

---

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ И АВТОМАТИКИ (МИЭА)

**НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ**

Под общей редакцией доктора технических наук А. Г. Кузнецова

**Выпуск 22**

Москва  
2018

---

УДК 629.7.05

## АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИИ МНОГОМЕРНЫХ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

*Алексей Григорьевич КУЗНЕЦОВ, д. т. н., доцент,  
Юрий Павлович НИКОЛАЕВ, д. ф.-м. н., с. н. с.  
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»  
E-mail: inbox@aomiea.ru*

*Приводятся формулы для наибольших значений коэффициентов устойчивого характеристического полинома произвольного порядка (при фиксированных значениях трех старших коэффициентов). Подчеркивается существенное отличие геометрии многомерных областей устойчивости систем с четным и нечетным порядком характеристического полинома.*

**Ключевые слова:** каноническая область устойчивости линейных систем, характеристический полином, четные и нечетные значения порядка полинома, наибольшие значения коэффициентов.

## ANALYSIS OF LINEAR FEEDBACK SYSTEMS MULTI-DIMENSIONAL STABILITY DOMAIN GEOMETRY

*Alexey G. KUZNETSOV, D.Sc. in Engineering, assistant professor,  
Juriy P. NIKOLAEV, D.Sc. in Physics and Mathematics  
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC  
E-mail: inbox@aomiea.ru*

*The article provides the formulae for largest values of random order constant characteristic polynomial coefficients (with fixed values of three leading coefficients). The emphasis is made on the essential difference between multi-dimensional stability domains geometry of systems with even and odd order characteristic polynomial.*

**Keywords:** canonical domain of linear systems stability, characteristic polynomial, even and odd values of polynomial order, coefficients largest values.

## Введение

Анализ геометрии канонической области устойчивости, т. е. многомерной области асимптотической устойчивости в евклидовом пространстве коэффициентов характеристического полинома линейных систем — одна из сложных и пока еще не решенных проблем теории и практики автоматического управления. Проблема известна давно — она восходит к классической диаграмме Вышнеградского [1]. На ее важность для прикладных задач обращали внимание академик А. А. Андронов [2] и другие видные ученые. Проблема актуальна и в настоящее время. Это обусловлено, в частности, необходимостью разработки более совершенных методов анализа и синтеза современных и перспективных высокоточных систем управления в условиях неопределенности.

Трудность решения проблемы обусловлена сложностью геометрии области устойчивости даже при малых значениях порядка  $n$  системы. Так, область устойчивости в *трехмерном* пространстве коэффициентов  $a_0, a_1, a_2$  (при  $a_3 > 0$ ) характеристического полинома системы *третьего* порядка — гиперболический параболоид [3, с. 8]. С увеличением порядка  $n$  системы резко возрастает сложность необходимых для анализа вычислений. Это отчетливо проявляется, например, при попытке использования критерия Гурвица. Поэтому критерий Гурвица применяется обычно только при  $n \leq 4$ . Но что делать при больших значениях  $n$  и тем более при произвольном порядке системы?

Коротко о публикациях по рассматриваемой тематике.

В [4] были предложены простые алгебраические условия устойчивости и проанализирована геометрия канонических областей систем  $n \leq 6$ . В работах [5], [6] рассмотрены вопросы аналитического определения наибольших допустимых значений коэффициентов характеристического полинома произвольного порядка. В статьях [7], [8], [9] использован новый подход, основанный на раздельном анализе геометрии многомерных областей устойчивости в пространстве четных и нечетных коэффициентов.

В 1987 г. была опубликована работа Харитоновой [10], в которой рассматривалась устойчивость интервальных полиномов. Этот результат был настолько неожиданным и элегантным, что он стал отправной точкой возобновления интереса к надежной теории управления с учетом структурированной реальной параметрической неопределенности. Появилось много статей и книг на эту тему.

Однако с практической точки зрения неопределенности структуры, которые возникают в современных приложениях, являются более сложными, чем те, которые можно анализировать в интервале или в форме политопа.

Работа со сложными неопределенностями структуры в контексте робастности продолжает оставаться открытой проблемой.

### Наибольшие значения коэффициентов характеристического полинома при нечетных значениях его порядка

Рассматривается многомерная область устойчивости в евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^{n+1}$  коэффициентов характеристического полинома:

$$P_n(s) = a_0 + a_1s + \dots + a_n s^n, \quad a_0 \geq 0, \quad a_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1.1)$$

Значение  $a_0 = 0$  соответствует границе аperiодической устойчивости.

Подчеркнем, что три старших коэффициента  $a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$  будем считать фиксированными (заранее заданными). Выполним сечение указанной многомерной области устойчивости в пространстве коэффициентов  $a_0, \dots, a_n$  линейным многообразием  $a_q = \text{const}, q = 2, \dots, n$  и спроектируем полученное сечение на координатную плоскость  $a_0, a_1$ . Получим область устойчивости в первом квадранте плоскости  $a_0, a_1$  с граничной кривой  $a_0 = a_0(a_1)$ .

Тогда имеют место следующие положения (для нечетных и четных значений  $n$ ).

#### Теорема 1.

В евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^{n+1}$  коэффициентов характеристического полинома при нечетных значениях  $n$  и при фиксированных (заранее заданных) значениях трех старших коэффициентов  $a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$  существует единственная точка, такая, что все ее координаты являются наибольшими (для граничной поверхности многомерной области устойчивости) и определяются формулами:

$$\max a_{2k} = \binom{(n-1)/2}{k} a_{n-1} \left( \frac{2}{(n-1)} \frac{a_{n-2}}{a_n} \right)^{(n-1)/2-k}, \quad k = 0, 1, \dots, (n-3)/2, \quad (1)$$

$$\max a_{2k+1} = \binom{(n-1)/2}{k} a_n \left( \frac{2}{(n-1)} \frac{a_{n-2}}{a_n} \right)^{(n-1)/2-k}, \quad k = 0, 1, \dots, (n-5)/2, \quad (2)$$

где

$$\binom{(n-1)/2}{k} = \frac{\left(\frac{n-1}{2}\right)!}{\left(\frac{n-1}{2}-k\right)! k!}$$

**Следствие 1.** Формулы (1.1), (1.2) можно представить в рекуррентной форме:

$$a_r = \mu_r \frac{a_{r+1} a_{r+2}}{a_{r+3}}, \quad r = n-3, n-4, \dots, 0, \quad (3)$$

где

$$\mu_r = \begin{cases} 1 & \text{— при } r = 2q, \\ \left(1 - \frac{1}{q+2}\right) \left(1 - \frac{2}{n-2q-1}\right) & \text{— при } r = 2q+1 \end{cases} \quad (4)$$

**Пример.**  $n = 7$ .

$$\max a_0 = \frac{a_5^3 a_6}{27 a_7^3}, \quad \max a_1 = \frac{a_5^3}{27 a_7^2}, \quad \max a_2 = \frac{a_5^2 a_6}{3 a_7^2},$$

$$\max a_3 = \frac{a_5^2}{3 a_7}, \quad \max a_4 = \frac{a_5 a_6}{a_7}.$$

$$\mu_4 = 1, \quad \mu_3 = \frac{1}{3}, \quad \mu_2 = 1, \quad \mu_1 = \frac{1}{3}, \quad \mu_0 = 1.$$

**Наибольшие значения коэффициентов характеристического полинома при четных значениях его порядка**

**Теорема 2.**

В евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^{n-2}$  коэффициентов характеристического полинома при четных значениях  $n$  и при фиксированных (заранее заданных) значениях трех старших коэффициентов  $a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$  существуют две точки  $A$  и  $B$ , такие, что все их четные (нечетные) координаты являются наибольшими (для граничной поверхности многомерной области устойчивости) и определяются формулами:

— для точки  $A$ :

$$\max a_{2k} = \binom{n/2}{k} \left( \frac{2 a_{n-2}}{n a_n} \right)^{n/2-k}, \quad k = 0, 1, \dots, (n-4)/2, \quad (5a)$$

$$a_{2k+1} = \binom{(n-2)/2}{k} a_{n-1} \left( \frac{2 a_{n-2}}{n a_n} \right)^{(n-2)/2-k}, \quad k = 0, 1, \dots, (n-4)/2, \quad (5b)$$

— для точки  $B$ :

$$\max a_{2k+1} = \binom{(n-2)/2}{k} a_{n-1} \left( \frac{2 a_{n-2}}{(n-2) a_n} \right)^{(n-2)/2-k}, \quad k = 0, 1, \dots, (n-4)/2, \quad (6a)$$

$$a_0 = 0,$$

$$a_{2k} = \binom{(n-2)/2}{k} a_n \left( \frac{2 a_{n-2}}{(n-2) a_n} \right)^{(n-2)/2-k}, \quad k = 1, \dots, (n-4)/2. \quad (6b)$$

**Следствие 2.** Формулы (5), (6) можно представить в рекуррентной форме:

— для точки  $A$ :

$$\mu_{2q} = \frac{a_{2q} a_{2q+3}}{a_{2q+1} a_{2q+2}} = 1 - \frac{2}{n-2q}, \quad q = 0, 1, \dots, (n-2)/2, \quad (7a)$$

$$\mu_{2q+1} = \frac{a_{2q+1} a_{2q+4}}{a_{2q+3} a_{2q+2}} = 1 - \frac{1}{q+2},$$

— для точки  $B$ :

$$\mu_{2q} = \frac{a_{2q} a_{2q+3}}{a_{2q+2} a_{2q+1}} = \left( 1 - \frac{1}{q+1} \right) \left( 1 - \frac{2}{n-2q} \right) < 1, \quad q = 0, 1, \dots, (n-4)/2, \quad (7b)$$

$$\mu_{2q+1} = \frac{a_{2q+1} a_{2q+4}}{a_{2q+3} a_{2q+2}} = 1 \quad \text{— для четных значений } q = 0, 2, 4, \dots$$

**Пример.  $n = 6$ .**

— точка  $A$ :

$$\max a_0 = \frac{a_4^3}{27 a_6^2}, \quad a_1 = \frac{a_4 a_5}{9 a_6^2}, \quad \max a_2 = \frac{a_4^2}{3 a_6}, \quad a_3 = \frac{2 a_4 a_5}{3 a_6}.$$

$$\mu_3 = \frac{2}{3}, \quad \mu_2 = \frac{1}{2}, \quad \mu_1 = \frac{1}{2}, \quad \mu_0 = \frac{2}{3}.$$

— точка  $B$ :

$$a_0 = 0, \quad \max a_1 = \frac{a_4 a_5}{4 a_6^2}, \quad a_2 = \frac{a_4^2}{4 a_6}, \quad \max a_3 = \frac{a_4 a_5}{a_6}.$$

$$\mu_3 = 1, \quad \mu_2 = \frac{1}{4}, \quad \mu_1 = 1, \quad \mu_0 = 0.$$

## Иллюстрации

$n = 6$ . Точка  $A$ .

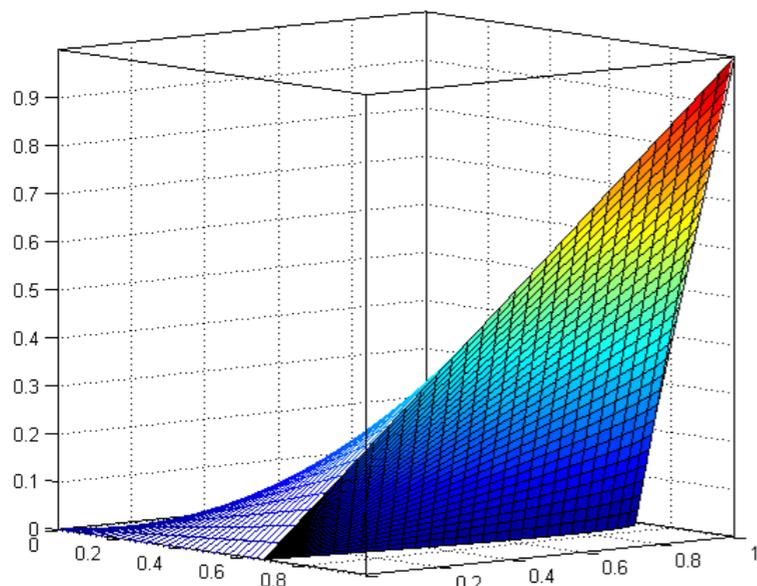


Рис. 1. Область устойчивости в пространстве нормированных коэффициентов  $a_0, a_1, a_2$  ( $n = 6$ . Точка  $A$ )

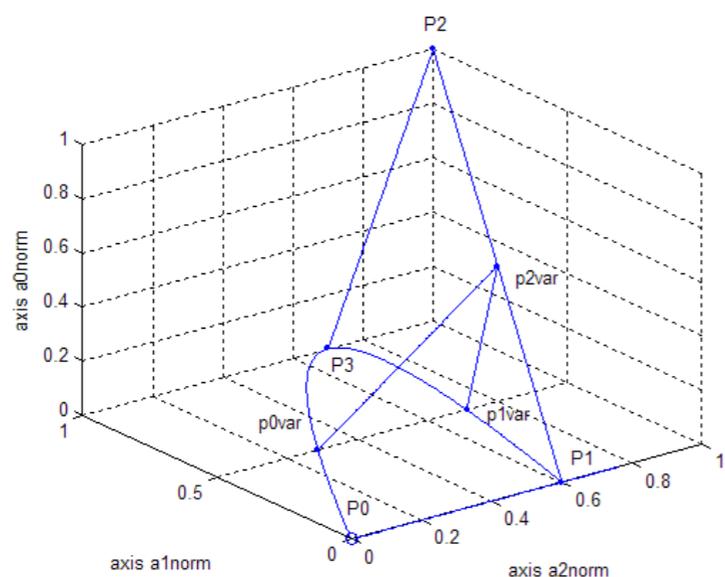


Рис. 2. Основные конструктивные элементы области устойчивости ( $n = 6$ . Точка  $A$ )

## Литература

1. Вышнеградский И. А. О регуляторах прямого действия // Известия С.-Пб. Практического Технологического института. Т. 1. 1877.
2. Булгаков Б. В. Колебания. М.: Гостехиздат, 1954.
3. Неймарк Ю. И. Устойчивость линеаризованных систем. Ленинград: ВВИА им. А. Ф. Можайского, 1949.
4. Александров А. Д., Николаев Ю. П. Анализ устойчивости и синтез многорежимных систем управления // Многорежимные и нестационарные системы автоматического управления — М.: Машиностроение, 1978. С. 93-118.
5. Николаев Ю. П. Наибольшие значения основных параметров и условие ограниченности характеристической области устойчивости линейных систем // АиТ. 1993. №12. С. 33-43.
6. Vorobea A., Dormido S. Three coefficients of a polynomial can determine its instability // Linear Algebra and its Applications. 338 (2001). 67-76.
7. Кузнецов А. Г., Николаев Ю. П. Исследование многомерных областей устойчивости: новые результаты // Труды МИЭА. 2013. №7. С. 3-20.
8. Николаев Ю. П. Геометрия многомерной области устойчивости в пространстве четных (нечетных) коэффициентов характеристического полинома линейных систем // АиТ. 2014. №9. С. 3-20.
9. Кузнецов А. Г., Николаев Ю. П. Выпуклый многогранный конус и устойчивость // Труды ФГУП «Приборы и системы управления». М.: Воениздат, 2014. №4. С. 51-61.

