что известные ранее [2, p. 5–28] алгоритмы вычисления вектора $\overline{\gamma}^N$ свойством всеширотности не обладали, так как обязательно использовали в исходных данных угол *A* азимута аналитической платформы. Можно сказать, что алгоритм (3.9), обеспечивая одновременно точность и всеширотность вычислений вектора $\overline{\gamma}^N$, является инновационным.

Выводы по работе

1. Впервые предложен всеширотный алгоритм для точного вычисления вектора нормальной гравитации $\overline{\gamma}^N\left(C_N^E\right)$ в виде проекций на оси навигационного трехгранника *N*. Представление вектора в данной форме необходимо для использования в базовом алгоритме всеширотных БИНС.

2. Работа предложенного алгоритма основывается на промежуточном вычислении вектора $\overline{R}^E(t) = \left(X_E(t),\ Y_E(t),\ Z_E(t)\right)^T$ прямоугольных земных координат самолета по данным о матрице $C_N^E(t)$. Эти вычисления должны проводиться с темпом базового алгоритма, т. е. на каждом его шаге.

3. Показано, что для точного вычисления вектора нормальной гравитации необходимо предварительно проводить вычисление вектора $\overline{R}^E\left(C_N^E(t)\right)$ как функции от матрицы $C_N^E(t)$ и далее вести вычисления, параллельно используя матрицу позиционирования $C_N^E(t)$ и вектор позиционирования $\overline{R}^E(t)$.

4. Показана невырожденность (всеширотность) полученного алгоритма для вычисления вектора нормальной гравитации $\overline{\gamma}^N$ во всех точках околоземного пространства.

Литература

1. «Параметры Земли 1990 (ПЗ-90.11)», Справочный документ, Военно-топографическое Управление Генерального штаба Вооружённых Сил Российской Федерации, Москва-2014.

2. Savage P. G. Strapdown Analytics. – Second Edition, Strapdown Associates, Inc., Maple Plane, Minnesota, 2007.

3. Savage P. G. Computational Elements for Strapdown Systems, Low Cost Navigation Sensors and Integration Technology, NATO RTO-EN-SET-116, October 2008.

4. Бабич О. А. Обработка информации в навигационных комплексах, – М. Машиностроение. 1991, – 512 с.

5. «Department of Defense World Geodetic System 1984». National Imagery and Mapping Agency, Third Edition, January 2000.

6. Barbour Neil M. Inertial Navigation Sensors, Low Cost Navigation Sensors and Integrations Technology, NATO RTO-EN-SET-116, 2010.

7. Бабич О. А. Расширение алгоритмов БИНС для решения задач полярной навигации, Труды МИЭА, выпуск 19, Москва, 2017.

УДК 629.73.02; 681.5.01

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ДОСТОВЕРНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ ТОРМОЖЕНИЯ САМОЛЕТА

Андрей Михайлович ШЕВЧЕНКО, *к. т. н.,*
Галина Николаевна НАЧИНКИНА,
Мария Владимировна ГОРОДНОВА
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Разработан и исследован модернизированный метод прогнозирования траектории послепосадочного пробега воздушного судна. Для повышения точности и достоверности прогноза введена новая коррекция алгоритма прогнозирования дальности до конечной точки пробега. Погрешности прогноза могут приводить к выкатыванию судна за пределы взлетно-посадочной полосы. Предложен подход к оценке уровня ущерба при выкатывании в функции ошибок прогнозирования. Приведены результаты статистических испытаний алгоритмов прогнозирования в широком диапазоне условий на режимах торможения.

Ключевые слова: *метод прогнозирования, энергетический подход, выкатывание, статистические испытания.*

DEVELOPMENT AND RESEARCH OF THE METHOD FOR RELIABLE PREDICTION OF THE AIRCRAFT BRAKING TRAJECTORY

Andrey M. SHEVCHENKO, *PhD in Engineering,*
Galina N. NACHINKINA,
Maria V. GORODNOVA
V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences

An upgraded method of post-landing run trajectory prediction has been developed and investigated. The article introduces a new correction for the landing run distance prediction algorithm to enhance the prediction accuracy and reliability. Prediction errors may lead to the aircraft overrun. Therefore the article proposes the approach to assessment of overrun damage severity as a function of prediction errors. The results of statistical tests of prediction algorithms in a wide range of braking conditions are presented.

Keywords: *prediction method, energy approach, braking distance, statistical tests.*

Введение

В связи с интенсификацией воздушных перевозок и расширением эксплуатационных диапазонов вопросы безопасности авиационной техники становятся все более острыми.

Из анализа отечественных и зарубежных источников следует, что на наземные этапы взлета и посадки приходится более половины всех аварий. Подтверждением высокой аварийности на этих этапах служит сводная диаграмма процентного распределения катастроф пассажирских самолетов на участках взлета и посадки за период с 2008 по 2016 гг., составленная по доступным отчетам фирмы Boeing (рис. 1). Линии тренда показывают увеличение доли аварий на посадке и снижение на взлете. Примечательно, что за весь десятилетний период анализа суммарная аварийность оставалась выше 50% от общего числа катастроф за весь полет.

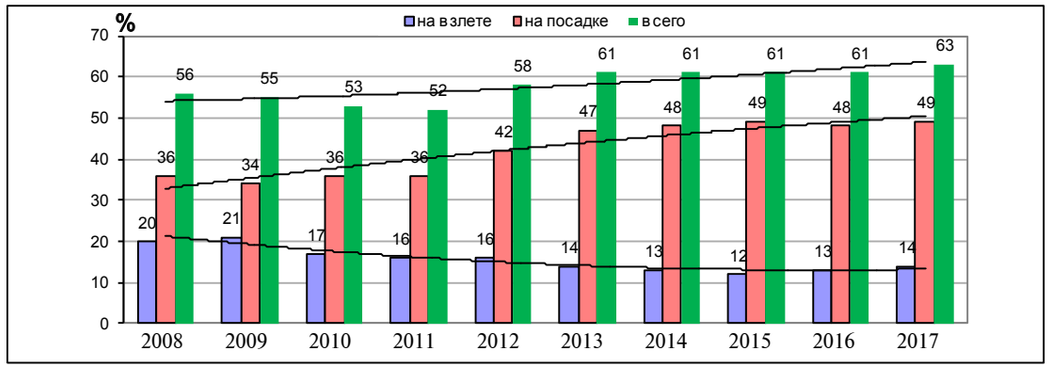

Рис. 1. Хронология катастроф на этапах взлета и посадки

Статистика летных происшествий (ЛП) по материалам последних зарубежных [1, 2] и отечественных [3–5] исследований показывает, что доля ЛП, обусловленных участием человека в процессе выполнения полетного задания, колеблется в зависимости от методик оценки от 50 до 70%.

Хронологический анализ состояния отечественного парка самолетов также не выявил тенденции к снижению общей аварийности [6]. Более того, анализ показывает, что по мере совершенствования техники доля авиационных происшествий, связанных с недостатками систем самолетов и их характеристик, уменьшилась с 40% до 15%, а доля происшествий, обусловленных отклонениями в работе персонала, в основном экипажа, выросла с 50% до 80%. Такая высокая доля негативных происшествий обусловлена повышенной психологической нагрузкой, скоротечностью

процессов и дефицитом времени на принятие решений. В [5] сделан анализ причин и факторов возникновения ситуаций с выкатыванием ВС за пределы взлетно-посадочной полосы (ВПП).

При этом отмечается, что совершенствование авиационной техники, методов и средств подготовки летного и наземного персоналов, обеспечения и выполнения полетов в России и передовых западных странах шло одинаковыми темпами с учетом накопленного мирового опыта авиастроения и эксплуатации воздушных судов. Поэтому средние значения показателей безопасности отечественных реактивных и турбовинтовых самолетов в составе авиационно-транспортной системы были и остаются не хуже аналогичных по классу западных самолетов. Они отражают уровень мирового развития авиационной науки и техники на период создания этих самолетов и дальнейшего их совершенствования.

Поскольку управление полетом на этих этапах осуществляется под контролем или при непосредственном участии пилота, то становится очевидной высокая роль «человеческого фактора» в вопросах безопасности авиационных перевозок.

В настоящее время вопросам безопасности операций на взлетно-посадочной полосе во всем мире уделяется повышенное внимание. Возникновение непредвиденных или нештатных ситуаций при ограничении на время реакции может провоцировать стрессовые состояния пилота. Ввиду высоких психологических нагрузок повышается вероятность ошибочных или несвоевременных действий. По комплексной проблеме безопасности операций на ВПП в структуре ИКАО созданы международные комиссии с участием отечественных специалистов. Деятельность международных отделений освещается на специальном сайте http://www.icao.int/RunwaySafety.

В этой связи становится очевидной необходимость улучшения информационной поддержки пилота и создание дружественной среды взаимодействия пилота с приборным оборудованием кабины.