УДК 629.7.05

## НАДЕЖНОСТЬ И ЖИВУЧЕСТЬ ПРИБОРОВ НАВИГАЦИИ НА ОСНОВЕ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПРИЕМНИКОВ

**Валерий Генрихович РЕУТОВ**, д. т. н.

E-mail: reutov@mars-mokb.ru,

**Дмитрий Алексеевич ШЕЛОМАНОВ**

ФГУП «Московское опытно-конструкторское бюро «Марс»

*Рассматривается оценка надежности и живучести оптико-электронных приборов, использующих многоэлементные оптические приемники, подход к которой иллюстрируется примером оценки надежности и живучести солнечных датчиков с пироприемниками в качестве чувствительных элементов. Сделаны оценки ошибок измерений солнечных датчиков данного типа с учетом отказов отдельных пироприемников, в том числе в случае идентификации отказавших чувствительных элементов и соответствующей корректировки алгоритмов определения углового положения Солнца.*

**Ключевые слова:** надежность, живучесть, солнечный датчик, математическое моделирование.

## RELIABILITY AND ROBUSTNESS OF NAVIGATION INSTRUMENTS BASED ON MULTI-COMPONENT OPTICAL RECEIVERS

**Valery G. REUTOV**, D.Sc. in Engineering

E-mail: reutov@mars-mokb.ru,

**Dmitry A. SHELOMANOV**

FSUE Moscow Experimental Design Bureau 'Mars'

*Reliability and robustness evaluation of the electro-optical instruments with multi-component receivers is considered. The approach is illustrated by the example of reliability and survivability evaluation of pyroelectric detectors-based sun sensors. The article gives the measurement errors estimation of this type of sun sensors considering failures of separate pyroelectric detectors, including in the case of failed sensors identification and corresponding adjustment of Sun angular position definition algorithms.*

**Keywords:** reliability, robustness, sun sensor, mathematical modeling.

Оптико-электронные приборы на основе многоэлементных приемников применяются при решении таких задач, как мониторинг разнообразных природных и техногенных объектов, оптическая локация, навигация и угловая ориентация. При этом прибором может решаться задача формирования изображения для сопоставления его с имеющимися в базе данных, а также определения с использованием массива принятых сигналов угловой ориентации платформы, на которой расположен прибор. Первая из указанных задач решается, например, в корреляционно-экстремальных навигационных системах и в астродатчиках. В последних на основе идентификации участка звездного неба, попадающего в поле зрения датчика, определяется угловое положение оси визирования прибора. Сравнительно простыми приборами для определения угловой ориентации платформы являются солнечные датчики разных типов, на примере одного из которых проводится данное рассмотрение.

Ориентация с использованием определения углового положения Солнца, многие тысячелетия известная человеку, широко используется при определении углового положения космических аппаратов. Одним из существенных преимуществ использования для этой цели Солнца является то, что оно создает весьма значительную освещенность вблизи Земли, составляющую за пределами земной атмосферы более 1,3 кВт/м<sup>2</sup>. При определении направления на удаленный объект, каким является Солнце, возможны два подхода. Во-первых, на Солнце можно направить оптический прибор, в фокальной плоскости которого расположить многоэлементный фотоприемник. По направлению оси визирования прибора, а также смещению изображения Солнца в фокальной плоскости, может быть определено направление на Солнце. Это сравнительно сложное техническое решение. К тому же поле зрения оптического прибора без учета углового размера Солнца ограничено величиной

$$\Omega = \frac{A}{F},$$

где  $A$  – размер фотоприемного устройства,  $F$  – фокусное расстояние. Это означает, что для измерений в широком поле зрения (например, в полусфере) необходимо использовать либо достаточно сложное конструктивное исполнение прибора, либо поворот оси визирования прибора при помощи вращения оптических элементов или прибора в целом, т. е. ввести в его состав приводы и датчики угла.

Если в фокальной плоскости оптического прибора размещено матричное приемное устройство, имеющее  $n \times n$  элементов, смещение изображения Солнца в фокальной плоскости может определяться по положению энергетического центра тяжести изображения, координаты которого равны:

$$\Delta x = \frac{A}{nF} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n x_{ik} U_{ik}}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n U_{ik}},$$

$$\Delta y = \frac{A}{nF} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n y_{ik} U_{ik}}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n U_{ik}},$$

где  $U_{ik}$  – сигнал на выходе  $(i, k)$ -ого элемента матрицы фотоприемников, а  $x_{ik} = i - \frac{n+1}{2}$ ,  $y_{ik} = k - \frac{n+1}{2}$  – координаты центра  $(i, k)$ -ого элемента матрицы фотоприемников в фокальной плоскости, нормированные на угловой размер элемента матричного приемного устройства.

Так как сигналы элементов матричного приемного устройства флюктуируют, возникают ошибки измерений, которые можно представить в виде:

$$\delta \Delta x \approx \frac{A}{nFU_{\Sigma}} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n x_{ik} \delta U_{ik},$$

$$\delta \Delta y \approx \frac{A}{nFU_{\Sigma}} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n y_{ik} \delta U_{ik},$$

где  $U_{\Sigma} = \overline{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n U_{ik}}$  – средний суммарный сигнал на выходе матричного приемного устройства.

Можно предположить, что средние значения флюктуаций  $\delta U_{ik}$  равны 0 и они не коррелированы в разных элементах матричного приемного устройства. При этом среднеквадратические значения ошибок измерения углового смещения Солнца относительно оси визирования прибора можно оценить величиной:

$$\sigma_x = \sigma_y \approx \frac{A\sigma_U}{nFU_{\Sigma}} \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n x_{ik}^2 \right]^{1/2} = \frac{A\sigma_U}{nFU_{\Sigma}} \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n y_{ik}^2 \right]^{1/2} =$$

$$= \frac{A\sigma_U}{nFU_{\Sigma}} \left[ n \sum_{i=1}^n \left( i - \frac{n+1}{2} \right)^2 \right]^{1/2} = \frac{A\sigma_U \sqrt{n^2 - 1}}{2\sqrt{3}FU_{\Sigma}},$$

где  $\sigma_U$  – среднеквадратическое значение флюктуаций сигналов на выходе элементов матричного приемного устройства.

Если значение  $n$  достаточно велико, приближенно можно получить:

$$\sigma_x = \sigma_y \approx \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{A}{nF} \frac{\sigma_U}{U}.$$

Второй множитель в данном выражении представляет собой поле зрения чувствительного элемента матричного приемного устройства, а третий – отношение среднеквадратического значения флюктуации сигнала на выходе чувствительного элемента к среднему значению сигнала по элементам матричного приемного устройства, равному:

$$\bar{U} = \frac{1}{n^2} U_{\Sigma}.$$

Учитывая высокую освещенность, создаваемую Солнцем у Земли, определение направления на него может осуществляться проще. Однако проведенное ниже рассмотрение подхода к оценке надежности и живучести солнечного датчика легко распространяется на многоэлементные оптические приемники различного типа.

Пусть солнечный датчик представляет собой набор пироприемников, нормали к поверхностям которых определяются единичными векторами  $\mathbf{e}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ), а выходные сигналы можно записать в виде:

$$u_i = u_m v_i + \eta_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$v_i = \begin{cases} \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_c, & \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_c > 0 \\ 0, & \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_c \leq 0 \end{cases}$$

где  $\mathbf{e}_c$  – единичный вектор направления на Солнце,  $\eta_i$  – некоррелированные шумы с дисперсией  $\sigma_{\eta}^2$ ,  $u_m$  – максимальный сигнал на выходе приемника при нормальном падении на него солнечного излучения, причем последнее условие учитывает то, что чувствительный элемент датчика может находиться в тени.

В общем случае оценка вектора направления на Солнце  $\hat{e}_C$  включает пороговую обработку сигналов чувствительных элементов. Элементы, сигналы на выходе которых не превышают порог, целесообразно исключать из последующей обработки. Такая ситуация может возникнуть из-за того, что чувствительный элемент находится в тени или при его отказе. При дальнейшем рассмотрении предполагается, что порог практически соответствует нулевому уровню сигнала.

Оценка вектора направления на Солнце  $e_C$  с использованием, например, максимизации функции правдоподобия [1, 2] в данном случае соответствует минимизации выражения:

$$Q = \sum_{i=1}^n (u_i - u_m e_i^T \hat{e}_C)^2.$$

Отсюда оценка вектора направления на Солнце будет равна (данная оценка будет не смещенной):

$$\hat{e}_C = \left( \sum_{i=1}^n e_i e_i^T \right)^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{u_i}{u_m} e_i, \quad (1)$$

а ковариационная матрица ошибок оценки вектора направления на Солнце –

$$R_C = \overline{(\hat{e}_C - e_C)(\hat{e}_C - e_C)^T} = \left( \frac{\sigma_n}{u_m} \right)^2 \left( \sum_{i=1}^n e_i e_i^T \right)^{-1}. \quad (2)$$

Последний множитель в выражении (2) показывает, что увеличением числа чувствительных элементов и их рациональным расположением можно снизить ошибки оценки вектора направления на Солнце. Ниже будут рассмотрены два случая: когда слагаемые, соответствующие чувствительным элементам с нулевым сигналом на выходе, исключаются из обработки, и когда такого исключения не происходит.

Примерами солнечных датчиков являются солнечный датчик 347К (рис. 1) разработки НПП «Геофизика-Космос», оптический солнечный датчик разработки Института космических исследований РАН (рис. 2), а также входящий в состав аппаратуры космического аппарата KazSat-2 солнечный датчик BASS-7 фирмы EADS Astrium. В соответствии с размещенными на сайте НПП «Геофизика-Космос» данными [3], в солнечном датчике 347К используется оптическая система и многоэлементный приемник, по сигналам которого определяются угловые отклонения оси визирования прибора от направления на Солнце. Датчик обеспечивает возможность измерений в полусфере со среднеквадратическим значением ошибок не более 0,1 мрад. В оптическом солнечном датчике

разработки ИКИ РАН направление на центр видимого диска Солнца определяется по положению на линейном ПЗС пикселей, освещенных солнечным светом, прошедшим через кодирующую маску [4]. Поле зрения датчика в двух перпендикулярных направлениях составляет 120° и 62° соответственно, а среднеквадратическое значение ошибок – 0,3...0,5 мрад. Солнечный датчик BASS-7 представляет собой усеченную пирамиду, на боковых гранях которой расположены фоточувствительные элементы.



Рис. 1. Солнечный датчик 347К разработки НПП «Геофизика-Космос»



Рис. 2. Оптический солнечный датчик разработки ИКИ РАН

Оценка надежности и живучести солнечных датчиков может осуществляться в естественных предположениях, что отказ чувствительного элемента солнечного датчика приводит к нулевому сигналу на его выходе и отказы чувствительных элементов равновероятны и независимы. С учетом отказов чувствительных элементов солнечного датчика их выходные сигналы можно записать в виде:

$$v_i = f_i u_i, \quad (3)$$

где  $f_i$  представляют собой случайные числа, равные 1 с вероятностью  $1 - q$  и 0 с вероятностью  $q$  ( $q$  – вероятность отказа чувствительного элемента).

Предположим сначала, что в алгоритме оценки вектора направления на Солнце используются сигналы всех чувствительных элементов, некоторые из которых могут находиться в тени, а некоторые отказаться. Ошибку оценивания вектора направления на Солнце в предположении, что ни один чувствительный элемент не находится в тени, выражения (1), в котором сигналы  $u_i$  заменены сигналами  $v_i$ , можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \delta \hat{\mathbf{e}}_C &= \hat{\mathbf{e}}_C - \mathbf{e}_C = \frac{1}{u_m} \mathbf{E}_\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n (u_m f_i \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C + \eta_i f_i \mathbf{e}_i - u_m \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C) = \\ &= \mathbf{E}_\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n \left[ (f_i - 1) \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C + \frac{\eta_i f_i}{u_m} \mathbf{e}_i \right], \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T, \quad \mathbf{E}_\Sigma = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i.$$

Среднее значение данной ошибки составляет:

$$\overline{\delta \hat{\mathbf{e}}_C} = -q \mathbf{E}_\Sigma^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C = -q \mathbf{e}_C. \quad (4)$$

Ковариационная матрица ошибок оценивания вектора направления на Солнце с учетом отказов чувствительных элементов равна:

$$\mathbf{R}_{C1} = \overline{(\delta \hat{\mathbf{e}}_C - \overline{\delta \hat{\mathbf{e}}_C})(\delta \hat{\mathbf{e}}_C - \overline{\delta \hat{\mathbf{e}}_C})^T} = \mathbf{E}_\Sigma^{-1} \overline{\left( \sum_{i=1}^n \mathbf{Z}_i \right) \left( \sum_{k=1}^n \mathbf{Z}_k^T \right)} \mathbf{E}_\Sigma^{-1},$$

где

$$\mathbf{Z}_i = (f_i - 1 + q) \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C + \frac{\eta_i f_i}{u_m} \mathbf{e}_i = z_i \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C + \frac{\eta_i f_i}{u_m} \mathbf{e}_i.$$

Входящая в последнее выражение случайная величина  $z_i$  равна  $q$  с вероятностью  $(1 - q)$  и  $(-1 + q)$  с вероятностью  $q$ , а ее среднее значение равно 0. Усредняя, можно получить:

$$\begin{aligned} \overline{\left( \sum_{i=1}^n \mathbf{Z}_i \right) \left( \sum_{k=1}^n \mathbf{Z}_k^T \right)} &= \overline{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \left( z_i \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C + \frac{\eta_i f_i}{u_m} \mathbf{e}_i \right) \left( z_k \mathbf{e}_C^T \mathbf{E}_k + \frac{\eta_k f_k}{u_m} \mathbf{e}_k^T \right)} = \\ &= \overline{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n z_i z_k \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C \mathbf{e}_C^T \mathbf{E}_k} + 2 \overline{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n z_i \frac{\eta_i f_i \eta_k f_k}{u_m} \mathbf{E}_i \mathbf{e}_C \mathbf{e}_k^T} + \\ &+ \overline{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\eta_i \eta_k f_i f_k}{u_m^2} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_k^T} = \sum_{i=1}^n \overline{z_i^2} \mathbf{E}_i \mathbf{E}_C \mathbf{E}_k + \sum_{i=1}^n \frac{\eta_i^2 f_i^2}{u_m^2} \mathbf{E}_i = \\ &= q(1 - q) \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \mathbf{E}_C \mathbf{E}_k + (1 - q) \left( \frac{\sigma_\eta}{u_m} \right)^2 \mathbf{E}_\Sigma, \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{E}_C = \mathbf{e}_C \mathbf{e}_C^T.$$

Подставляя полученное выражение в приведенное выше выражение для  $\mathbf{R}_{C1}$ , можно получить:

$$\mathbf{R}_{C1} = q(1 - q) \mathbf{E}_\Sigma^{-1} \left( \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \mathbf{E}_C \mathbf{E}_i \right) \mathbf{E}_\Sigma^{-1} + (1 - q) \mathbf{R}_C, \quad (5)$$

С учетом (4) можно также записать, что:

$$\mathbf{R}_{C1\Sigma} = \overline{\delta \hat{\mathbf{e}}_C \delta \hat{\mathbf{e}}_C^T} = q^2 \mathbf{E}_C + \mathbf{R}_{C1}. \quad (6)$$

Если чувствительные элементы, сигналы на выходе которых равны 0, исключаются из обработки, оценка вектора направления на Солнце будет не смещенной и определяться выражением (1), из которого исключаются слагаемые, соответствующие элементам с нулевым выходным сигналом. Аналогично, ковариационная матрица ошибок  $\mathbf{R}_{C1}$  будет определяться выражением (2), из которого также исключаются слагаемые, соответствующие элементам с нулевым выходным сигналом.

Оценка ошибки определения углов направления на Солнце  $\delta\theta$  может быть сделана по длине вектора разности между векторами  $\hat{\mathbf{e}}_C$  и  $\mathbf{e}_C$ , т. е.

$$\delta\theta = \|\hat{\mathbf{e}}_C - \mathbf{e}_C\| = \left[ (\hat{\mathbf{e}}_C - \mathbf{e}_C)^T (\hat{\mathbf{e}}_C - \mathbf{e}_C) \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Численные оценки с использованием приведенных выражений были выполнены на примере солнечного датчика, схема расположения элементов которого приведена на рис. 3.

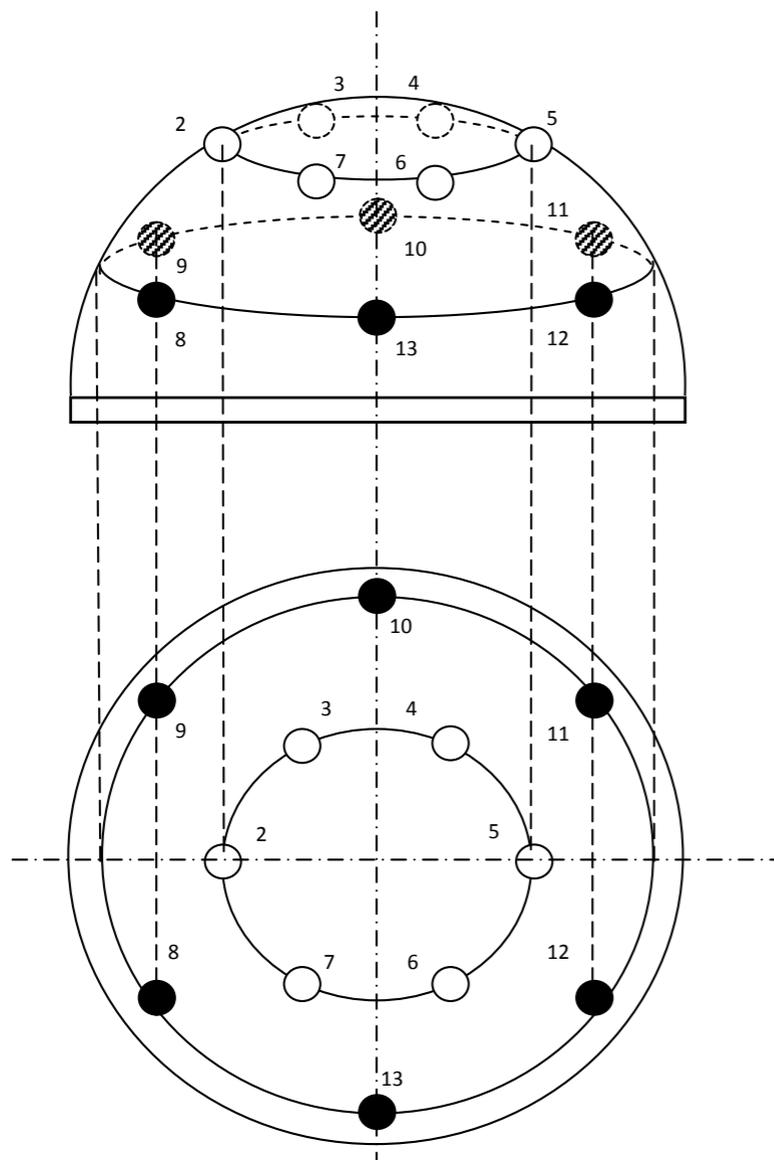


Рис. 3. Схема расположения чувствительных элементов рассматриваемого солнечного датчика

Чувствительные элементы датчика расположены на полусфере. В составе солнечного датчика используется 13 чувствительных элементов, положение центров которых отмечено на рисунке. Окружности, на которых равномерно размещены чувствительные элементы, отстоят от оси симметрии солнечного датчика на  $30^\circ$  и  $60^\circ$  соответственно, а векторы нормалей к апертурам чувствительных элементов равны:

для верхнего чувствительного элемента –

$$\mathbf{e}_1 = |0 \ 1 \ 0|^T,$$

для шести элементов, расположенных на верхней окружности –

$$\mathbf{e}_i = \left| \frac{1}{2} \cos \alpha_i \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{1}{2} \sin \alpha_i \right|^T, \quad \alpha_i = \frac{\pi}{3}(i-2), \quad i = 2, \dots, 7$$

для нижних шести элементов –

$$\mathbf{e}_i = \left| \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha_i \quad \frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha_i \right|^T, \quad \alpha_i = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}(i-8), \quad i = 8, \dots, 13.$$

При численных оценках принималось, что отношение среднеквадратического значения шумов чувствительного элемента к максимальному значению сигнала на его выходе  $\sigma_n/u_m$  составляет 0,001.

При наличии отказов в случае, когда все чувствительные элементы датчика освещены, средние ошибки оценки вектора направления на Солнце будут определяться выражением (4). Условие освещенности Солнцем всех элементов для данного датчика означает, что угол падения солнечного излучения не превосходит  $30^\circ$ , т. е. компоненты вектора  $\mathbf{e}_c$  удовлетворяют условию:

$$\sqrt{e_{c1}^2 + e_{c3}^2} \leq \frac{1}{2}.$$

При оценках принималось, что

$$\mathbf{e}_c = |0,2 \ 0,959 \ 0,2|^T.$$

Ковариационная матрица ошибок оценивания вектора направления на Солнце при отсутствии отказов равна:

$$\mathbf{R}_C = \begin{bmatrix} 3,3 \cdot 10^{-7} & 4,1 \cdot 10^{-15} & -1,5 \cdot 10^{-15} \\ 4,1 \cdot 10^{-15} & 1,4 \cdot 10^{-7} & -1,1 \cdot 10^{-15} \\ -1,5 \cdot 10^{-15} & -1,1 \cdot 10^{-15} & 3,3 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix}$$

Если не освещенные и отказавшие элементы исключены из обработки, ковариационная матрица ошибок оценивания вектора направления на Солнце будет не очень сильно отличаться от ковариационной матрицы ошибок оценивания вектора направления на Солнце при отсутствии отказов. Так, например, при отказе двух чувствительных элементов, если их сигналы исключены из обработки, ковариационная матрица ошибок оценивания вектора направления на Солнце будет равна:

$$\mathbf{R}_{C2} = \begin{bmatrix} 4,3 \cdot 10^{-7} & -4,2 \cdot 10^{-8} & 3,3 \cdot 10^{-8} \\ -4,2 \cdot 10^{-8} & 1,7 \cdot 10^{-7} & 6,9 \cdot 10^{-9} \\ 3,3 \cdot 10^{-8} & 6,9 \cdot 10^{-9} & 3,8 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix},$$

т.е. дисперсии ошибок оценивания компонент вектора направления на Солнце возрастут не более чем на 30%, а среднеквадратические значения – не более чем на 15%.

Даже при гипотетическом отказе восьми элементов ковариационная матрица ошибок оценивания вектора направления на Солнце будет равна:

$$\mathbf{R}_{C2} = \begin{bmatrix} 8,7 \cdot 10^{-7} & -9,6 \cdot 10^{-8} & 1,1 \cdot 10^{-7} \\ -9,6 \cdot 10^{-8} & 4,6 \cdot 10^{-7} & -1,7 \cdot 10^{-7} \\ 1,1 \cdot 10^{-7} & -1,7 \cdot 10^{-7} & 8,4 \cdot 10^{-7} \end{bmatrix},$$

т. е. в этом случае среднеквадратические значения ошибок оценивания компонент вектора направления на Солнце возрастут в 1,6...1,8 раза, что может быть приемлемым для обеспечения живучести датчика.

При отсутствии учета отказов чувствительных элементов ошибки оценивания направления на Солнце могут значительно возрасти. Это иллюстрирует приведенная на рис. 4 зависимость среднеквадратического значения ошибки оценки углов, определяющих направление на Солнце (7), от вероятности отказа чувствительного элемента в случае, если отказы чувствительных элементов не учитываются при обработке сигналов.

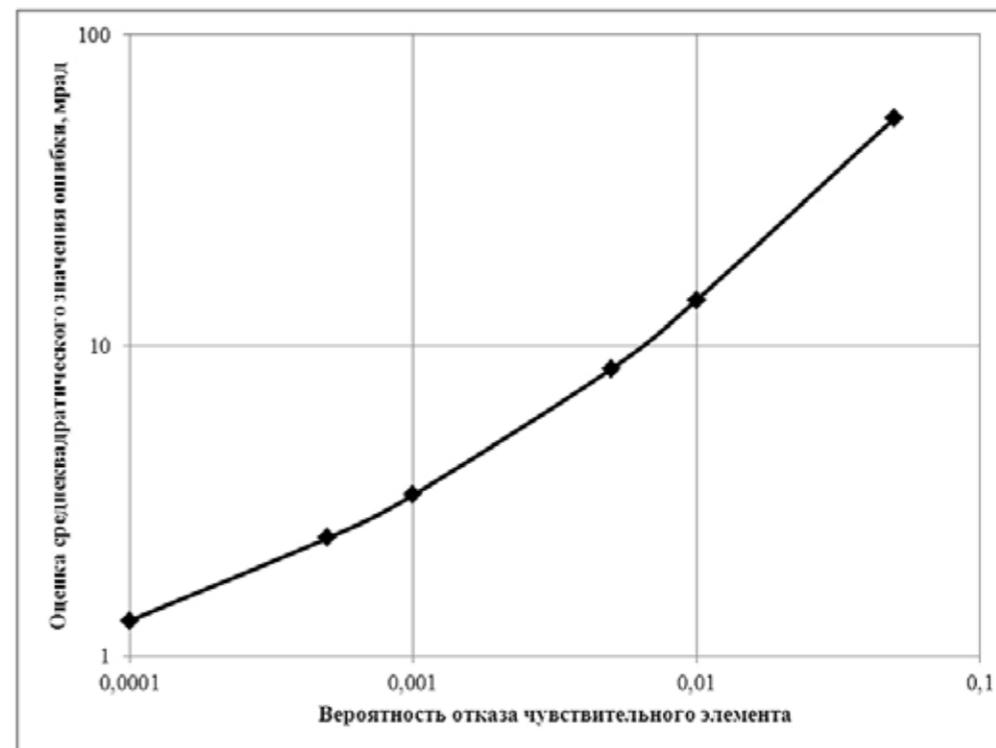


Рис. 4. Зависимость среднеквадратического значения ошибки оценки углов визирования Солнца от вероятности отказа чувствительного элемента при отсутствии учета отказавших элементов

Полученные результаты показывают, что исключение сигналов отказавших элементов из обработки при определении направления на Солнце позволяет существенно снизить ошибки, возникающие за счет отказов чувствительных элементов, практически уменьшив их до величин, имеющих место в отсутствие отказов. Простейший вариант учета отказавших элементов может заключаться в исключении из обработки элементов, сигналы на выходе которых не превысили порог. Такой алгоритм, однако, приведет к некоторому росту ошибок за счет флуктуации сигналов чувствительных элементов, который будет тем большим, чем больше отношение общего числа чувствительных элементов датчика к числу освещенных элементов. Более сложный алгоритм обработки может учитывать значения сигналов на выходе чувствительных элементов, расположенных рядом с чувствительным элементом, у которого отсутствует превышение порога. Критериями для оценки показателей надежности и живучести солнечного датчика может быть отсутствие превышения среднеквадратическим значением его ошибок определенных величин  $\sigma_n^*$  и  $\sigma_{ж}^*$  соответственно.

Хотя солнечный датчик представляет собой достаточно простой прибор, подход к оценке надежности и живучести, аналогичный рассмотренному на его примере, может быть использован и для оценки надежности и живучести многоэлементных оптико-электронных систем, формирующих изображения объектов в фокальной плоскости и использующих значительно более сложные алгоритмы обработки принимаемых сигналов, какими, например, являются астродатчики или оптико-электронные корреляционно-экстремальные системы.