Для снижения психологических стрессовых нагрузок на экипаж и снижения предпосылок для несвоевременных или ошибочных действий экипажа в данной работе развиваются новые, альтернативные методы прогнозирования ситуации при движении воздушного судна по ВПП на режимах торможения после посадки или прерванного взлета. Методологической базой разработок является энергетический подход к управлению пространственным движением летательных аппаратов (ЛА) [7–9]. На основе этих методов разработаны алгоритмы прогнозирования. Повышение точности и достоверности прогноза достигнуто за счет коррекции результатов первичного прогноза. Выполнен большой объем модельных испытаний алгоритмов прогнозирования в широком

диапазоне условий на ВПП. Проведен статистический анализ результатов испытаний алгоритмов прогнозирования. Продемонстрирована высокая достоверность прогноза.

Разработка метода прогнозирования дистанции пробега до останова после посадки или прерванного взлета

Математической формулировкой энергетического подхода является уравнение баланса энергий. В символьной форме обобщенное уравнение записывается в виде:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^D + \Delta H_E^w.$$

Это уравнение устанавливает количественные соотношения между источником энергии и всеми ее потребителями. Уравнение записано в форме приращений удельной энергии движения:

$$H_E(\cdot) = E(\cdot)/(mg) = h + V^2/(2g).$$

Единицей измерения удельной энергии служит метр, поэтому она называется также энергетической высотой. Уравнение содержит члены: ΔH_E – приращение энергетической высоты, $\Delta H_E^{\text{дв}}$ – удельная работа двигателя, ΔH_E^D – затраты энергии на преодоление силы лобового сопротивления, ΔH_E^w – работа ветра. Для каждого члена уравнения баланса энергий в наших работах получены интегральные выражения

$$\Delta H_E = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}}\left(\theta + \frac{\dot{V}_{\text{в}}}{g}\right)dt, \qquad \Delta H_E^{\text{дв}} = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} P_{\text{н}} \cos\left(\alpha_{\text{в}} + \varphi_{\text{дв}}\right)dt,$$

$$\Delta H_E^D = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} D_{\text{н}} dt, \qquad \Delta H_E^w = \int_{t_1}^{t_2} V_{\text{в}} f_w dt,$$

где θ – угол наклона траектории; $V_{\text{в}}$ – воздушная скорость; $P_{\text{н}}$ – тяга двигателя, нормированная весом самолета; $D_{\text{н}}$ – нормированная равнодействующая всех внешних сил; $\alpha_{\text{в}}$ – угол атаки крыла; $\varphi_{\text{дв}}$ – угол установки двигателя. Множитель f_w назван фактором ветра [10]. Он имеет выражение: $f_w \cong \dot{W}_x/g - W_y/V_{\text{в}}$ в котором W_x и W_y – горизонтальная и вертикальная составляющие ветра. Однако на режимах движения по ВПП возникают силы сопротивления со стороны опор шасси.

Поэтому уравнение баланса энергий было обобщено [11] на наземные режимы путем добавления члена $\Delta H_E^{\text{торм}}$, отражающего процесс поглощения энергии на преодоление механических сил торможения:

$$\Delta H_E = \Delta H_E^{\text{дв}} + \Delta H_E^D + \Delta H_E^{\text{торм}} + \Delta H_E^w.$$

Новый член представлен нами в форме:

$$\Delta H_E^{\text{торм}} = \int_{t_1}^{t_2} V k_{\text{торм}} dt,$$

где $k_{\text{торм}}$ – обобщенный нормированный коэффициент торможения, равный отношению суммарной силы сопротивления со стороны шасси к весу самолета. В свою очередь сила сопротивления зависит от коэффициента сцепления колес с покрытием ВПП и степени обжатия тормозных колодок колес. При полном обжатии коэффициент торможения равен коэффициенту сцепления.

В наших предыдущих работах [12–14] энергетический подход был использован для прогнозирования событий на взлетно-посадочных режимах движения воздушного судна. На участке послепосадочного пробега по ВПП на самолет действуют возмущающие факторы, такие как аэродинамические силы, реверс тяги, выпуск и уборка интерцепторов, сила торможения шасси, ветер, осадки, загрязнение покрытия ВПП и др.

В нештатных или осложненных ситуациях существует опасность выкатывания за пределы ВПП. В условиях дефицита времени пилоту необходимо оценить возможность экстренного торможения и останова в пределах ВПП.

Процесс посадки схематично показан на рисунке 2, где обозначено $X(t)$ – текущее положение самолета на ВПП, $D_{\text{торм}}$ – длина тормозного пути, $X_{\text{торм}}$ – координата конечной точки, $L_{\text{резерв}}$ – резерв пробега до обреза ВПП.

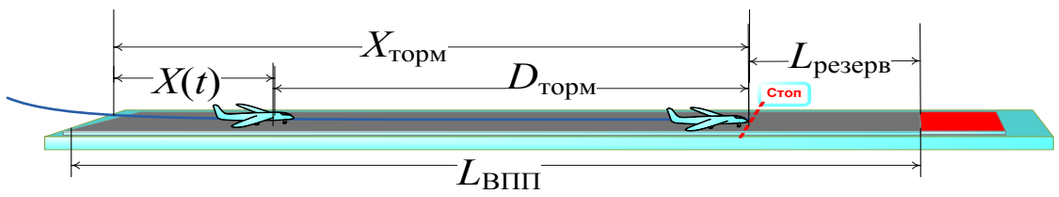

Рис. 2. Основные координаты траектории посадки самолета

Основной прогнозируемой величиной в процессе торможения является длина тормозного пути $D_{торм}$ от текущего положения самолета на ВПП до точки, в которой скорость будет погашена до малой конечной скорости.

Выбрав критерий конечного состояния $V(t) \le \varepsilon$, где ε — близкая к нулю малая величина, получим выражение для прогнозной длины тормозного пути

$$D_{торм} = 0{,}5\left(V^2(t) - \varepsilon^2\right) \Big/ g n_x(t),$$

где $n_x(t)$ — продольная измеряемая перегрузка.

По вычисленной оценке предельной дальности останова самолета, в поле зрения пилота, в том числе на динамическом индикаторе торможения, может быть сгенерировано оповещение о резерве дистанции безопасного торможения:

$$L_{резерв} = L_{ВПП} - x(t) - D_{торм}.$$

Такое сообщение будет облегчать принятие пилотом решения об экстренном торможении.

Очевидно, что информативность и применимость прогноза для повышения ситуационной осведомленности будет тем выше, чем более достоверны прогнозные оценки параметров движения по отношению к их реальным значениям.

Наиболее простой и очевидный прогноз дистанции торможения вычисляется в процессе движения самолета по ВПП, основываясь на текущих энергетических характеристиках и действующих силах.

В процессе движения все силы меняются в соответствии с изменением скоростного режима или по какой-либо программе (в соответствии с наставлениями и инструкциями РЛЭ), или в связи с непредвиденными обстоятельствами, такими, как изменение состояния покрытия ВПП, отказы двигателя или тормозной системы и др. Кроме того, ветер и осадки могут изменить предполагаемые или расчетные условия на ВПП. Все эти факторы приводят к тому, что каждый реальный полет представляет собой в общем случае цепь случайных процессов и поэтому рассчитываемые априори оценки движения самолета по ВПП не совпадают с реальными.

Таким образом, прогноз не может совпадать с реальным процессом и всегда содержит погрешность или неопределенность. Более того, прогноз по текущей ситуации всегда оказывается оптимистичным, т. к. основные силы торможения (реверсная тяга и аэродинамическое сопротивление) уменьшаются по мере снижения скорости движения.

Для повышения достоверности прогноза в данной работе предлагается эффективный метод коррекции алгоритмов прогнозирования. Целью коррекции являлось приближение расчетной прогнозируемой дистанции до конечной точки пробега к фактической. Повышение достоверности прогноза в работе достигается введением в алгоритм прогнозирования коэффициента коррекции ($Q_{кор}$) результатов прогнозирования, полученных по текущим параметрам движения воздушного судна.

В настоящей работе принята новая концепция корректировки прогнозных значений дальности. В модельных экспериментах была выявлена сильная зависимость точности прогноза от конфигурации используемых средств торможения. Поэтому, в отличие от [12] и [13], было предложено коэффициент коррекции оптимизировать отдельно для каждой из трех типовых конфигурации средств торможения — режим максимального реверса тяги, режим с выпущенными интерцепторами и финальная конфигурация с убранной механизацией крыла.

Ранее было показано, что наибольшие погрешности прогноза возникают на участках с максимальным реверсом и с выпущенными интерцепторами. Эти участки всегда идентифицируются в системе управления, и поэтому переключение вида коррекции не вызывает затруднений.

Корректированная длина тормозного пути находится в виде:

$$D_{торм_кор} = Q_{кор} D_{торм}.$$

При этом

$$Q_{кор} = Q_{кор}\left(J_i, k_{торм}, V\right),$$

где J_i — признак режимов, $k_{торм}$ — коэффициент торможения, V — скорость качения.