### Литература

1. Аоки М. Оптимизация стохастических систем. М.: Наука, 1971. – 424 с.
2. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
3. [www.geofizika-cosmos.ru/assets/files/pribory/347k-rus.jpg](http://www.geofizika-cosmos.ru/assets/files/pribory/347k-rus.jpg)
4. [ofo.ikiweb.ru/osd.php](http://ofo.ikiweb.ru/osd.php)

УДК: 623.8/.9

## ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОВОЛНОВОЙ СИСТЕМЫ ПОСАДКИ В КАЧЕСТВЕ КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ О ПАРАМЕТРАХ ДВИЖЕНИЯ КОРАБЛЯ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАХОДА НА ПОСАДКУ КОРАБЕЛЬНЫХ ЛА

*Игорь Геннадиевич МУЗЫЛЁВ, к.т.н.*

*E-mail: igm1973@yandex.ru,*

*Алексей Викторович ШУКАЙЛО,*

*Константин Борисович АМЕЛИН*

*Статья посвящена актуальным на сегодняшний день вопросам обеспечения посадки ЛА на подвижную палубу корабля и знакомит с опытом Российской авиастроительной корпорации «МиГ», накопленным при создании самолетов корабельного базирования МиГ-29К и МиГ-29КУБ. В частности, в статье освещаются вопросы применения для решения задачи посадки на корабль микроволновых систем посадки MLS не только как средства обеспечения посадки, но и как канала передачи данных о параметрах движения корабля.*

*Ключевые слова:* микроволновая система посадки, канал передачи данных, взлетно-посадочная полоса, параметры движения корабля.

## THE EXPERIENCE IN APPLICATION OF MICROWAVE LANDING SYSTEM AS A DATA LINK FOR SHIP MOTION PARAMETERS TRANSMISSION PROVIDING SHIPBORNE AIRCRAFT APPROACH

*Igor G. MUZYLEV, PhD in Engineering*

*E-mail: igm1973@yandex.ru,*

*Alexey V. SHUKAILO,*

*Konstantin B. AMELIN*

*The article addresses the presently challenging issues of moving deck landing and introduces the Russian aircraft corporation “MiG” experience accumulated during MiG-29K and MiG-29KUB shipborne aircraft design. In particular the article considers the issues of MLS microwave landing systems application during the deck landing not for landing only, but also as a data link for the ship motion parameters transmission.*

*Keywords:* Microwave landing system, data link, runway, ship motion parameters.

Аспекты теоретического и практического функционирования бортового и наземного/корабельного оборудования, обеспечивающего решение задачи выполнения посадки, широко освещены в источниках [1, 2, 3, 4], а также описаны в материалах [5, 6].

В рамках проведения АО «РСК «МиГ» опытно-конструкторских работ по созданию корабельных самолетов МиГ-29К и МиГ-29КУБ в кооперации с АО «РПКБ» и АО «ВНИИРА-Навигатор», а также в рамках опытно-конструкторских работ, проводимых АО «НИИИТ-РК» по разработке корабельного радиотехнического комплекса «Резистор-Э» для авианосца ВМС Индии «Викрамадитья», был накоплен уникальный научно-технический опыт применения микроволновой системы посадки (MLS) не только для обеспечения захода на посадку на подвижную палубу корабля, но и в качестве канала передачи данных о параметрах движения корабля. Необходимость применения MLS в качестве канала передачи данных возникла по результатам первых лет эксплуатации самолетов МиГ-29К и МиГ-29КУБ с авианосца «Викрамадитья», показавших, что концепция применения авианосцев в ВМС Индии не согласуется в ряде ситуаций с заложенной при проектировании логикой работы бортовой и корабельной аппаратуры обеспечения посадки на палубу корабля. Так, при разработке бортовой аппаратуры обеспечения посадки на корабль А-380МС (разработчик АО «ВНИИРА-Навигатор», г. Санкт-Петербург) и корабельного посадочного комплекса «Резистор-Э» (разработчик АО «НИИИТ-РК», г. Челябинск) предполагалось, что во время выполнения захода на посадку корабельного ЛА авианосец должен идти с постоянным курсом и с постоянной скоростью. Параметры движения авианосца для построения траектории возврата на корабль передавались на борт ЛА в аппаратуру А-380МС от корабельного комплекса «Резистор-Э» по каналу системы РСБН с периодом 36 секунд перевода А-380МС в режим «Посадка». В режиме «Посадка» передача с корабля информации о параметрах его движения прекращалась и бортовой комплекс ЛА переходил на прием только информации об отклонениях ЛА от траектории посадки. При этом для определения положения корабля на борту самолета между моментами приема информации в режиме «Посадка» использовались последние достоверные радиоданные, переданные комплексом «Резистор-Э». Таким образом вычислялось прогнозируемое положение корабля, исходя из условий постоянства курса и скорости корабля во время выполнения захода на посадку. Однако на практике применение авианосца «Викрамадитья» в ВМС Индии сопровождалось в ходе выполнения заходов на посадку корабельных ЛА изменениями курса и скорости корабля  $W$ .

Кроме принудительного изменения курса и скорости корабля, в процессе выполнения захода на посадку могут возникать колебания корабля по курсу, а также изменения скорости его движения, вызванные волнением моря. В результате точка посадки во время выполнения захода на посадку на корабль рассчитывалась на борту самолетов МиГ-29К/КУБ без учета возможного маневрирования корабля по курсу и/или скорости и отображалась на индикаторе на лобовом стекле летчика некорректно. То есть, проекция точки посадки на видимый через индикатор на лобовом стекле силуэт авианосца визуальнo оказывалась не на палубе, а в стороне от корабля в море. При этом траектория для автоматического и директорного управления самолетом при выполнении захода на посадку на корабль также рассчитывалась без учета возможных изменений движения корабля по курсу и скорости.

Для оценки возможной ошибки прогноза положения корабля введем обозначения:

$W$  – модуль 2-х мерного вектора скорости корабля (в горизонтальной плоскости  $XOY$ ),

$a$  – модуль 2-х мерного вектора ускорения корабля (в горизонтальной плоскости  $XOY$ ),

$\psi$  – курс корабля,

$\omega$  – скорость изменения курса корабля (в горизонтальной плоскости  $XOY$ ),

$\Delta T$  – период передачи данных,

$t$  – время,

$\Delta x, \Delta y$  – истинное приращение координат корабля,

$\Delta x', \Delta y'$  – прогнозируемое приращение координат корабля,

$\Delta R$  – ошибка прогноза координат корабля.

Тогда:

$$\Delta x' = W \cos \psi \cdot \Delta T; \quad (1)$$

$$\Delta y' = W \sin \psi \cdot \Delta T; \quad (2)$$

$$\Delta x = \int_0^{\Delta T} (W + at) \cos(\psi + \omega t) dt; \quad (3)$$

$$\Delta y = \int_0^{\Delta T} (W + at) \sin(\psi + \omega t) dt. \quad (4)$$

Не нарушая общности, присвоим начальное значение курса  $\psi = 0$ . Тогда истинное приращение координат корабля за время при изменении ее модуля вектора скорости  $W$  с ускорением  $a$  (м/с<sup>2</sup>) и курса со скоростью  $\omega$  (рад/с) можно вычислить, взяв интегралы от выражений (3) и (4), по известным формулам:

$$\Delta x = \frac{W + aT}{\omega} \sin(\omega\Delta T) + \frac{a}{\omega^2} (\cos(\omega\Delta T) - 1); \quad (5)$$

$$\Delta y = \frac{W - \cos(\omega\Delta T)(W + a\Delta T)}{\omega} + \frac{a}{\omega^2} \sin(\omega\Delta T). \quad (6)$$

Ошибку прогноза рассчитаем по формуле:

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta x - \Delta x')^2 + (\Delta y - \Delta y')^2}. \quad (7)$$

Для примера в таблице 1 приведены результаты расчета возможных ошибок прогноза местоположения корабля для различных значений начальной скорости, ускорения и скорости изменения курса при периоде обновления информации  $\Delta T = 36$  секунд (период обновления информации по каналу системы РСБН).

Таблица 1

Результаты расчета ошибок прогноза с использованием канала РСБН

	$W$ , м/с	$a$ , м/с <sup>2</sup>	$\omega$ , рад/с (град/с)	$\Delta R$ , м при $\Delta T = 36$ с
1	5	0	0,0087 (0,5)	28,1113
2	10	0,01	0,0175 (1)	113,6681
3	15	0,1	0,035 (2)	355,5370

Из таблицы 1 следует, что даже при небольших ускорениях и относительно медленном изменении курса корабля (п. 2 таблицы 1) ошибка прогноза может превышать 113 метров.

Для устранения указанной проблемы было предложено обеспечить передачу на самолет информации о параметрах движения корабля при нахождении комплекса А-380МС не только в режиме «Навигация», но и в режиме «Посадка». При этом использование для этой цели штатного канала аппаратуры передачи данных по линии «Корабль-Борт» не представлялось возможным из-за необходимости аппаратных доработок корабельной и бортовой частей взаимодействующего оборудования.

Оригинальным техническим решением этой задачи явилось предложение авторского коллектива предприятий АО «РСК «МиГ», АО «РПКБ», АО «ВНИИРА-Навигатор», АО «НИИИТ-РК» задействовать в режиме «Посадка», в качестве канала передачи данных о параметрах движения корабля, канал микроволновой системы посадки (MLS), в которой заложена потенциальная возможность по передаче на борт ЛА не только посадочной информации, но и других дополнительных вспомогательных данных с периодом обновления 0,6 секунды. В качестве вспомогательных данных, передаваемых по каналу MLS на борт ЛА, было предложено использовать данные о координатах, скорости, курсе движения и вертикальном перемещении корабля.

Тогда, используя зависимости (1)-(7), можно рассчитать ошибку прогноза координат корабля при использовании канала передачи вспомогательных данных MLS, т. е. при периоде обновления информации  $\Delta T = 0,6$  секунды. Результаты расчета возможных ошибок прогноза местоположения корабля для различных значений начальной скорости, ускорения и скорости изменения курса при использовании канала приведены в таблице 2.

Таблица 2

Результаты расчета ошибок прогноза с использованием канала MLS

	$W$ , м/с	$a$ , м/с <sup>2</sup>	$\omega$ , рад/с (град/с)	$\Delta R$ , м при $\Delta T = 36$ с
1	5	0	0,0087 (0,5)	0,0078
2	10	0,01	0,0175 (1)	0,0316
3	15	0,1	0,035 (2)	0,0963

Из таблицы 2 видно, что даже при достаточно больших для корабля ускорениях и относительно быстром изменении курса (п. 3 таблицы 2) ошибка прогноза не превышает и 0,1 метра, что меньше цены деления младшего разряда информационных слов формата, используемого для передачи данных по линии «Корабль-Борт».

Для реализации возможности передачи информации о координатах, скорости, курсе движения и вертикальном перемещении корабля специалистами четырех предприятий (АО «РСК «МиГ», АО «РПКБ», АО «ВНИИРА-Навигатор», АО «НИИИТ-РК») был проведен в согласованном объеме целый комплекс работ:

– откорректирован протокол информационного взаимодействия аппаратуры А-380МС с комплексом «Резистор-Э» в части использования вспомогательной информации о параметрах движения корабля, передаваемой на борт ЛА по каналу MLS;

– откорректирован протокол информационного взаимодействия А-380МС с прицельно-навигационным комплексом (ПрНК) самолетов МиГ-29К/КУБ в части выдачи в БЦВМ ПрНК информации о параметрах движения корабля, полученных А-380МС по каналу MLS;

– откорректировано программное обеспечение (ПО) ПрНК в части расчета положения вектора ВПП и точки посадки, индицируемых на индикаторе на лобовом стекле летчика и в части расчета отклонений от требуемой траектории захода на посадку для последующей выдачи как на индикацию летчика, так и в систему управления самолетом;

– откорректировано ПО комплекса «Резистор-Э» в части обеспечения выдачи вспомогательной информации о параметрах движения корабля, передаваемой на борт ЛА в комплекс А-380МС по каналу MLS;

– откорректировано ПО вычислителя комплекса А-380МС в части выдачи в БЦВМ ПрНК полученной вспомогательной информации и в части расчета отклонений от требуемой траектории захода на посадку;

– откорректировано ПО бортового приемника MLS в части обеспечения приема вспомогательной информации от комплекса «Резистор-Э»;

– проведена отработка новой версии ПО аппаратуры А-380МС и комплекса ПрНК на стендах в АО «ВНИИРА-Навигатор» и АО «РПКБ»;

– проведена комплексная отработка новой версии ПО А-380МС и ПрНК на интеграционном стенде БРЭО самолетов МиГ-29К/КУБ;

– проведена комплексная отработка новой версии ПО А-380МС и комплекса «Резистор-Э» на стенде АО «НИИИТ-РК»;

– проведена наземная отработка на опытном самолете МиГ-29К на базе летно-испытательного центра АО «РСК «МиГ» с использованием имитаторов сигналов MLS и комплекса «Резистор-Э»;

– проведена летная оценка новой версии ПрНК на опытном самолете МиГ-29К на базе летно-испытательного центра АО «РСК «МиГ»;

– проведена летная оценка эффективности доработки программного обеспечения ПрНК, А-380МС и комплекса «Резистор-Э» с корабля «Викрамадитья».

Результаты работы наглядно представлены на рис. 1 и рис. 2, представляющих собой кадры, зарегистрированные системой видеорегистрации, установленной на самолетах МиГ-29К/КУБ.

Рисунок 1 иллюстрирует наличие проблемы, выявленной в процессе эксплуатации корабля, о расхождении положения точки посадки (конец вектора-символа ВПП) с видимым через индикатор на лобовом стекле реальным положением точки посадки, которая должна лежать на палубе корабля.



Рис. 1. Кадр, зарегистрированный системой видеорегистрации, установленной в кабине самолета, иллюстрирующий отклонение вычисленной точки посадки относительно реального положения палубы корабля

На рисунке 2 продемонстрированы результаты выполнения работы по устранению указанной проблемы, подтверждающие эффективность предложенных технических решений.