Идентификаторами трех режимов являются логические переменные:

$$J_{рев} = 1, \quad \text{если} \quad \mathrm{REV(t)} \ge \left|\mathrm{REV_{max}}\right|,$$
$$J_{инт} = 1, \quad \text{если} \quad \alpha_{интерц} \ge 0,$$
$$J_{фин} = 1, \quad \text{если} \quad J_{рев} \ne 1 \ и \ J_{инт} \ne 1 .$$

Коэффициент коррекции также различается по режимам:

$$Q_{кор} = \begin{cases} Q_{рев}, & \text{если} \quad J_{рев} \ge 1, \\ Q_{инт}, & \text{если} \quad J_{инт} \ge 1, \\ Q_{фин}, & \text{если} \quad J_{фин} \ge 1. \end{cases}$$

Как было показано в модельных экспериментах, в начале тормозного пути (на реверсном участке) наибольшее влияние на ошибки прогнозирования имеют коэффициент торможения $k_{торм}$ и скорость качения V. Поскольку коэффициент торможения $k_{торм}$ в наибольшей степени зависит от коэффициента сцепления $k_{сц}$, который и сообщается на борт для расчета посадки или перед разбегом, то коэффициент коррекции на участке максимального реверса $Q_{рев}$ в явном виде учитывал именно эти факторы

$$Q_{рев} = k_{рев}(k_{сц}) \cdot k_{рев}(V).$$

Для составляющей $k_{рев}\left(k_{сц}\right)$ была найдена формульная аппроксимация методом регрессионного анализа результатов модельных испытаний на режимах торможения во всевозможных погодных условиях [14]. Из множества вариантов аналитической аппроксимации был выбран полином 4-й степени:

$$k_{рев}\left(k_{сц}\right) = -131\left(k_{сц}\right)^4 + 292\left(k_{сц}\right)^3 - 233\left(k_{сц}\right)^2 + 77k_{сц} - 7,4.$$

Была найдена также эмпирическая зависимость от скорости в виде

$$k_{рев}(V) = k_1(k_0 + (1 - k_0)V / V_н),$$

где $V_н$ – начальная скорость торможения, k_1 – коэффициент, определяющий общую интенсивность коррекции, k_0 – коэффициент, меняющий степень и знак коррекции по мере движения самолета по ВПП.

В составе испытательного стенда имеется программный модуль для поиска оптимальных коэффициентов коррекции на множестве полетных условий. Поиск может осуществляться по разным критериям. Были исследованы критерии минимума ошибки прогнозирования, накопленной в пределах реверсного участка, и минимума ошибки на всей траектории торможения. Настроечные коэффициенты k_0 и k_1 определялись поиском по критерию минимума средней ошибки на реверсном участке.

При изменении конфигурации средств торможения алгоритм коррекции менял свою структуру.

В отличие от метода коррекции, изложенного ранее [12–14], где коррекция производилась по сложной зависимости на протяжении всей траектории торможения, в настоящей работе предложено дополнительно корректировать прогноз за пределами реверсного участка только на период времени с выпущенными интерцепторами.

Коррекция достигалась простым масштабированием оптимальных коэффициентов $k_{инт}$ по массе, нормированной средней посадочной массой $m_{норм} = m/90$. После уборки интерцепторов коэффициент коррекции на финальном участке траектории $Q_{фин}$ уменьшался до 80% от предыдущего значения.

В итоге была сформирована следующая логическая структура цепи коррекции коэффициентов в алгоритме прогнозирования (рис. 3).

Такой метод раздельной коррекции в зависимости от используемых средств торможения показал достаточно хорошую степень приближения прогнозных оценок к фактической траектории.

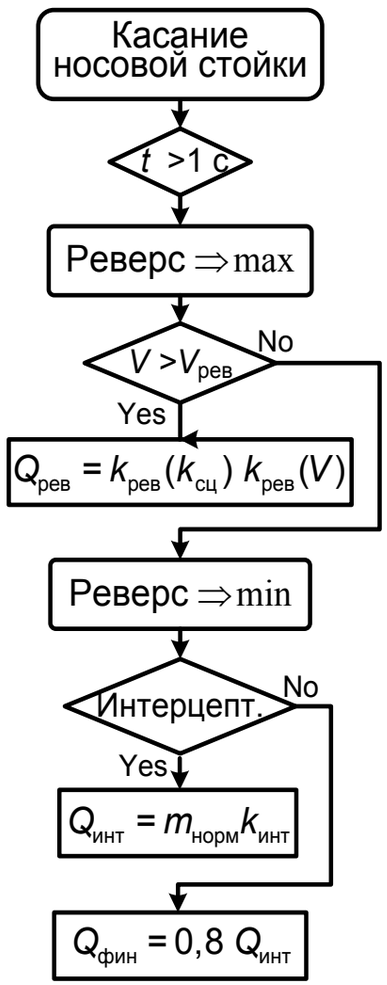

Рис. 3. Логика адаптации коэффициента коррекции к режимам

Эффект от введения ступенчатой коррекции виден на рисунке 4.

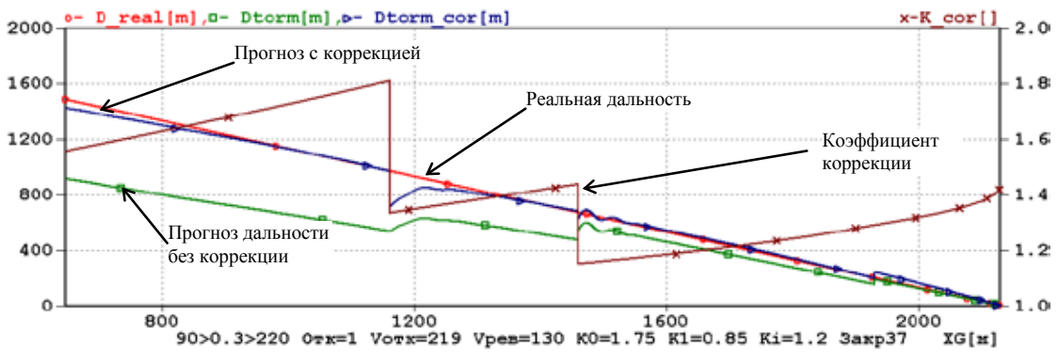

Рис. 4. Введение ступенчатой коррекции

Исследования алгоритмов прогнозирования на стенде

Для исследований был разработан специальный компьютерный многофункциональный стенд [11]. В его составе была полная нелинейная модель Ту-204-200. Проводились исследования результатов статистических испытаний алгоритмов в широком диапазоне условий торможения с посадочными массами от 70 до 105 тонн, коэффициентами сцепления от 0,3 до 0,7 и начальными скоростями торможения от 180 до 240 км/ч. Выполнялись серии испытаний длиной 1000 и 10000 полетов. Итоговый отчет об испытаниях содержал записи основных параметров каждого полета и итоговую таблицу статистических оценок всех параметров на всей совокупности полетов.

При этом для каждого полета фиксировался индекс генератора случайных чисел (SEED), который использовался для моделирования всех возмущений и помех в текущем полете. Зная этот индекс, можно было воспроизвести любой полет в разовом пуске с регистрацией полного набора параметров полета и записью всех координат для детального анализа данного полета. Очевидно, что наибольший интерес представляют полеты, в которых наблюдаются наихудшие или наилучшие результаты прогнозирования. Номера этих полетов также отмечаются в сводной таблице.

Стенд непрерывно совершенствовался. Вид экрана оператора в современной версии стенда после серии испытаний из 1000 полетов с заключительным фрагментом отчета представлен на рис. 5.

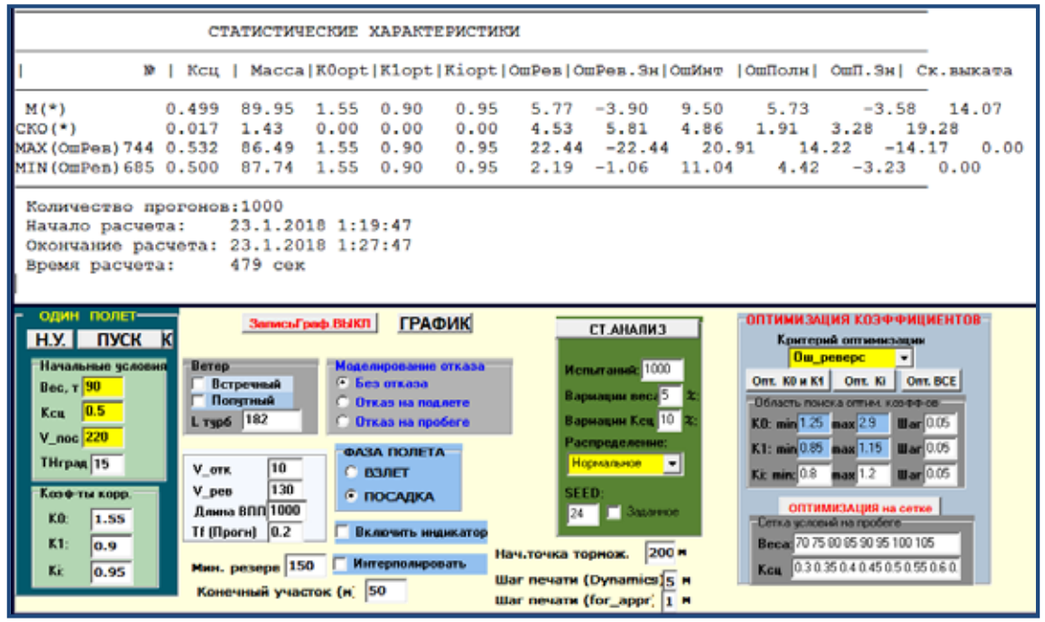

Рис. 5. Главное окно стенда статистических испытаний

В состав сервисного программного обеспечения исследовательского стенда был включен модуль для анализа результатов статистических испытаний разрабатываемых алгоритмов прогнозирования. Модуль анализа может быть настроен на анализ статистических характеристик любой из зарегистрированных переменных. Для целей настоящей работы наибольший интерес представляет анализ погрешностей прогнозирования дальности до точки останова в процессе торможения самолета на ВПП.

Программа статистического анализа дополнена специальной функцией определения количества прогнозов, попадающих в допуски «справа» и «слева» относительно среднего значения или нулевого значения оцениваемого параметра. Количества ошибок в пределах этих допусков индицируются при построении графиков. Границы допусков на графиках функции распределения и плотности выделяются красными пунктирными линиями. При вычислении доверительного интервала может быть заказан желаемый уровень доверия.

Размер доверительного интервала для нескольких тестовых режимов при уровне доверия 0,95 приведен в таблице 1.

Таблица 1. Ширина доверительного интервала, м

$k_{сц}$	Посадка без отказов			Посадка с отказом двигателя		
	0,3	**0,5**	**0,7**	**0,3**	**0,5**	**0,7**
70 т	1,047	0,329	0,329	0,444	0,414	0,321
90 т	1,068	0,438	0,153	1,074	0,559	0,559
105 т	1,103	0,345	0,167	1,189	0,444	0,157

На всем диапазоне исследованных режимов торможения ширина интервала не превышала 1,5 м. Это означает, что результаты прогнозирования дальности до останова с вероятностью 95% отстоят от истинного значения не более чем на 1,5 м.

Окно настроек модуля в функции графопостроителя показано на рис. 6.

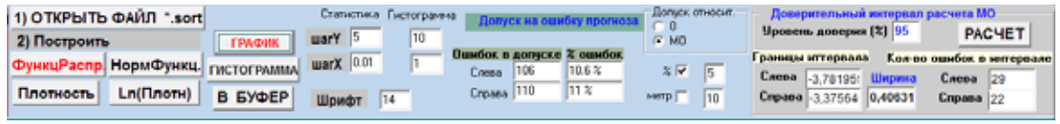

Рис. 6. Окно модуля анализа результатов статистических испытаний

Косвенное представление о характере распределения ошибок дает количество ошибок, попадающих в трубки допуска разной ширины. В таблице 2 показаны зависимости количества прогнозов дальностей до точки останова, попадающих в допуск, от ширины этого допуска. Зависимости получены по результатам статистического моделирования режима торможения самолета с начальной скоростью 220 км/ч, массой 90 т на полосе с коэффициентом торможения 0,5. Число модельных посадок было 10000. Статистические вариации массы и коэффициента торможения были заданы нормальными распределениями с увеличенным до 10% рассеяниями: $3\sigma_m = 0{,}01m$ и $3\sigma_{Kсц} = 0{,}01k_{сц}$.

Таблица 2. Количество ошибочных прогнозов точки останова

Допуск на ошибку прогноза, %	Допуск на ошибку прогноза, %									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ошибки слева	146	257	377	487	594	704	796	921	1003	1118
Ошибки справа	129	275	411	565	731	903	1094	1274	1492	1697

Данные в таблице показывают несимметричное распределение ошибок прогноза в пределах любого допуска, что хорошо видно по разнице ошибок справа и слева.

Причем ошибок слева, т. е. недооцененных дальностей до точек останова, меньше, а это значит, что меньше потенциально опасных ошибок. Такое распределение показывает, что тяжелые последствия от ошибочных принятий решений, основанных на предложенном методе прогнозирования, будут прогнозироваться с меньшей вероятностью, что может быть аргументом в пользу одобрения метода прогнозирования эксплуатантами.

Оценка уровней ущерба от ошибочных прогнозов

Результаты прогнозирования содержат разнополярные ошибки, т. е. прогноз может быть оптимистичным или пессимистичным. Оптимистичным называется такой прогноз, результаты которого сообщают о более благоприятном развитии ситуации, чем это будет происходить в действительности. Оценка ситуации экипажем и принятие решения по управлению полетом на основании оптимистического прогноза может в действительности привести к нежелательным, в том числе и опасным последствиям. Применительно к авиации значимость разнополярных ошибок, или цена последствий, существенно различна. Так, в случае экстренного торможения при прерванном взлете пессимистическая переоценка тормозного пути может привести к ошибочному прекращению взлета, а его оптимистическая недооценка — к выкатыванию за пределы ВПП. В первом случае это приведет к отмене или перенесению рейса и выплате штрафов, а во втором возможны поломка шасси, разрушение фюзеляжа, разрушение двигателей, их возгорание, травмирование пассажиров и др.

С позиции общего подхода к анализу вариантов развития опасных событий на объектах повышенного риска, приведенного в [12], в рамках вероятностной модели полет может быть представлен в виде реализации одного из возможных сценариев.

Абсолютно успешное выполнение этапа торможения с нулевым ущербом — это процесс перехода ВС из состояния начального торможения в конечное состояние останова (или достижения скорости руления) I_0 в пределах ВПП. Под влиянием факторов опасности (ФО) траектория торможения отклоняется от нормативной траектории, в результате может наступить любое из множества q возможных нештатных событий (исходов полета) I_j.

Упрощенно представим, что каждый исход I_j описывается только двумя параметрами: вероятностью P_j его наступления и величиной предполагаемого (гипотетического) ущерба S_j. В ситуациях с выкатыванием за порог ВПП величина ущерба наиболее сильно коррелированна

со скоростью, при которой произошло выкатывание. Это же утверждается и другими авторами [12, 13]. Ввиду недостаточной статистики по характеру повреждений в результате выкатывания и тем более в стоимостном выражении таких ЛП, будем считать размер ущерба (в некотором приближении) пропорциональным относительной цене ущерба и скорости выкатывания V_{or}.

$$S_j \cong S\left(V_{or}^j\right) = \eta V_{or}^j. \quad (1)$$

Все исходы полета образуют полную группу событий:

$$\sum_{j=1}^{q} P\left(I_j\right) + P\left(I_0\right) = 1.$$

Произведение вероятности каждого исхода торможения на ущерб может рассматриваться как риск, связанный с этим исходом (событием):

$$R_j = P_j S_j. \quad (2)$$

Сумма произведений (2) представляет собой среднее случайной величины ущерба $\tilde{R}$, которое и является одной из возможных характеристик суммарного риска режима торможения:

$$\tilde{R} = \sum_{j=1}^{q} P_j S_j.$$

Если предположить бесконечно большое число исходов полета, то приходим к непрерывной случайной интегральной величине ущерба, для которой риск считается как математическое ожидание $M(S)$:

$$R = M(S) = \int_{-\infty}^{+\infty} Sf(S)dS,$$

где $f(S)$ − плотность распределения вероятностей ущерба. Или при нашем допущении (1) принимаем выражение $f(S)$ через плотность распределения вероятностей скорости в виде:

$$f(S) \cong f\left(\eta, V_{or}\right).$$

Для оценки серьезности последствий авиационных происшествий в ИКАО принята шкала из 5 уровней. Для наших целей будем использовать такую же шкалу градаций скорости выкатывания. Статистические характеристики вероятной скорости выкатывания определим следующим образом.

Каждая траектория торможения заканчивается конечным участком, на котором скорость качения монотонно уменьшается до нуля. Вид этой зависимости определяется коэффициентом сцепления колес с покрытием ВПП, массой ВС и силами торможения. развиваемыми всеми средствами торможения. Поскольку на конечном участке аэродинамические силы невелики, реверс тяги выключен, то динамика торможения зависит только от степени обжатия тормозной системы колес. В ситуациях приближения к торцу ВПП для предотвращения выкатывания естественным образом всегда используется одна и та же максимальная степень обжатия. Это позволяет зависимость скорости искать в виде $V = V(m, k_{\text{торм}}, D_{fin})$, где $k_{\text{торм}}$ — коэффициент торможения, D_{fin} — дальность до финальной точки.