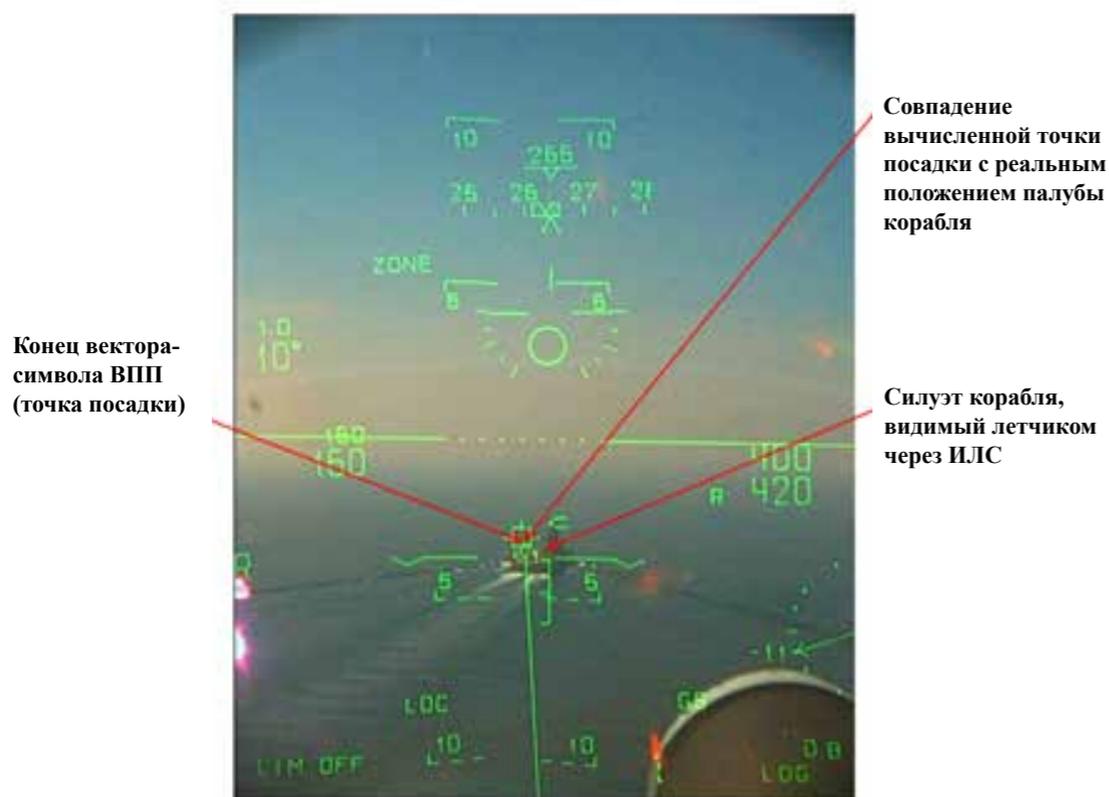


Рис. 2. Кадр, зарегистрированный системой видеорегистрации, иллюстрирующий совпадение вычисленной точки посадки с реальным положением палубы корабля

Положительные результаты работы были подтверждены материалами полетов самолетов МиГ-29К/КУБ с корабля проекта 11430, выполненных в январе-феврале 2017 года, а именно, записями системы видеорегистрации, которая обеспечила регистрацию не только всей индикации, отображаемой на индикаторе на лобовом стекле (в том числе и вектора, указывающего положение взлетно-посадочной полосы (ВПП), концом которого и является точка посадки), но и закабинное пространство, видимое летчиком через ИЛС. Это позволило зафиксировать точное совпадение вычисленного положения конца вектора-символа ВПП (точки посадки) с реальной палубой, видимой летчиком через индикатор на лобовом стекле. Сложность решенной задачи

заключалась в необходимости обеспечения слаженной работы нескольких комплексов и систем, размещенных как на борту ЛА, так и на борту корабля, имеющих разное программно-алгоритмическое обеспечение и вычислительные ресурсы: бортовой комплекс обеспечения возврата и посадки на корабль А-380МС, бортовой прицельно-навигационный комплекс ПрНК-29К/КУБ, бортовой приемник MLS, корабельный радиотехнический комплекс «Резистор-Э» с входящей в его состав курсоглиссадной системой посадки MLS. Кроме того, процесс выполнения захода на посадку и посадки на подвижную палубу корабля по-прежнему является самым сложным этапом полета корабельных ЛА, в связи с чем облегчение этой процедуры остается чрезвычайно актуальной задачей.

Использование системы MLS в качестве канала передачи данных о параметрах движения корабля на борт заходящего на посадку корабельного ЛА позволило обеспечить экипаж информацией о точном положении точки посадки, а также позволило вычислять точные значения отклонений ЛА от траектории захода на посадку для выдачи их на индикацию и в систему управления самолетом.

Положительный эффект от внедрения результатов данной работы заключается:

- в существенном повышении осведомленности летного экипажа о положении корабля относительно ЛА, благодаря наличию на борту ЛА информации о точном положении точки посадки и об отклонениях от заданной траектории захода на посадку;
- в облегчении процесса выхода ЛА в зону действия корабельных посадочных средств, за счет индикации летчику реального положения точки посадки, что позволяет четко контролировать процесс вывода ЛА на траекторию посадки;
- в снижении психофизической нагрузки экипажа при выполнении посадок, особенно в сложных метеоусловиях и в ночное время суток при ограниченной дальности видимости корабля.

Таким образом, реализованная на самолетах МиГ-29К/КУБ и в корабельном комплексе «Резистор-Э» возможность применения системы MLS в качестве канала передачи данных о параметрах движения корабля является первым в России практическим опытом применения данных систем не только как средства обеспечения посадки, но и как средства передачи информации, а приобретенный научно-технический задел имеет чрезвычайно важное практическое значение для использования при разработке бортовой и корабельной аппаратуры обеспечения посадки перспективных корабельных ЛА и БПЛА.

## Литература

1. Белгородский С. Л. Автоматизация управления посадкой самолета, М.: Транспорт, 1972. 352.
2. Воробьев Л. М. Воздушная навигация, М.: Машиностроение, 1984. 256.
3. Гуськов Ю. П. Дискретно-непрерывное управление программным выведением самолетов, М.: Машиностроение, 1987. 128.
4. Помыкаев И. И., Селезнев В. П., Дмитроченко Л. А. «Навигационные приборы и системы», М.: Машиностроение, 1983.
5. Никулин А. С. и др. Унифицированный навигационный комплекс ЛА. Патент РФ на изобретение № 2590934, 2015.
6. Гарбузов А. А. и др. Прицельно-навигационный комплекс многофункционального самолета авианосного и наземного базирования. Патент РФ на изобретение № 2276328, 2005.

УДК 629.7.05

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ АВТОМАТА КРЕНА В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ ТЯЖЕЛОГО САМОЛЁТА

*Владимир Евгеньевич КУЛИКОВ, д. т. н., профессор  
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»  
E-mail: inbox@aomiea.ru*

*В статье рассмотрен подход к анализу бокового движения самолета на основе разделения вектора угловой скорости вращения самолета на траекторную и вращательную составляющие при линеаризации уравнений движения. На основе метода обратных задач динамик предложен вариант синтеза астатической системы управления самолетом по крену с использованием процедуры полиномиального деления. Астатический контур стабилизации нулевого угла скольжения разработан по методу модального управления. В результате построен астатический автомат крена, обеспечивающий боковое маневрирование самолета без скольжения. Показана работоспособность синтезированного автомата крена на примере моделирования замкнутой системы управления боковым движением тяжелого самолета.*

**Ключевые слова:** боковое движение самолета, автомат крена, скольжение, обратная задача динамики, астатический контур управления.

## ANALYTICAL SYNTHESIS OF THE KREN AUTOMATIC IN THE SIDE MOTION OF A HEAVY PLANE

*Vladimir E. KULIKOV, D.Sc. in Engineering, professor  
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC  
E-mail: inbox@aomiea.ru*

*The article considers the approach to the analysis of the aircraft lateral motion based on aircraft rotation angular-velocity vector division into trajectory and rotational components during the motion equations linearization. An option of aircraft astatic roll control system synthesis based on inverse dynamics method with polynomial division procedure is proposed. The astatic zero sideslip stabilization loop is developed by the modal control method. As a result the astatic roll stabilizer providing the aircraft zero-sideslip angle lateral maneuvering is constructed. The synthesized roll stabilizer feasibility (operability, working capacity, performance) is shown by the example of the heavy aircraft closed lateral control system simulation.*

**Keywords:** aircraft lateral motion, roll stabilizer, slip, inverse dynamics problem, astatic control loop.

Управление боковым движением самолета осуществляется с помощью поперечного и путевого каналов управления, которые конструктивно развязаны между собой, что позволяет с применением линеаризации уравнений движения самолета получать уравнения изолированного движения по крену и по рысканию.

На основании метода малых возмущений [1] в работе [2] проведена линеаризация уравнений бокового движения, записанных в связанной системе координат, при невозмущенном установившемся движении при следующих допущениях, соответствующих прямолинейному полету без крена и скольжения:

$$\beta_0 = 0, \dot{\beta}_0 = 0, \omega_{x_0} = 0, \omega_{y_0} = 0, \gamma_0 = 0, \quad (1)$$

где нижним индексом «0» зафиксированы величины параметров первоначального опорного невозмущенного движения самолета. В линеаризованные уравнения вошли в качестве параметров движения: угол скольжения  $\beta$ , углы крена  $\gamma$  и рыскания  $\psi$ .

При этих же допущениях в [3] проведена линеаризация уравнений бокового движения, в которой сформированы уравнения бокового движения в форме Коши для параметров  $\beta, \omega_x, \omega_y, \gamma$ .

В силу разделения движения самолета [1] на относительно независимые продольное (в плоскости симметрии самолета) и боковое (в плоскости, перпендикулярной плоскости симметрии), последнее рассматривается в проекциях боковых сил на ось  $OZ_1$  связанной системы координат. В состав этих проекций попадает и проекция силы тяжести при развитии крена. Поэтому к уравнениям равновесия для боковых сил и моментов  $\dot{\omega}_x J_{xx} = M_x$  и  $\dot{\omega}_y J_{yy} = M_y$  добавляется дифференциальное уравнение Эйлера поворота самолета по крену.

Однако допущение (1) о прямолинейном движении при изучении бокового движения при пространственном маневрировании самолета в горизонтальной плоскости является очень сильным. В действительности при выполнении разворотов самолета, например, с постоянным креном, возникают соответствующие угловые скорости рыскания и крена, при этом разворот может происходить и при ненулевом скольжении из-за несимметричной тяги двигателей.

Рассмотрим исходные уравнения бокового движения [4] в допущении постоянства параметров продольного движения, разделенного с боковым движением. Уравнения запишем с привлечением дифференциального уравнения по рысканию из системы уравнений, записанной в скоростной системе координат, с учетом сигналов датчиков движения, работающих в связанной системе координат.

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\beta} &= \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha - \frac{g}{V} [(n_x \cos \alpha - n_y \sin \alpha) \sin \beta - n_z \cos \beta] + \\ &+ \frac{g}{V} [(\sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \cos \gamma \sin \alpha) \sin \beta + \cos \vartheta \sin \gamma \cos \beta], \\ \dot{\omega}_x &= \frac{M_x}{J_x}, \quad M_x = m_x q S \frac{l}{2}, \\ \dot{\omega}_y &= \frac{M_y}{J_y}, \quad M_y = m_y q S \frac{l}{2}, \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \dot{\vartheta} &= \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

где  $J_x, J_y$  — моменты инерции самолета относительно главных осей инерции, совпадающих в рассматриваемом случае с осями связанной системы координат,  $m_x, m_y$  — безразмерные моменты крена и рыскания,  $q$  — скоростной напор,  $S$  — площадь крыла,  $l/2$  — полуразмах крыла (характерный размер). Заметим, что уравнения (2) записаны в системе единиц измерения СИ. В правой части первого уравнения из (2) выражения в квадратных скобках третьего и четвертого слагаемых определяют соответственно проекции ускорений результирующей силы (аэродинамической и тяги) и силы тяжести на плоскость  $X_1 O Z_1$  связанной системы координат.

В общем случае система уравнений (2), в рамках введенного предположения о независимости бокового и продольного движений в смысле постоянства параметров последнего, описывает любое криволинейное движение, вызванное боковыми силами. Будем рассматривать в качестве опорного движения для последующей линеаризации установившийся разворот с параметрами:

$$\gamma_0 = \operatorname{const}, \quad \vartheta_0 = \operatorname{const}, \quad \beta_0 = 0, \quad (3)$$

при ненулевых значениях которых возникают отличные от нуля траекторные угловые скорости рыскания и крена:

$$\omega_{y_{\text{тр}}} = \omega_{y_0} \neq 0, \quad \omega_{x_{\text{тр}}} = \omega_{x_0} \neq 0.$$

С учетом (3), а также при допущении о малости углов атаки и скольжения для маломаневренных самолетов, проведем для линеаризации упрощения первого и четвертого уравнения системы (2). Полагая, что  $\sin \beta \approx \beta$ ,  $\cos \beta \approx 1$ ,  $\cos \alpha \approx 1$  и  $\sin \alpha \approx 0$ , получим следующие кинематические дифференциальные уравнения:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \omega_y - \frac{g}{V}(n_x - \sin \vartheta_0)\beta + \frac{g}{V}n_z + \frac{g}{V}\cos \vartheta_0 \sin \gamma, \\ \dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta_0 (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma. \end{cases} \quad (4)$$

Как следует из уравнений (4), в развороте участвует проекция угловой скорости тангажа  $\omega_z = \omega_{z\text{тр}}$ , вызванная искривлением траектории полета самолета при ненулевом крене. Траекторные составляющие угловых скоростей самолета по рысканию и крену, возникающие при искривлении траектории в инерциальном пространстве, также, наряду с собственно вращательным движением относительно центра масс, входят в уравнения формирования моментов вращения и задают балансировочные значения руля направления и элеронов.

Рассмотрим состояние уравнений (5) для опорного движения, определяемого равенством нулю производных по углу скольжения  $\dot{\beta} = 0$ , по углу крена  $\dot{\gamma} = 0$  и тангажа  $\dot{\vartheta} = 0$ , при этом получим уравнения

$$\begin{cases} \omega_{y_0} - \frac{g}{V_0}(n_{x_0} - \sin \vartheta_0)\beta_0 + \frac{g}{V_0}n_{z_0} + \frac{g}{V_0}\cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 = 0, \\ \omega_{x_0} - \operatorname{tg} \vartheta_0 (\omega_{y_0} \cos \gamma_0 - \omega_{z_0} \sin \gamma_0) = 0, \\ \omega_{y_0} \sin \gamma_0 + \omega_{z_0} \cos \gamma_0 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Для исходного состояния установившегося движения (5) на постоянной скорости  $V_0 = \text{const}$  продольное ускорение равно  $n_{x_0} = \sin \vartheta_0$ , начальное скольжение околонулевое  $\beta_0 \approx 0$ , а боковая перегрузка может отличаться от нуля  $n_{z_0} \neq 0$ .

Тогда из системы (5) последовательно из первого, третьего и второго уравнений можно определить траекторные составляющие вектора угловой скорости искривления траектории

$$\begin{aligned} \omega_{y_0} &= -\frac{g}{V_0}(\cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 + n_{z_0}), \quad \omega_{z_0} = -\omega_{y_0} \operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{g \cdot \operatorname{tg} \gamma_0}{V_0}(\cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 + n_{z_0}), \\ \omega_{x_0} &= \omega_{y_0} \frac{\operatorname{tg} \vartheta_0}{\cos \gamma_0} = -\frac{g \cdot \operatorname{tg} \vartheta_0}{V_0 \cos \gamma_0}(\cos \vartheta_0 \sin \gamma_0 + n_{z_0}). \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения вращательного движения при изменении моментов вращения  $m_x$  и  $m_y$ , представленных при разложении в ряд Тейлора согласно [5] в виде суммы произведений первых производных моментов по параметрам движения и одноименных кинематических параметров, можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_x &= \frac{qSl}{2J_x} \left( m_x^\beta \beta + m_x^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_x^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + m_x^{\delta_{\text{эл}}} \delta_{\text{эл}} + m_x^{\delta_{\text{рн}}} \delta_{\text{рн}} \right), \\ \dot{\omega}_y &= \frac{qSl}{2J_y} \left( m_y^\beta \beta + m_y^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + m_y^{\bar{\omega}_x} \frac{l}{2V} \omega_x + m_y^{\delta_{\text{рн}}} \delta_{\text{рн}} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $m_x^{\bar{\omega}_x}$ ,  $m_x^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_x}$  — производные аэродинамических коэффициентов моментов по безразмерным угловым скоростям  $\bar{\omega}_x$  и  $\bar{\omega}_y$ ,  $\delta_{\text{эл}}$ ,  $\delta_{\text{рн}}$  — отклонения элеронов и руля направления,  $m$  — масса самолета,  $q$  — скоростной напор.

Выражение для боковой перегрузки имеет известный вид

$$n_z = \frac{c_z q S}{mg}, \quad c_z = c_z^\beta \beta + c_z^{\bar{\omega}_y} \frac{l}{2V} \omega_y + c_z^{\delta_{\text{рн}}} \delta_{\text{рн}}, \quad (8)$$

где  $c_z$  — безразмерный коэффициент аэродинамической боковой силы,  $c_z^\beta$ ,  $c_z^{\bar{\omega}_y}$ ,  $c_z^{\delta_{\text{рн}}}$  — производные коэффициента боковой силы по соответствующим кинематическим параметрам.

Из системы уравнений (7) для равновесного состояния  $\dot{\omega}_x = 0$  и  $\dot{\omega}_y = 0$  с учетом траекторных угловых скоростей вращения (6) можно аналитическим путем найти выражения для балансировочных положений рулей, а именно:

$$\delta_{рн0} = -\frac{l}{2Vm_{y\delta_{рн}}} \left( m_{y\bar{\omega}_y} + m_{y\bar{\omega}_x} \frac{\text{tg}\vartheta_0}{\cos\gamma_0} \right) \cdot \omega_{y_0},$$

$$\delta_{эл0} = -\frac{l}{2Vm_{x\delta_{эл}}} \left( m_{y\bar{\omega}_y} + m_{y\bar{\omega}_x} \frac{\text{tg}\vartheta_0}{\cos\gamma_0} \right) \cdot \left( 1 - \frac{m_{x\delta_{рн}}}{m_{y\delta_{рн}}} \right) \cdot \omega_{y_0}. \quad (9)$$

При этом балансировочная боковая перегрузка при  $\beta = 0$  определяется подстановкой в (8) соответствующих выражений из (6) и (7) и в конечном виде будет определяться следующим образом

$$n_{z_0} = \frac{\cos\vartheta_0 \sin\gamma_0}{2mV^2 \cdot m_{y\delta_{рн}} \cos\gamma_0 - 1} \cdot SlqA, \quad A = c_z^{\delta_{рн}} \left( m_{y\bar{\omega}_y} \cos\gamma_0 + m_{y\bar{\omega}_x} \text{tg}\vartheta_0 \right) - c_z^{\bar{\omega}_y} m_{y\delta_{рн}} \cos\gamma_0. \quad (10)$$

Для примера: при координированном развороте транспортного самолета вправо с креном 30 градусов на скорости  $V = 100$  м/с при тангаже 8 градусов, согласно формулам (6), (9) и (10), возникают следующие параметры движения и отклонения рулей:

$$\omega_{y_0} = -2,78^\circ/\text{с}, \quad \omega_{z_0} = 1,605^\circ/\text{с}, \quad \omega_{x_0} = -0,45^\circ/\text{с},$$

$$n_{z_0} = -0,000376, \quad \delta_{рн0} = 1,068^\circ, \quad \delta_{эл0} = 0,227^\circ.$$

Таким образом, при развороте положения элеронов и руля направления не являются нулевыми, поэтому при разработке автомата крена необходимо использовать астатические контуры управления.

При неизменяемых параметрах продольного движения  $\vartheta = \vartheta_0$ ,  $\omega_z = \omega_{z_0}$  и балансировочном скольжении  $\beta_0 = 0$  представим параметры бокового движения и управления в виде

$$\omega_x = \omega_{x_0} + \Delta\omega_x, \quad \omega_y = \omega_{y_0} + \Delta\omega_y, \quad \beta = \Delta\beta, \quad \gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma,$$

$$n_z = \Delta n_z, \quad \delta_{эл} = \delta_{эл0} + \Delta\delta_{эл}, \quad \delta_{рн} = \delta_{рн0} + \Delta\delta_{рн}, \quad (11)$$

где  $\Delta\beta$ ,  $\Delta\omega_x$ ,  $\Delta\omega_y$ ,  $\Delta\gamma$  — малые приращения соответствующих параметров собственно бокового движения самолета при вращении относительно

связанных осей  $OX_1$  и  $OY_1$ , вызывающего изменения обтекания самолета воздушным потоком. Кроме того, воспользуемся известными тригонометрическими формулами

$$\sin(\gamma_0 + \Delta\gamma) = \sin\gamma_0 \cos\Delta\gamma + \cos\gamma_0 \sin\Delta\gamma, \quad \cos(\gamma_0 + \Delta\gamma) = \cos\gamma_0 \cos\Delta\gamma - \sin\gamma_0 \sin\Delta\gamma,$$

которые для нашего случая, с учетом (11), при малых приращениях угла крена упрощаются

$$\sin(\gamma_0 + \Delta\gamma) = \sin\gamma_0 + \gamma \cdot \cos\gamma_0, \quad \cos(\gamma_0 + \Delta\gamma) = \cos\gamma_0 - \gamma \cdot \sin\gamma_0. \quad (12)$$

На основании (4), (7) и (8) введем обозначения коэффициентов при кинематических параметрах бокового движения:

$$\bar{M}_x^\beta = \frac{m_x^\beta qSl}{2J_x}, \quad \bar{M}_x^{\omega_x} = \frac{m_x^{\omega_x} qSl^2}{4J_x V}, \quad \bar{M}_x^{\omega_y} = \frac{m_x^{\omega_y} qSl^2}{4J_x V}, \quad \bar{M}_x^{\delta_{эл}} = \frac{m_x^{\delta_{эл}} qSl}{2J_x}, \quad \bar{M}_x^{\delta_{рн}} = \frac{m_x^{\delta_{рн}} qSl}{2J_x},$$

$$\bar{M}_y^\beta = \frac{m_y^\beta qSl}{2J_y}, \quad \bar{M}_y^{\omega_x} = \frac{m_y^{\omega_x} qSl^2}{4J_y V}, \quad \bar{M}_y^{\omega_y} = \frac{m_y^{\omega_y} qSl^2}{4J_y V}, \quad \bar{M}_y^{\delta_{рн}} = \frac{m_y^{\delta_{рн}} qSl}{2J_y}, \quad (13)$$

$$\bar{Z}^\beta = \frac{c_z^\beta qS}{mV}, \quad \bar{Z}^{\omega_y} = \frac{c_z^{\omega_y} qSl}{2mV^2}, \quad \bar{Z}^{\delta_{рн}} = \frac{c_z^{\delta_{рн}} qS}{mV}, \quad \bar{Z}^\gamma = \frac{g}{V_0} \cos\vartheta_0 \cos\gamma_0,$$

$$\bar{\Gamma}^{\omega_y} = \frac{g}{V} \sin\vartheta_0 \sin\gamma_0 \cos\gamma_0.$$

Подстановка (12) в (4), с учетом выражений (6) для траекторных угловых скоростей и обозначений (13), при постоянной скорости полета  $V_0 = \text{const}$  обеспечит проведение процедуры линеаризации системы уравнений (2) относительно опорного движения (5) и в результате даст следующую систему возмущенного бокового движения в приращениях

$$\begin{cases} \Delta\dot{\beta} = \Delta\omega_y + \bar{Z}^\beta \Delta\beta + \bar{Z}^{\omega_y} \Delta\omega_y + \bar{Z}^{\delta_{рн}} \Delta\delta_{рн} + \bar{Z}^\gamma \Delta\gamma, \\ \Delta\dot{\omega}_x = \bar{M}_x^\beta \Delta\beta + \bar{M}_x^{\omega_x} \Delta\omega_x + \bar{M}_x^{\omega_y} \Delta\omega_y + \bar{M}_x^{\delta_{эл}} \Delta\delta_{эл} + \bar{M}_x^{\delta_{рн}} \Delta\delta_{рн}, \\ \Delta\dot{\omega}_y = \bar{M}_y^\beta \Delta\beta + \bar{M}_y^{\omega_y} \Delta\omega_y + \bar{M}_y^{\omega_x} \Delta\omega_x + \bar{M}_y^{\delta_{рн}} \Delta\delta_{рн}, \\ \Delta\dot{\gamma} = \Delta\omega_x + \bar{\Gamma}^{\omega_y} \Delta\omega_y. \end{cases} \quad (14)$$

В линейной системе (14) появляются составляющие, зависящие от исходного углового положения самолета (коэффициенты  $\bar{Z}^\gamma$  и  $\bar{\Gamma}^{\omega_y}$ ).

В дальнейшем, сохраняя понимание того, что исследование бокового движения проводится в малом, будем для упрощения записи опускать букву «дельта»  $\Delta$  при переменных состояниях. Перепишем уравнения (14) в матричном виде, выделяя для регулируемой координаты первую строку матрицы системы.

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \bar{\Gamma}^{\omega_y} & 0 \\ 0 & \bar{M}_x^{\omega_x} & \bar{M}_x^{\omega_y} & \bar{M}_x^\beta \\ 0 & \bar{M}_y^{\omega_x} & \bar{M}_y^{\omega_y} & \bar{M}_y^\beta \\ \bar{Z}^\gamma & 0 & 1 + \bar{Z}^{\omega_y} & \bar{Z}^\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{M}_x^{\delta_{эл}} & \bar{M}_x^{\delta_{рн}} \\ 0 & \bar{M}_y^{\delta_{рн}} \\ 0 & \bar{Z}^{\delta_{рн}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{эл} \\ \delta_{рн} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Применим к системе (15) преобразование Лапласа, получим

$$\begin{bmatrix} p & -1 & -\bar{\Gamma}^{\omega_y} & 0 \\ 0 & p - \bar{M}_x^{\omega_x} & -\bar{M}_x^{\omega_y} & -\bar{M}_x^\beta \\ 0 & -\bar{M}_y^{\omega_x} & p - \bar{M}_y^{\omega_y} & -\bar{M}_y^\beta \\ -\bar{Z}^\gamma & 0 & -1 - \bar{Z}^{\omega_y} & p - \bar{Z}^\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma(p) \\ \omega_x(p) \\ \omega_y(p) \\ \beta(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{M}_x^{\delta_{эл}} & \bar{M}_x^{\delta_{рн}} \\ 0 & \bar{M}_y^{\delta_{рн}} \\ 0 & \bar{Z}^{\delta_{рн}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{эл}(p) \\ \delta_{рн}(p) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Характеристический полином системы (16) имеет вид:

$$\begin{aligned} & p^4 + Ap^3 + Bp^2 + Cp + D, \\ & A = -\bar{Z}^\beta - \bar{M}_x^{\omega_x} - \bar{M}_y^{\omega_y}, \\ & B = \bar{Z}^\beta (\bar{M}_x^{\omega_x} + \bar{M}_y^{\omega_y}) - \bar{M}_y^\beta (1 + \bar{Z}^{\omega_y}) + \bar{M}_x^{\omega_x} \bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{M}_x^{\omega_y} \bar{M}_y^{\omega_x}, \\ & C = -\bar{Z}^\gamma (\bar{M}_x^\beta + \bar{M}_y^\beta \bar{\Gamma}^{\omega_y}) - \bar{Z}^\beta (\bar{M}_x^{\omega_x} \bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{M}_x^{\omega_y} \bar{M}_y^{\omega_x}) + \\ & \quad + (\bar{M}_y^\beta \bar{M}_x^{\omega_x} - \bar{M}_x^\beta \bar{M}_y^{\omega_x}) (1 + \bar{Z}^{\omega_y}), \\ & D = \bar{Z}^\gamma [\bar{M}_x^\beta \bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{M}_y^\beta \bar{M}_x^{\omega_x} + \bar{\Gamma}^{\omega_y} (\bar{M}_y^\beta \bar{M}_x^{\omega_x} - \bar{M}_x^\beta \bar{M}_y^{\omega_x})]. \end{aligned} \quad (17)$$

Из системы (16) с учетом (17) найдем передаточные функции угловых параметров движения по соответствующим им сепаратным каналам управления, а именно

$$W_{\omega_x}^{\delta_{эл}}(p) = \frac{\bar{M}_x^{\delta_{эл}} [p^3 + (-\bar{Z}^\beta - \bar{M}_y^{\omega_y})p^2 + (\bar{Z}^\beta \bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{M}_y^\beta - \bar{Z}^{\omega_y} \bar{M}_y^\beta)p + \bar{Z}^\gamma \bar{M}_y^\beta \bar{\Gamma}^{\omega_y}]}{p^4 + Ap^3 + Bp^2 + Cp + D}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} W_{\omega_y}^{\delta_{рн}}(p) &= \frac{\bar{M}_y^{\delta_{рн}} p^3 + Ep^2 + Gp + H}{p^4 + Ap^3 + Bp^2 + Cp + D}, \\ E &= \bar{M}_y^\beta \bar{Z}^{\delta_{рн}} - \bar{M}_y^{\delta_{рн}} (\bar{Z}^\beta + \bar{M}_x^{\omega_x}) + \bar{M}_y^{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_{рн}}, \\ G &= \bar{Z}^\beta (\bar{M}_x^{\omega_x} \bar{M}_y^{\delta_{рн}} - \bar{M}_y^{\omega_x} \bar{M}_x^{\delta_{рн}}) + \bar{M}_x^\beta \bar{M}_y^{\omega_x} \bar{Z}^{\delta_{рн}} - \bar{M}_y^\beta \bar{M}_x^{\omega_x}, \\ H &= \bar{Z}^\gamma (\bar{M}_y^\beta \bar{M}_x^{\delta_{рн}} - \bar{M}_x^\beta \bar{M}_y^{\delta_{рн}}). \end{aligned} \quad (19)$$

На основании [6] разберем подробнее физический смысл моментов вращения бокового движения, состоящего из связанных между собой поперечного и бокового движений самолета.