Затем была поставлена задача найти статистические свойства вероятных скоростей выкатывания, обусловленных ошибками прогнозирования точки останова ВС в процессе торможения в области эксплуатационных режимов торможения.

Эта область ограничена начальными скоростями торможения, допустимыми посадочными массами и приемлемыми для эксплуатации ВС состояниями покрытия ВПП. Состояние покрытия условно характеризуется измеренным коэффициентом сцепления μ, который и определяет коэффициент торможения.

Как отмечалось выше, величина ущерба или уровень риска при выполнении финального этапа торможения, ориентируясь на прогноз, имеет явную корреляцию со скоростью выкатывания V_{or} (overrun speed). Очевидно, что эта скорость непосредственно зависит от расстояния прогнозной точки останова до границы ВПП. Это расстояние является ошибкой прогнозирования. Таким образом, $V_{or} = f(\Delta D_{\text{торм}})$. Вид функции $f(\Delta D_{\text{торм}})$ определяется только динамикой торможения на конечном участке траектории, где выключен реверс, убраны интерцепторы, отсутствует аквапланирование, и поэтому хорошо детерминирован и консервативен по отношению ко всем предыдущим эволюциям траектории. Эта функция для каждой j-ой конфигурации конкретного ВС определяется по записям модельных полетов. Путем обработки результатов детерминированного моделирования режимов торможения методом регрессионного анализа в работе были найдены аналитические аппроксимации функции $V_{or}^j\left(\Delta D_{\text{торм}}\right) = f^j\left(\Delta D_{\text{торм}}\right)$. Поиск выполнялся специальным программным модулем, имеющимся в составе стенда.

Монотонный характер замедления ВС наиболее рационально описывается полиномиальной зависимостью. В окне настроек модуля аппроксимации можно задавать степень полинома от 2-го до 4-го порядка.

С помощью этой функции статистические характеристики дальности гипотетического выкатывания конвертируются в соответствующие характеристики скорости. Вид функции и ее аппроксимация полиномом 3-й степени приведены ниже на рис. 7.

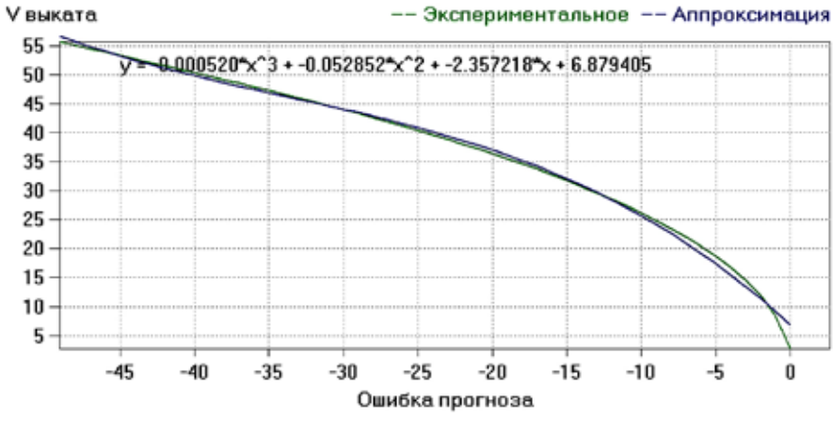

Рис. 7. Модельная скорость торможения и ее аппроксимация

В среде эксплуатантов авиационной техники имеется статистика АП с описанием инцидентов с выкатыванием, включая записи всех координат процесса торможения и характер повреждений. По такой статистике может быть установлена относительная цена ущерба η в функции скорости $\eta = \eta\left(V_{or}^{j}\right)$, при которой произошло выкатывание. В настоящей работе величина ущерба также оценивается в относительной шкале по 5-ти уровням.

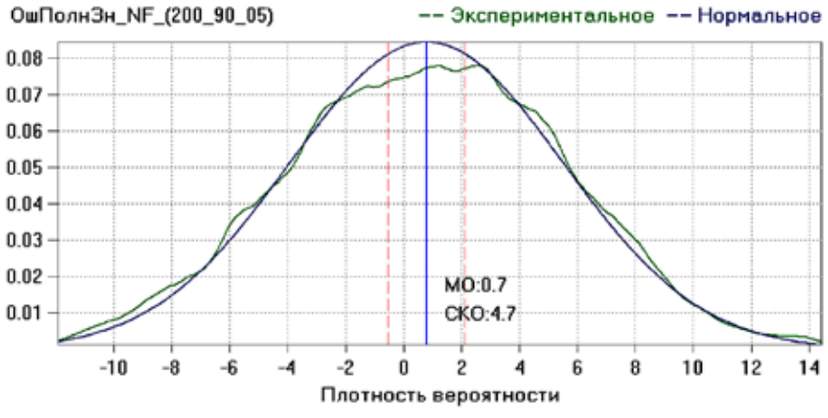

Рис. 8. Плотность вероятности ошибок прогнозирования дальности до останова в границах ВПП

В качестве примера приводятся результаты статистического анализа модельных испытаний процесса торможения ВС (рис. 8, 9). Номинальные условия торможения: масса ВС m = 105 т, $k_{сц}$ = 0,5. Вариации: $3\sigma_m$=5%, $3\sigma_{Ксц}$= 10%. Число испытаний 1000.

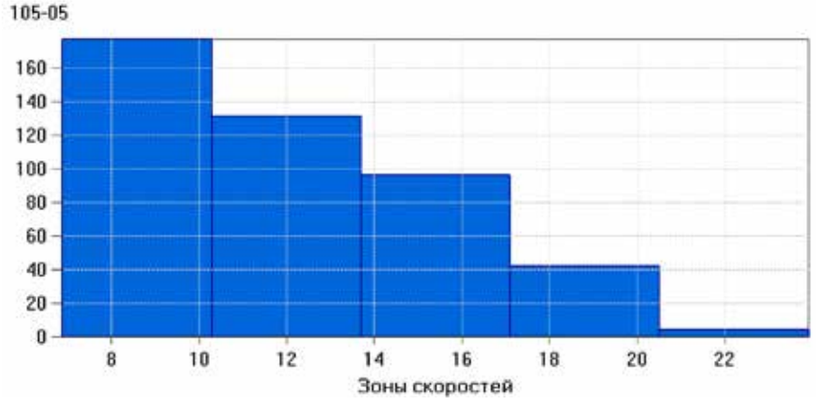

Рис. 9. Гистограмма распределения вероятных скоростей выкатывания по пяти зонам

На рисунках приведена графическая интерпретация результатов в виде графиков плотности вероятности ошибок прогнозирования (рис. 8) и гистограммы распределения числа ошибочных прогнозов по 5 группам скоростей выкатывания, так называемым карманам (рис. 9).

Программа статистического анализа формирует отчет непосредственно на экране стенда и создает текстовый файл отчета для распечатки документа. Фрагмент отчета с указанием границ («от» и «до») каждого интервала дальности, соответствующего ему скоростного интервала, количества ошибок и их вероятности в этом интервале показан ниже.

```
=================================================
Среднее значение = -0.14368
Средне-квад. значение = 2.47688
Левые интервалы: - всего 450:

1 интервал от -8.83 до -6.74, скорость от 23.93 до 20.52 - количество 4  вероятность 0.004
2 интервал от -6.74 до -4.84, скорость от 20.52 до 17.11 - количество 42  вероятность 0.042
3 интервал от -4.84 до -3.10, скорость от 17.11 до 13.70 - количество 96  вероятность 0.096
4 интервал от -3.10 до -1.50, скорость от 13.70 до 10.29 - количество 131  вероятность 0.131
5 интервал от -1.50 до  0.00, скорость от 10.29 до  6.88 - количество 177  вероятность 0.177
=================================================
```

Приведенные данные показывают, что результаты прогнозирования содержат малые ошибки по отношению к реальному модельному движению ВС, и наиболее вероятны прогнозируемые исходы с выкатыванием с малыми скоростями, соответственно, с малым вероятным ущербом.

Заключение

В работе получил дальнейшее развитие метод прогнозирования траектории движения с позиций энергетического подхода к управлению полетом летательных аппаратов. Поход распространен на взлетно-посадочные режимы. В данной работе рассматривались режимы торможения после посадки или прерванного взлета. Основной прогнозируемой координатой была принята дальность до точки останова или до скорости рулежки. Для повышения точности и достоверности прогноза предложен способ коррекции, учитывающий состояние всех устройств торможения — реверса тяги, положения интерцепторов степени обжатия колесных тормозов и угла отклонения закрылков. Результаты прогноза в реальном времени предложено использовать для оповещения пилота о характерных или вероятных аварийных событиях с целью улучшения ситуационной осведомленности.