Момент  $\bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x$  — демпфирующий поперечный момент крена отрицательного знака, обеспечивающий устойчивость вращения самолета по крену.

Момент  $\bar{M}_x^{\omega_y} \omega_y$  — поперечный спиральный момент отрицательного знака, стремящийся вызвать отрицательный крен (влево) при положительной угловой скорости  $\omega_y$  (влево — по часовой стрелке вращения самолета вокруг оси  $Oy_1$  связанной системы координат).

Момент  $\bar{M}_y^{\omega_y} \omega_y$  — демпфирующий поворачивающий момент отрицательного знака, обеспечивающий устойчивость вращения самолета по рысканию благодаря вертикальному оперению самолета.

Момент  $\bar{M}_y^{\omega_x} \omega_x$  — спиральный заворачивающий момент по рысканию, вызываемый изменением лобового сопротивления у опускающегося и поднимающегося полукрыльев при вращении самолета по крену. На малых углах атаки этот перекрестный момент, как правило, отрицательный.

Момент  $\bar{M}_x^\beta \beta$  — момент поперечной статической устойчивости, вызывающий крен при появлении скольжения, возникающего при вращении по крену. Самолет статически устойчив в поперечном движении при отрицательном знаке момента ( $\bar{M}_x^\beta < 0$ ).

Момент  $\bar{M}_y^\beta \beta$  — момент флюгерной устойчивости. При  $\bar{M}_y^\beta < 0$  самолет флюгерно устойчив — точка приложения результирующей боковой силы расположена сзади центра масс самолета. При этом момент стремится уменьшить угол скольжения, разворачивая самолет в сторону опущенного крыла.

Рассмотрим пример бокового движения свободного самолета большой массы, летящего на высоте 1000 м и скорости полета 100 м/с, при воздействии единичного ступенчатого отклонения на 1 градус элерона и отдельно на 1 градус руля направления.

Характеристическое уравнение (17) для этого случая принимает вид

$$p^4 + 0,897p^3 + 0,518p^2 + 0,233p - 0,00292 = 0$$

и содержит малый неустойчивый действительный корень  $p_4 = +0,0122$ . Графики переходных процессов с обозначениями по угловой скорости крена « $\omega_{xsv}(t)$ » и по угловой скорости рыскания « $\omega_{ysv}(t)$ », согласно (18) и (19) соответственно, показаны на рис. 1.

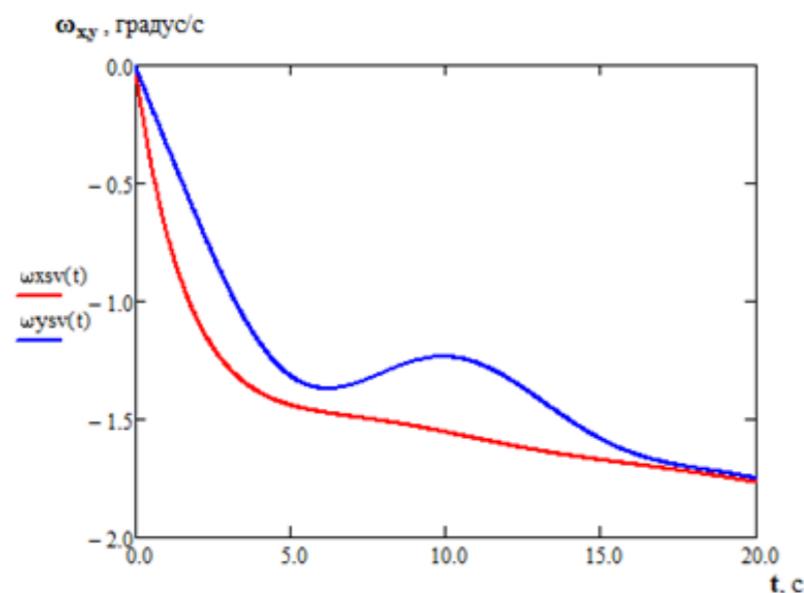


Рис.1. Переходные процессы по угловым скоростям крена и рыскания неавтоматизированного самолета

Как видно из графиков, движение по угловой скорости крена апериодическое, движение по рысканию колебательное с низким затуханием. Самолет имеет тенденцию медленного ухода от величин угловых скоростей, устойчиво возникающих при быстром движении от отклоненных рулей. Объяснение этого процесса состоит в том, что в выражении для свободного члена  $D$  (17) абсолютная величина коэффициента момента  $\bar{M}_y^\beta$  значительно больше величины коэффициента  $\bar{M}_x^\beta$  при близких по величине коэффициентах  $\bar{M}_y^{\omega_y}$  и  $\bar{M}_x^{\omega_y}$ . Для устранения явления слабой неустойчивости по рысканию достаточно при автоматизации бокового движения ввести в поперечный канал управления перекрестную связь по угловой скорости рыскания, компенсирующую момент  $\bar{M}_x^{\omega_y}$ , а именно:

$$\delta_{эл}^* = -\frac{\bar{M}_x^{\omega_y}}{\bar{M}_x^{\delta_{эл}}}. \quad (20)$$

Составляющая (20) синтезируемого закона управления автомата крена является прямым сигналом в контур управления элеронами и позволяет обеспечить положительность свободного члена  $D$  характеристического полинома (16), а также независимость канала крена от движения по рысканию, угловая скорость которого всегда измеряется соответствующим датчиком. Тогда система, описывающая боковое движение свободного самолета с введенной перекрестной связью (20), примет вид

$$\begin{bmatrix} p & -1 & -\bar{\Gamma}^{\omega_y} & 0 \\ 0 & p - \bar{M}_x^{\omega_x} & 0 & -\bar{M}_x^\beta \\ 0 & -\bar{M}_y^{\omega_x} & p - \bar{M}_y^{\omega_y} & -\bar{M}_y^\beta \\ -\bar{Z}^\gamma & 0 & -1 - \bar{Z}^{\omega_y} & p - \bar{Z}^\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma(p) \\ \omega_x(p) \\ \omega_y(p) \\ \beta(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \bar{M}_x^{\delta_{эл}} & \bar{M}_x^{\delta_{рн}} \\ 0 & \bar{M}_y^{\delta_{рн}} \\ 0 & \bar{Z}^{\delta_{рн}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{эл}(p) \\ \delta_{рн}(p) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Характеристическое уравнение для системы (21) изменится

$$p^4 + 0,897p^3 + 0,529p^2 + 0,234p + 0,00361 = 0$$

и станет устойчивым. Соответствующие переходные процессы системы (21) для рассматриваемого примера приведены на рис. 2.

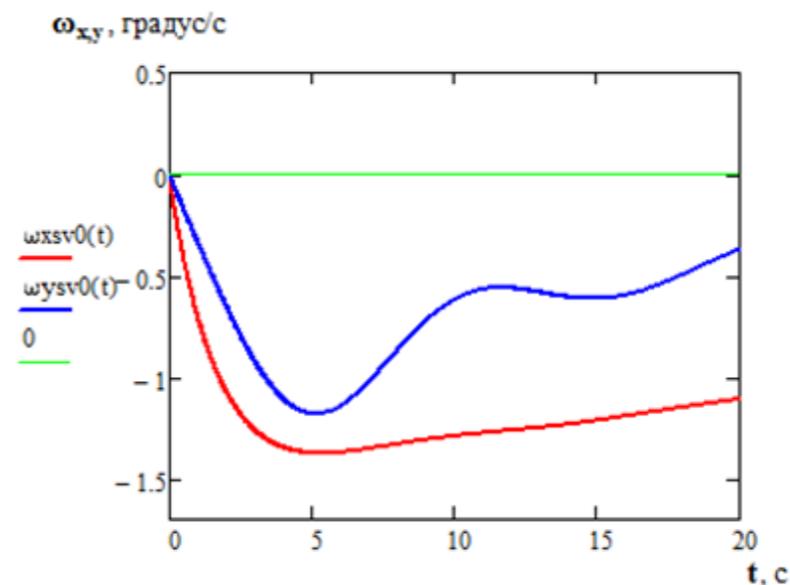


Рис. 2. Переходные процессы по угловым скоростям крена и рыскания самолета с перекрестной связью в поперечном канале управления

Далее укажем, что коэффициенты  $\bar{\Gamma}^{\omega_y}$  и  $\bar{Z}^{\omega_y}$  являются чрезвычайно малыми величинами по сравнению с остальными коэффициентами системы (21). Тогда для синтеза обратной связи автомата крена будем считать исходной характеристическую матрицу «свободного» самолета вида

$$F_0(p) = \begin{bmatrix} p & -1 & 0 & 0 \\ 0 & p - \bar{M}_x^{\omega_x} & 0 & -\bar{M}_x^\beta \\ 0 & -\bar{M}_y^{\omega_x} & p - \bar{M}_y^{\omega_y} & -\bar{M}_y^\beta \\ -\bar{Z}^\gamma & 0 & -1 & p - \bar{Z}^\beta \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Заметим, что компенсация коэффициента момента поперечной статической устойчивости  $\bar{M}_x^\beta$  представляется нецелесообразной, так как он обеспечивает естественную поперечную устойчивость самолета по углу скольжения.

Проведем сначала синтез автомата крена для изолированного (независимого от рыскания) движения крена. Из (22) выделяется простая характеристическая матрица  $F_{0\gamma}(p)$  поперечного движения

$$F_{0\gamma}(p) = \begin{bmatrix} p & -1 \\ 0 & p - M_x^{\omega_x} \end{bmatrix},$$

которой соответствуют простейшие дифференциальные уравнения изолированного движения по крену

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x, \\ \dot{\omega}_x = \bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x + \bar{M}_x^{\delta_{эл}} \delta_{эл}. \end{cases} \quad (23)$$

Применим метод обратных задач динамики [7], согласно которому можно задать желаемую динамику замкнутого контура обработки заданного крена в виде однородного дифференциального уравнения для ошибки управления по крену  $\Delta\gamma = \gamma_{зад} - \gamma$ , а именно

$$T_\gamma^2 \Delta\ddot{\gamma} + 2\xi_\gamma T_\gamma \Delta\dot{\gamma} + \Delta\gamma = 0, \quad (24)$$

где  $T_\gamma$  и  $\xi_\gamma$  — соответственно желаемые постоянная времени и относительный коэффициент затухания звена второго порядка — эталона поведения замкнутого контура управления по крену.

Для  $\gamma_{зад} = \text{const}$  производные по ошибке управления, с учетом (23), будут равны

$$\Delta\dot{\gamma} = -\omega_x, \quad \Delta\ddot{\gamma} = -\dot{\omega}_x = -\bar{M}_x^{\omega_x} \omega_x - \bar{M}_x^{\delta_{эл}} \delta_{эл}. \quad (25)$$

Подставим (25) в (24) и найдем закон управления элеронами:

$$\delta_{эл}^{ст} = \frac{1}{M_x^{\delta_{эл}}} [-k_{\omega_x}^{ст} \omega_x + k_{\Delta\gamma}^{ст} \Delta\gamma], \quad k_{\omega_x}^{ст} = M_x^{\omega_x} + \frac{2\xi_\gamma}{T_\gamma}, \quad k_{\Delta\gamma}^{ст} = \frac{1}{T_\gamma^2}. \quad (26)$$

Выражение (26) — это обратная связь статического автомата крена. Заметим, что в коэффициенте  $k_{\omega_x}^{ст}$  искусственной добавкой к уже имеющемуся коэффициенту демпфирования является разность между желаемым коэффициентом  $\frac{2\xi_\gamma}{T_\gamma}$  и модулем коэффициента демпфирующего поперечного момента крена  $M_x^{\omega_x}$  (сам коэффициент имеет отрицательный знак). Таким образом демпфирующая обратная связь только добавляет естественное демпфирование самолета по крену до необходимой величины желаемого демпфирования, заданного уравнением-эталоном (24).

Для получения астатического контура управления по крену рассмотрим следующий конструктивный подход для автоматизации объекта (23) в модификации ПИД-регулятора. Аналитически ПИД-регулятор можно сформировать на основе желаемых корней полинома (24) следующим образом. Рассмотрим уравнение (24) в изображении Лапласа, домножив левую и правую его части на линейный двучлен заданного вида:

$$(T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1)(T_{\gamma_n} p + 1) \Delta\gamma(p) = 0, \quad (27)$$

где  $T_{\gamma_n}$  — постоянная времени, определяющая корень интегральной добавки к корням характеристического уравнения простой системы (24).