Для проведения исследований разработан испытательный компьютерный стенд. На дискретном множестве условий на режимах торможения были найдены оптимальные коэффициенты настроек алгоритмов прогнозирования. С использованием программ интерполяции оптимальные настройки стали доступны во всей эксплуатационной области режимов. Были выполнены статистические испытания алгоритмов в штатной конфигурации и в состоянии отказа одного двигателя. Продемонстрированы малые погрешности прогнозирования. Более того, найденные малые доверительные интервалы для средней ошибки расчета тормозного пути доказывают высокую достоверность результатов прогнозирования с энергетическими алгоритмами.

Литература

1. Rallo N. The European Regional Aviation Safety Group (RASG-EUR). // FSFI International Workshop, 15 May 2012.

2. Rallo N. Runway safety: the big picture // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6–8 November 2012.

3. Sharov V. Development of Overrun Prognosis System in Volga-Dnepr Airline. // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6–8 November 2012.

4. Jarinov S. Role of the Regulator. // ICAO Regional Runway Safety Seminar (RRSS). Moscow, 6–8 November 2012.

5. Шаров В. Д. Методика оценки вероятности выкатывания воздушных судов за пределы ВПП при посадке. // Научный вестник МГТУ Гражданской Авиации, № 122, 2007.

6. Кофман В. Д., Полтавец В.А., Теймуразов Р.А. Сравнительный анализ безопасности полетов отечественных и зарубежных самолетов. // Транспортная безопасность и технологии. № 4(5), декабрь 2005.

7. Борисов В. Г., Начинкина Г. Н., Шевченко А. М. Энергетический подход к управлению полетом. М., «Автоматика и телемеханика» № 6, 1999. С. 59-70.

8. Kurdjukov A. P., Nachinkina G. N., Shevtchenko A. M. Energy approach to flight control. / AIAA Conf. Navigation, Guidance & Control. AAIA Paper 98–4211. Boston, 1998.

9. Павлов Б. В., Шевченко А. М., Начинкина Г. Н. Энергетический подход и его использование для проектирования систем управления полетом. // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем, вып. 2 (16), том 8. 2003. С. 24–43.

10. Шевченко А. М., Начинкина Г. Н. Энергетический метод прогнозирования безопасного торможения самолета. // Проблемы управления – 2014. – № 4. .– С. 38 – 44.

11. Шевченко А. М. Разработка и исследование метода прогнозирования дистанции пробега самолета на посадке. // Мехатроника, автоматизация, управление – 2015. – т. 16, №12. – С. 841 – 847.

12. Шаров В. Д. Прогнозирование и предотвращение выкатываний самолета за пределы за пределы взлетно-посадочной полосы. // Lambert Academic Publication. 2013. 115 стр.

13. Завершинский В. В. Разработка концепции бортовой автоматизированной системы предупреждения для снижения риска выкатывания воздушных судов на пробеге: // Автореф. дис. канд. техн. наук. – Ульяновское высшее авиационное училище гражданской авиации, 2011, 20 стр.

УДК 629.7.05

ЗАДАЧА О РАЗДЕЛЕНИИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА УГЛОВУЮ И ТРАЕКТОРНУЮ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, *д. т. н., профессор*
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»
E-mail: inbox@aomiea.ru

Проведен анализ полного вращательного движения летательного аппарата, которое состоит из углового и траекторного вращений. На основе кинематических уравнений движения твердого тела показана независимость вращательного движения летательного аппарата относительно центра масс и его вращения относительно инерциальной системы отсчета. Найдены проекции угловой скорости поворота траектории на связанные оси и показаны условия измерения этих проекций.

Ключевые слова: *кинематические уравнения, угловая скорость, векторное произведение, кориолисово ускорение, вращение.*

THE PROBLEM OF DIVIDING THE AIRCRAFT ROTATIONAL MOTION INTO ANGULAR AND TRAJECTORY COMPONENTS

Vladimir E. KULIKOV, *D. Sc. in Engineering, professor*
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC
E-mail: inbox@aomiea.ru

The article provides the analysis of aircraft full rotational motion composed of angular and trajectory rotations. Through the rigid body motion kinematic equations, the independence of aircraft rotational motion relative to the center of mass, and aircraft rotation relative to the inertial reference system are shown. The trajectory turn angular velocity projections on fixed axes are found and the measurement conditions are presented.

Keywords: *kinematic equations, angular velocity, vector product, Coriolis acceleration, rotation.*

При синтезе систем автоматического управления полетом возникает вопрос разделения вращательного движения летательного аппарата (ЛА) на вращение относительно центра масс и относительно мгновенного центра вращения траектории ЛА в инерциальной системе отсчета, что связано с задачей управления угловым движением независимо от траекторного.

Положение летательного аппарата в инерциальном пространстве относительно Земли определяется с помощью углов Эйлера [1] и соответствует его угловой ориентации относительно земной нормальной системы координат, имеющей общее начало со связанной системой координат.

Вращение ЛА относительно центра масс и (или) повороты осей связанной системы координат в пространстве определяют угловые скорости вращения, описываемые одними и теми же кинематическими уравнениями Эйлера [2, стр. 150]. Для летательных аппаратов эти уравнения принято записывать в виде

$$\begin{cases} \omega_x = \dot{\gamma} + \dot{\psi}\sin\vartheta, \\ \omega_y = \dot{\psi}\cos\gamma\cos\vartheta + \dot{\vartheta}\sin\gamma, \\ \omega_z = -\dot{\psi}\sin\gamma\cos\vartheta + \dot{\vartheta}\cos\gamma, \end{cases} \qquad (1)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости крена, рыскания, тангажа, которые являются проекциями угловой скорости летательного аппарата на связанные оси; γ, ψ, ϑ — углы крена, рыскания, тангажа, которые определяют ориентацию связанных осей относительно земных. Из уравнений (1) следуют известные уравнения [3, стр. 103] относительно производных углов ориентации ЛА, а именно

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x - \mathrm{tg}\vartheta(\omega_y\cos\gamma - \omega_z\sin\gamma), \\ \dot{\psi} = \dfrac{1}{\cos\vartheta}(\omega_y\cos\gamma - \omega_z\sin\gamma), \\ \dot{\vartheta} = \omega_z\cos\gamma + \omega_y\sin\gamma. \end{cases} \qquad (2)$$

Уравнения (2) используются совместно с дифференциальными уравнениями для сил и моментов при исследовании и моделировании движения ЛА относительно «плоской» Земли.

Формально системы (2) и (1) связаны между собой следующими соотношениями в матричной форме записи

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = \tilde{N}^{-1}\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \ \tilde{N} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\vartheta & 0 \\ 0 & \cos\gamma\cos\vartheta & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma\cos\vartheta & \cos\gamma \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Заметим, что векторное уравнение (3) связывает измеряемые угловые скорости в связанной системе координат с производными углов позиционирования связанной системы координат относительно земной.

Еще раз подчеркнем, что вектора относительной и переносной угловых скоростей движущегося в пространстве ЛА, с точки зрения разворота связанной системы координат без изменения углового положения ЛА или вращения ЛА вокруг своих осей без изменения направления поступательного движения, являются неразличимыми между собой. При смешанном абсолютном вращательном движении ЛА в связанной системе координат имеет место теорема о сложении угловых скоростей [4, стр. 161], согласно которой вектор абсолютной мгновенной угловой скорости вращения равен сумме векторов угловых скоростей относительного $\vec{\omega}_{\text{отн}}$ и переносного $\vec{\omega}_{\text{пер}}$ вращений:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_{\text{отн}} + \vec{\omega}_{\text{пер}}, \ \vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T. \qquad (4)$$

Обратим внимание на то, что датчики угловой скорости, установленные на ЛА по осям связанной системы координат *OX*, *OY* и *OZ*, измеряют в инерциальном пространстве соответствующие проекции линейно связанных угловых скоростей: собственно вращения относительно центра масс и поворота осей связанной системы координат, вызываемого переносным движением ЛА. Это явление характерно для устойчивого ЛА, собственные связанные оси которого стремятся совместиться с осями скоростной системы координат, изменяющими свою ориентацию относительно земной системы при искривлении траектории полета. В этом случае в показания датчиков входит составляющая траекторной угловой скорости вращения, отображающая появление кориолисова ускорения, возникающего при создании центростремительной силы, направленной к центру кривизны траектории [5, стр. 48].

При рассмотрении проекций модуля вектора скорости полета известен переход [6, стр. 74] от нормальной земной системы координат к связанной согласно матрице направляющих косинусов:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} V_{x_g} \\ V_{y_g} \\ V_{z_g} \end{bmatrix}, \quad V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \sqrt{V_{x_g}^2 + V_{y_g}^2 + V_{z_g}^2}, \tag{5}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos\vartheta\cos\psi & \sin\vartheta & -\cos\vartheta\sin\psi \\ \begin{matrix} -\cos\gamma\cos\vartheta\cos\psi + \\ +\sin\gamma\sin\psi \end{matrix} & \cos\gamma\cos\vartheta & \begin{matrix} \cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi + \\ +\sin\gamma\cos\psi \end{matrix} \\ \begin{matrix} \sin\gamma\sin\vartheta\cos\psi + \\ +\cos\gamma\sin\psi \end{matrix} & -\sin\gamma\cos\vartheta & \begin{matrix} \sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi + \\ +\cos\gamma\sin\psi\cos\psi \end{matrix} \end{bmatrix}.$$

В связанной системе координат имеют место следующие уравнения движения центра масс в перегрузках [7, стр. 69]:

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \omega_z V_y - \omega_y V_z + g(n_z - \sin\vartheta), \\ \dot{V}_y = \omega_x V_z - \omega_z V_x + g(n_y - \cos\vartheta\cos\gamma), \\ \dot{V}_z = \omega_y V_x - \omega_x V_y + g(n_z - \cos\vartheta\sin\gamma), \end{cases} \tag{6}$$

где n_x, n_y, n_z — продольная, нормальная и поперечная перегрузки соответственно. Зависимость параметров движения от времени t в явном виде записывать не будем.

Покажем, что в случае, когда не возникает поворотное движение центра масс относительно земной инерциальной системы координат и кориолисовые силы отсутствуют, вращение ЛА вокруг центра масс без появления внешних аэродинамических сил не оказывает влияние на изменение траектории полета. То есть, докажем, что в уравнениях (6) собственно вращательные составляющие ускорений типа «ωV», вообще говоря, описывающие инерционные силы, не влияют на поворотное движение ЛА, которое в общем случае при изменении кривизны траектории полета вносит свой вклад в ускорения в виде проекций кориолисовых сил на связанные оси.

Пусть тело (ЛА), движение которого описывается системой уравнений (6), осуществляет прямолинейное равномерное движение и вращается вокруг центра масс с угловыми скоростями, не вызывая дополнительные внешние силы от взаимодействия с воздушным потоком. Не нарушая общности, положим, что вектор постоянной скорости лежит в плоскости горизонта, тогда, согласно (5), найдем проекции скорости на связанные оси:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = V \cdot \begin{bmatrix} \cos\vartheta\cos\psi \\ -\cos\gamma\sin\vartheta\cos\psi + \sin\gamma\sin\psi \\ \sin\gamma\sin\vartheta\cos\psi + \cos\gamma\sin\psi \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Ускорения составляющих скоростей определятся как производные по аргументу t вектора скорости (7) в связанной системе координат:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} -\dot{\vartheta}\cos\psi\sin\vartheta - \dot{\psi}\cos\vartheta\sin\psi \\ \begin{matrix} \dot{\gamma}(\cos\gamma\sin\psi + \cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma) - \dot{\vartheta}\cos\vartheta\cos\psi\cos\gamma + \\ +\dot{\psi}(\cos\vartheta\sin\gamma + \cos\gamma\sin\vartheta\sin\psi) \end{matrix} \\ \begin{matrix} -\dot{\gamma}(\sin\gamma\sin\psi - \cos\psi\cos\gamma\sin\vartheta) + \dot{\vartheta}\sin\gamma\cos\vartheta\cos\psi + \\ +\dot{\psi}(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\vartheta\sin\psi) \end{matrix} \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Таким образом, если при рассмотрении системы (6) перегрузки только компенсируют соответствующие проекции силы тяжести на оси связанной системы координат

$$n_z = \sin\vartheta, \; n_y = \cos\vartheta\cos\gamma, \; n_z = \cos\vartheta\sin\gamma \tag{10}$$

и выражения в скобках уравнений (6) будут равны нулю, то система, описывающая только вращение ЛА, примет вид:

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \omega_z V_y - \omega_y V_z, \\ \dot{V}_y = \omega_x V_z - \omega_z V_x, \\ \dot{V}_z = \omega_y V_x - \omega_x V_y. \end{cases} \tag{11}$$

Подстановка выражений для проекций постоянного вектора скорости (7) на связанные оси в систему (11), как нетрудно видеть, даст результат, тождественный системе (9). Иначе говоря, векторное произведение вектора абсолютной угловой скорости на вектор постоянной скорости

$$\vec{\omega}\times\vec{V} = R\cdot\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix},\quad R = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}, \tag{12}$$

в скалярном виде принимающее вид (11), описывает только мгновенные проекции ускорений скорости на связанные оси и не вызывает появление ложных ускорений кориолисовых сил, так как отсутствует поворотное движение центра масс твердого тела. Таким образом, в варианте (11) векторное произведение (12) правильно отображает проекции скорости движения тела при его вращении вокруг центра масс.

Обобщим полученный результат для произвольно ориентированного в инерциальном пространстве вектора постоянной скорости полета летательного аппарата при его вращении вокруг центра масс без появления внешних аэродинамических сил. В этом случае ускорения на траектории отсутствуют:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{x_g} & \dot{V}_{y_g} & \dot{V}_{z_g} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

На основании (5) проекции произвольного вектора скорости в земной системе координат могут быть выражены через проекции этой скорости в связанной системе координат

$$\begin{bmatrix} V_{x_g} \\ V_{y_g} \\ V_{z_g} \end{bmatrix} = A^{-1}\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}. \tag{14}$$

По правилу дифференцирования произведения матриц по скалярному аргументу (в нашем случае t) найдем производную вектора скорости (14) в земной системе координат и, с учетом (6) и (12), получим:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{x_g} \\ \dot{V}_{y_g} \\ \dot{V}_{z_g} \end{bmatrix} = \left(A^{-1}\right)'\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + A^{-1}\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} = \left(A^{-1}\right)'\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + A^{-1}R\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + A^{-1}\begin{bmatrix} g\left(n_z - \sin\vartheta\right) \\ g\left(n_y - \cos\vartheta\cos\gamma\right) \\ g\left(n_z - \cos\vartheta\sin\gamma\right) \end{bmatrix}.$$

По ранее введенным условиям (10) и (13) правый вектор-столбец в правой части и вектор-столбец в левой части уравнения (15) являются нулевыми, тогда будет иметь место равенство:

$$\left(A^{-1}\right)'\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + A^{-1}R\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

Из (16) следует соотношение:

$$\left(A^{-1}\right)' = -A^{-1}R. \tag{17}$$

Обратная матрица направляющих косинусов равна транспонированной матрице

$$A^{-1} = A^T. \tag{18}$$

Известна формула [8, стр. 220] о производной обратной функциональной матрицы скалярного аргумента t:

$$\frac{dA^{-1}(t)}{dt} = -A^{-1}(t)\frac{dA(t)}{dt}A^{-1}(t). \tag{19}$$

Подставим (19) в (17) и, с учетом (18), получим два равенства

$$A'A^T = R,\quad A\left(A^T\right)' = -R, \tag{20}$$

откуда следует тождество

$$A'A^T = -A\left(A^T\right)' = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_z - & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Тождества (21) и (20) являются общими в кинематике вращения твердого тела, они не зависят от свойств и характера угловых скоростей тела, будь то вращение относительно центра масс или поворотное движение центра масс по искривленной траектории.

Действительно, появление аэродинамических внешних сил, возникающих на летательном аппарате при изменении его угловой ориентации и (или) тяги, вызывает ускорение вектора скорости, которое в проекциях на принятую за инерциальную земную систему координат, описывается уравнением:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{x_g} \\ \dot{V}_{y_g} \\ \dot{V}_{z_g} \end{bmatrix} = A^T \begin{bmatrix} g\left(n_z - \sin\vartheta\right) \\ g\left(n_y - \cos\vartheta\cos\gamma\right) \\ g\left(n_z - \cos\vartheta\sin\gamma\right) \end{bmatrix}. \qquad (22)$$

Векторное уравнение (22) представляет собой уравнение движения центра масс ЛА [3, стр. 85], то есть является обобщенным уравнением Ньютона, так как в перегрузки по определению входят проекции полной аэродинамической силы и силы тяги. Из сравнения (22) и (15) следует равенство (16), так как в системе инерциального отсчета кориолисовы силы себя не проявляют, они наблюдаемы только в неинерциальной системе, вращающейся относительно инерциальной.

Теперь рассмотрим вопрос о поворотных угловых скоростях при отсутствии собственно углового вращения ЛА. Эта постановка задачи описывает установившееся траекторное движение ЛА. Определим составляющие траекторного вращения в угловых скоростях связанной системы координат. Пусть ЛА совершает криволинейное движение с описанием его в траекторной системе координат, которая так же, как связанная, является неинерциальной.

Угловая скорость вращения траектории, то есть вектор угловой скорости вращения базиса траекторной системы координат $\vec{\omega}_{\text{тр}}$ относительно нормальной земной системы координат в проекциях на оси траекторной системы координат, [9] имеет вид

$$\vec{\omega}_{\text{тр}} = \begin{bmatrix} \dot{\Psi}\sin\theta \\ \dot{\Psi}\cos\theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \qquad (23)$$

где Ψ, θ — соответственно угол пути и угол наклона траектории.

Переход от траекторной к земной системе координат описывается матрицей направляющих косинусов [10]:

$$B = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\Psi & -\sin\theta\cos\Psi & \sin\Psi \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\cos\theta\sin\Psi & \sin\theta\sin\Psi & \cos\Psi \end{bmatrix}. \qquad (24)$$

Найдем проекции траекторных угловых скоростей (23) на связанные оси с использованием (24) и (5), получим

$$\begin{bmatrix} \omega_{x_{\text{тр}}} \\ \omega_{y_{\text{тр}}} \\ \omega_{z_{\text{тр}}} \end{bmatrix} = AB \begin{bmatrix} \dot{\Psi}\sin\theta \\ \dot{\Psi}\cos\theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}\sin\Delta\psi\cos\vartheta + \dot{\Psi}\sin\vartheta \\ \dot{\theta}\left(\cos\Delta\psi\sin\gamma + \sin\Delta\psi\cos\gamma\sin\vartheta\right) + \dot{\Psi}\cos\gamma\cos\vartheta \\ \dot{\theta}\left(\cos\Delta\psi\cos\gamma - \sin\Delta\psi\cos\gamma\sin\vartheta\right) - \dot{\Psi}\cos\gamma\cos\vartheta \end{bmatrix}, \qquad (25)$$

где $\Delta\psi = \psi - \Psi$ — угол между углом рыскания и углом пути, отсчитываемым по правилу знаков для рыскания.

Проверим правильность полученного результата, то есть покажем, что при отсутствии собственно вращений траекторные угловые скорости (25) должны соответствовать кинематическим уравнениям Эйлера (2). Этот случай соответствует нулевым значениям производных по крену и тангажу

$$\dot{\gamma} = 0, \quad \dot{\vartheta} = 0. \qquad (26)$$

Подстановка траекторных угловых скоростей (25) в уравнения (2) дает следующий результат:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = -\dfrac{\dot{\theta}\sin\Delta\psi}{\cos\vartheta}, \\ \dot{\psi} = \dot{\Psi} + \dot{\theta}\sin\Delta\psi\,\mathrm{tg}\vartheta, \\ \dot{\vartheta} = \dot{\theta}\cos\Delta\psi. \end{cases} \qquad (27)$$

Как следует из анализа (27), выполнение условий постоянства углов крена и тангажа (26) обеспечивается при $\dot{\theta} = 0$, то есть без восходящего (нисходящего) маневрирования в вертикальной плоскости. Кроме того, полная проекция производной путевого угла $\dot{\Psi}$ на ту же вертикальную ось при первом эйлеровом повороте связанной системы координат относительно нормальной в горизонтальной плоскости не означает

в общем случае возникновения собственно вращения самолета по рысканию. То же характерно и для проекции траекторных угловых скоростей на связанные оси. Например, проекция угловой скорости рыскания $\omega_{y_{тр}}$ может оказаться ненаблюдаемой для соответствующего бортового датчика угловой скорости, а остаться только «вычисляемой» по прямым измерениям Ψ, θ и их производным. Такой случай возникает при сохранении ориентации оси OX связанной системы координат ЛА вдоль инерциальной земной оси OX_g, что встречается при движении вертолетов и мультикоптеров, имеющих нейтральную устойчивость по рысканию.

На самом деле при поворотах вокруг собственных осей ЛА всегда возникают аэродинамические силы, которые и обеспечивают изменение траектории полета. Угловая скорость вращения траектории, то есть угловая скорость вращения базиса в проекциях на земные оси, всегда обеспечивает свой вклад в абсолютную угловую скорость летательного аппарата. Вопрос состоит в правильности ее использования в различных системах координат одного и того же объекта.

Вектор абсолютной угловой скорости дает только проекцию на оси связанной системы координат, поэтому, если связанная система координат не «успевает» поворачиваться за вектором скорости, датчик угловой скорости вращения может и не измерять все составляющие переносной кориолисовой угловой скорости, вызванной реакцией кориолисовых сил. Действительно, датчики измеряют угловые скорости только по тем осям, по которым они установлены. Если связанная система координат не сопровождает угловые повороты траектории ЛА или не полностью поворачивается вслед за вектором скорости, тогда траекторное вращение будет недоступно датчикам угловой скорости или будет измеряться только часть проекции поворотного вращения. Это обстоятельство является ключевым при исследовании задач динамики полета на основе измерений датчиков инерциальной информации. В идеальном варианте полное измерение абсолютной скорости вращения возможно для устойчивого ЛА при совпадении направлений вектора горизонтальной скорости и проекции продольной оси на горизонтальную плоскость.

Из рассмотренного следует важное предупреждение о недопустимости применения по отдельности скалярных уравнений из системы уравнений (6), так как математически точное описание вращения тела, вызванного, в том числе, инерционным взаимодействием движущегося ЛА с аэродинамическими силами, возможно только при описании его вращения с учетом полной размерности соответствующего векторного произведения.

Литература

1. Айзерман М. А. Классическая механика. — Издание 2-е, переработанное. — М.: Наука, 1980. — 367 с.

2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов. — 10-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1986. — 416 с.

3. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е, переработанное и доп. — М.: Машиностроение, 1973. — 616 с.

4. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики, т. 1 (кинематика, статика, динамика точки). — М.: Наука, 1977. — 480 с.

5. Чепурных И. В. Динамика полета самолетов: учеб. пособие / И. В. Чепурных. — Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2014. — 112 с.

6. Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. — Изд. 2-е перераб. и доп. — М.: Машиностроение , 1969. — 499 с.

7. Динамика полета: Учебник для студентов высших учебных заведений. Изд. 2-е, испр. и доп. / А. В Ефремов, В. Ф. Захарченко, В. Н. Овчаренко и др.; под ред. Г. С Бюшгенса. — М.: Машиностроение — Полет, 2017. — 776 с.: ил.

8. Бортаковский А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учеб. пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — М.: Высш. шк., 2005 — 591 с.: ил.

9. Саленко С. Д. Динамика полета. Ч. 1. Траектории летательных аппаратов: учеб. пособие / С. Д. Саленко, А. Д. Обуховский. — Новосибирск: Из-во НГЕТУ, 2014. — 140 с.

10. Горбатенко С. А., Макашов Э. М. и др. Механика полета (Общие сведения. Уравнения движения). Инженерный справочник. — М.: Машиностроение, 1969. — 420 с.

**Правила оформления материалов,
направляемых для опубликования в журнале
«Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами»**

- Для опубликования в журнале принимаются статьи объемом до 30 с., а также краткие сообщения объемом до 5 стр.
- Статья должна иметь аннотацию не более 600 знаков, ключевые слова.
- На первой странице должны быть указаны: фамилии и инициалы авторов, полное название текста статьи без сокращений, проставлен индекс УДК.
- Материалы должны быть подготовлены в формате *.doc, лист А4, ориентация книжная (вертикальное расположение), шрифт Times New Roman, размер шрифта 12, интервал между строками одинарный, поля (мм): верхнее 22, нижнее 50, левое 30, правое 28, расположение страниц зеркальное. Установить «Автоматическую расстановку переносов». Переносы вручную не ставить.
- Формат формул в MathType или Microsoft Equation: Define Sizes, Full 12 pt, Subscript/Superscript 7 pt, Sub-Subscript/Superscript 5 pt, Symbol 18 pt, Sub-Symbol 12 pt.
- Иллюстрированный материал представляется в формате *.jpg, *.bmp, *.png (разрешение не менее 300 точек на дюйм) или в виде рисунка Word, фрагменты которого объединены в единый объект. Цветные иллюстрации приветствуются.
- В конце текста указывается информация о каждом авторе: Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, полное название и почтовый адрес организации, должность, контактные телефоны (служебный, мобильный или домашний), адрес электронной почты.
- В редакцию предоставляется электронный носитель с текстом статьи и ее распечатка в двух экземплярах, подписанная всеми авторами.
- К статье прилагается экспертное заключение о возможности ее открытой публикации, рецензия, лицензионный договор.
- Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

Содержание

Е. Д. Колотилов, П. Е. Данилин, Н. А. Зайцева
Особенности проектирования и разработки современных систем самолетовождения.....2

В. Л. Федотов
Использование архитектуры параллельных вычислений в подходе к построению самолетных комплексов систем управления.....12

О. А. Бабич
Точное вычисление вектора нормальной гравитации в алгоритмах БИНС.....21

А. М. Шевченко, Г. Н. Начинкина, А. В. Городнова
Разработка и исследование метода достоверного прогнозирования траектории торможения самолета.....33

В. Е. Куликов
Задача о разделении вращательного движения летательного аппарата на угловую и траекторную составляющие.....53