Раскроем левую часть уравнения (27) и понизим его порядок, получим

$$\left( p^2 + k_\gamma p + k_{\Delta\gamma} + k_{\Delta\gamma_n} \frac{1}{p} \right) \Delta\gamma(p) = 0, \quad (28)$$

$$k_\gamma = \frac{T_\gamma + 2\xi_\gamma T_{\Delta\gamma_n}}{T_\gamma T_{\Delta\gamma_n}}, \quad k_{\Delta\gamma} = \frac{T_{\Delta\gamma_n} + 2\xi_\gamma T_\gamma}{T_\gamma^2 T_{\Delta\gamma_n}}, \quad k_{\Delta\gamma_n} = \frac{1}{T_\gamma^2 T_{\Delta\gamma_n}}.$$

Здесь коэффициенты  $k_{\dot{\gamma}}, k_{\Delta\gamma}, k_{\Delta\gamma_{ин}}$  — коэффициенты обратных связей соответственно по производной крена, текущего отклонения крена от заданного значения и интеграла от ошибки управления по крену системы автоматического управления креном самолета. Вернемся в уравнении (28) к оригиналу во временной области, из которого найдем с учетом (25) обратную связь ПИД-регулятора:

$$\delta_{эл}^{act}(t) = \frac{1}{M_x^{\delta_{эл}}} \left[ -k_{\omega_x} \omega_x(t) + k_{\Delta\gamma} \Delta\gamma(t) + k_{\Delta\gamma_{ин}} \int_{t_0}^t \Delta\gamma(\tau) d\tau \right], k_{\omega_x} = k_{\dot{\gamma}} - M_x^{\omega_x}. \quad (29)$$

Уравнения изолированного поперечного движения самолета с автоматом крена, имеющим закон управления (29), примут в изображении Лапласа следующий вид:

$$\begin{bmatrix} p & 1 & 0 \\ 0 & p & -1 \\ -k_{\Delta\gamma_{ин}} & k_{\Delta\gamma} & p + k_{\dot{\gamma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\gamma_{ин}(p) \\ \gamma(p) \\ \omega_x(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ k_{\Delta\gamma} \end{bmatrix} \gamma_{зад}(p), \quad (30)$$

Передаточная функция по крену замкнутого контура (30) с управлением в виде ПИД-регулятора (29) будет равна

$$W_{\gamma}^{\gamma_{зад}}(p) = \frac{k_{\Delta\gamma} p + k_{\Delta\gamma_{ин}}}{p^3 + k_{\dot{\gamma}} p^2 + k_{\Delta\gamma} p + k_{\Delta\gamma_{ин}}}. \quad (31)$$

Известным недостатком решения задачи астатического управления в виде (31) является перерегулирование по регулируемой координате при подаче на вход ступенчатого воздействия, что часто встречается в практике отработки системой автоматического управления самолета заданного крена.

Компенсация появившегося в числителе передаточной функции (31) нуля соответствующим ему полюсом характеристического полинома не представляется возможной, так как полином знаменателя не делится нацело на полином числителя. Единственно возможным вариантом такого деления является изменение коэффициентов при переменной Лапласа первого порядка  $p$  в числителе и знаменателе (31), например, в виде соответственно  $k_{\Delta\gamma}^*$  и  $k_{\Delta\gamma}^* + k_{\dot{\gamma}} = k_{\Delta\gamma}$ , то есть при сохранении желаемых параметров полинома числителя (31). Такому уточнению соответствует показанная на рис. 3 структура астатического контура управления по крену с введением дополнительной обратной связи по текущему крену.

Назовем такой регулятор с дополнительной компенсирующей ноль связью ПИД-П регулятором.

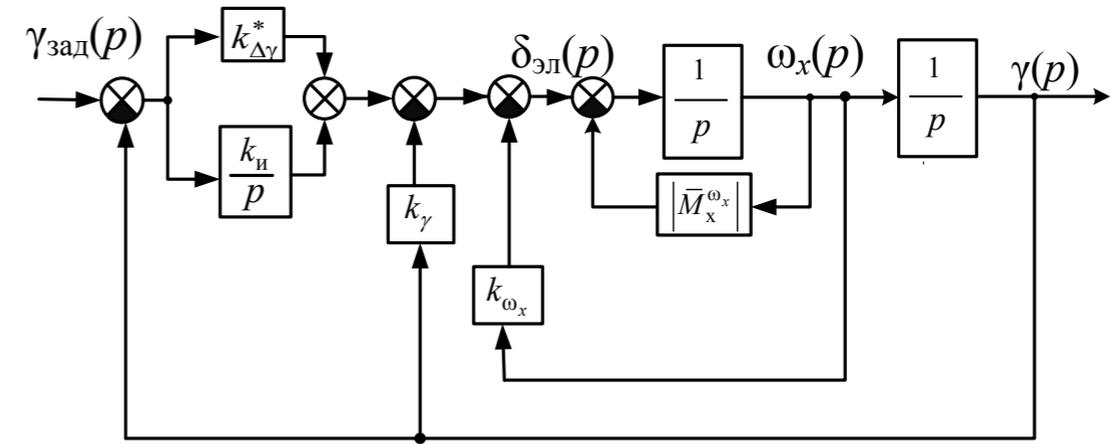


Рис. 3. Структура контура крена с астатическим ПИД-П регулятором

Структурными преобразованиями схемы на рис. 3 определим передаточную функцию по крену, которая будет иметь следующий вид

$$W_{\gamma}^{*\gamma_{зад}}(p) = \frac{k_{\Delta\gamma}^* p + k_{\Delta\gamma_{ин}}}{p^3 + k_{\dot{\gamma}} p^2 + (k_{\Delta\gamma}^* + k_{\dot{\gamma}}) p + k_{\Delta\gamma_{ин}}}. \quad (32)$$

Результатом деления нацело полинома знаменателя на полином числителя передаточной функции (32) является следующий полином:

$$\frac{1}{k_{\Delta\gamma}^*} p^2 + \frac{1}{k_{\Delta\gamma}^*} \left( k_{\dot{\gamma}} - \frac{k_{\Delta\gamma_{ин}}}{k_{\Delta\gamma}^*} \right) p + 1. \quad (33)$$

Прежде всего, для обеспечения совпадения полученного полинома (33) с желаемым полиномом второго порядка из (27) найдем выражение для скорректированного коэффициента позиционной составляющей рассогласования по крену, а именно:

$$k_{\Delta\gamma}^* = \frac{1}{T_{\gamma}^2}. \quad (34)$$

Убедимся, что полином (33) равен желаемому, для этого подставим в (33) коэффициенты (34) и (28), получим характеристический полином системы управления по крену пониженного порядка с передаточной функцией

$$W_{\gamma}^{*\gamma_{\text{зад}}}(p) = \frac{1}{T_{\gamma}^2 p^2 + 2\xi_{\gamma} T_{\gamma} p + 1}. \quad (35)$$

Преобразование (33) в (35) обеспечивается выполнением равенства для нулевого остатка деления

$$k_{\Delta\gamma}^* + k_{\gamma} - \frac{k_{\Delta\gamma_{\text{н}}}}{k_{\Delta\gamma}^*} \left( k_{\dot{\gamma}} - \frac{k_{\Delta\gamma_{\text{н}}}}{k_{\Delta\gamma}^*} \right) = k_{\Delta\gamma}^*,$$

из которого определяем коэффициент корректирующей обратной связи по крену

$$k_{\gamma} = \frac{k_{\Delta\gamma_{\text{н}}}}{k_{\Delta\gamma}^*} \left( k_{\dot{\gamma}} - \frac{k_{\Delta\gamma_{\text{н}}}}{k_{\Delta\gamma}^*} \right) = \frac{2\xi_{\gamma}}{T_{\gamma} T_{\Delta\gamma_{\text{н}}}}. \quad (36)$$

Сумма полученных коэффициентов (34) и (36) в точности равна исходному коэффициенту  $k_{\Delta\gamma}$  из (28), что подтверждает правильность проведенного синтеза обратной связи астатического автомата крена, не имеющего перерегулирования по управляемой координате. Заметим, что для других точек входа в систему, изображенную на рис. 3, характеристический полином сохраняется в расширенном виде (27) с устойчивыми контролируемыми корнями.

Матричное уравнение такого изолированного автомата крена будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} p & 1 & 0 \\ 0 & p & -1 \\ -k_{\Delta\gamma_{\text{н}}} & k_{\Delta\gamma}^* + k_{\gamma} & p + k_{\dot{\gamma}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\gamma_{\text{н}}(p) \\ \gamma(p) \\ \omega_x(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ k_{\Delta\gamma}^* \end{bmatrix} \gamma_{\text{зад}}(p). \quad (37)$$

Пример выхода на заданный крен  $30^\circ$  системой (37) при заданных параметрах желаемого полинома (27) показан на рис. 4.

$$T_{\gamma} = 1\text{с}, \xi_{\gamma} = 0,85, T_{\Delta\gamma_{\text{н}}} = 3,5\text{с}. \quad (38)$$

Следует подчеркнуть, что при соответствующем учете в законе управления (29) коэффициентов момента эффективности элеронов  $\bar{M}_x^{\delta_{\text{эл}}}$  и момента поперечного демпфирования  $\bar{M}_x^{\omega_x}$ , зависящих от режима полета, синтезированная система является инвариантной к изменениям скорости и высоты полета и обладает постоянными заданными динамическими характеристиками.

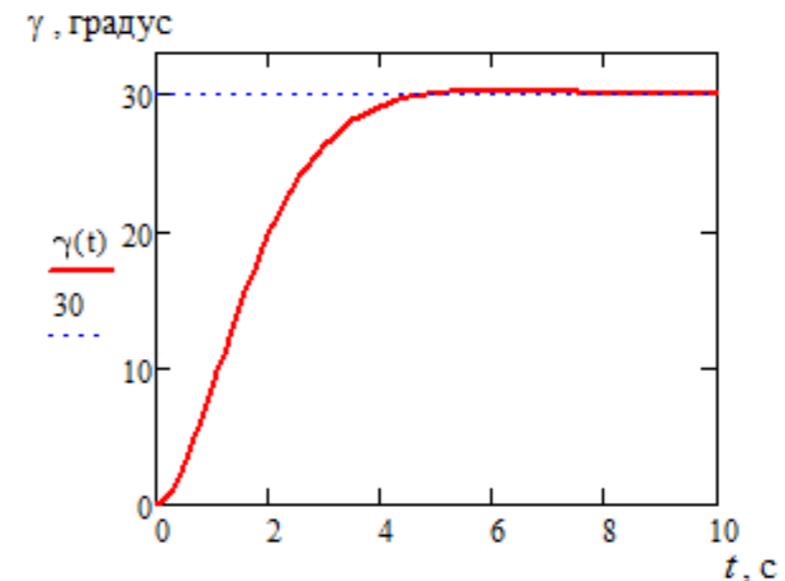


Рис. 4. Переходный процесс отработки изолированным автоматом крена  $30^\circ$

Перерегулирование при выходе на заданный крен  $30^\circ$  при параметрах (38) не превышает  $0,2^\circ$ , корни полного характеристического полинома замкнутого контура (37) постоянны и равны:

$$p_{1\gamma} = -0,286, p_{2,3\gamma} = -0,85 \pm 0,527j. \quad (39)$$

При этом первый действительный корень  $p_1$  в замкнутой системе скомпенсирован нулем передаточной функции (32) и не участвует в цепочке управления регулируемой координаты «заданный крен → текущий крен».

Рассмотрим далее вопрос синтеза контура стабилизации нулевого угла скольжения для исключения его влияния на процесс управления по крену. Учитывая возможность несимметрии самолета, вызванной, например, отказом двигателя, контур рыскания также должен быть синтезировать как астатический.

Уравнения изолированного (от поперечного канала управления) движения рыскания самолета имеют вид:

$$\begin{bmatrix} p - \bar{M}_y^{\omega_y} & -\bar{M}_y^{\beta} \\ -1 & p - \bar{Z}^{\beta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_y(p) \\ \beta(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M}_y^{\delta_{рн}} \\ \bar{Z}^{\delta_{рн}} \end{bmatrix} \delta_{рн}(p). \quad (40)$$

Сформируем желаемое уравнение свободного движения астатического контура скольжения аналогично (27), что позволит реализовать ПИД-регулятор по углу скольжения:

$$(T_{\beta}^2 p^2 + 2\xi_{\beta} T_{\beta} p + 1)(T_{\beta_n} p + 1)\beta(p) = 0, \quad (41)$$

где  $T_{\beta}$  и  $\xi_{\beta}$  — соответственно желаемые постоянная времени и относительный коэффициент затухания полинома-сомножителя второго порядка,  $T_{\beta_n}$  — постоянная времени «интегрального» полинома первого порядка.

Сконфигурируем интегральный закон управления, стабилизирующий нулевой угол скольжения, с участием переменных состояния  $\omega_y(t)$  и  $\beta(t)$  незамкнутой системы (40) в виде

$$\delta_{рн}^{act}(t) = \frac{-1}{\bar{M}_y^{\delta_{рн}}} \left[ \mu_{\omega_y} \omega_y(t) + \eta_{\beta} \beta(t) + \eta_{\beta_n} \int_{t_0}^t \beta(\tau) d\tau \right], \quad (42)$$

где  $\mu_{\omega_y}$ ,  $k_{\beta}$ ,  $k_{\beta_n}$  — соответственно передаточные коэффициенты демпфера рыскания, обратной связи по углу скольжения и по интегралу угла скольжения, начинающего свою работу в момент времени  $t_0$  включения автомата обнуления скольжения. Принципиальным к такому подходу формирования закона управления (42) является введение общего коэффициента усиления, обратно пропорционального коэффициенту эффективности руля направления по рысканию, а не по скольжению, так как именно демпфирование по угловой скорости рыскания обеспечивает увеличение затухания переходных процессов углового вращения самолета по оси  $OY_1$  связанной системы координат.

С учетом закона управления (42) матричное уравнение изолированного движения рыскания примет следующий вид

$$\begin{bmatrix} p - \bar{M}_y^{\omega_y} + \mu_{\omega_y} & -\bar{M}_y^{\beta} + \eta_{\beta} & \eta_{\beta_n} \\ -1 + \mu_{\omega_y} \frac{\bar{Z}^{\delta_{рн}}}{\bar{M}_y^{\delta_{рн}}} & p - \bar{Z}^{\beta} + \eta_{\beta} \frac{\bar{Z}^{\delta_{рн}}}{\bar{M}_y^{\delta_{рн}}} & \eta_{\beta_n} \frac{\bar{Z}^{\delta_{рн}}}{\bar{M}_y^{\delta_{рн}}} \\ 0 & -1 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_y(p) \\ \beta(p) \\ \beta_n(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{M}_y^{\delta_{рн}} \\ \bar{Z}^{\delta_{рн}} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta \delta_{рн}^{возм}(p), \quad (43)$$

где  $\Delta \delta_{рн}^{возм}$  — искусственно вызываемое, например летчиком, возмущение в виде дополнительного отклонения руля направления типа «вмешательство в управление». Уравнение (43) является однородным, так как при включенной автоматике и отсутствии внешнего вмешательства руль направления отклоняется согласно закону (41). Запись ненулевой правой части (43) потребовалась только для проверки устойчивости и качества переходных процессов свободного движения замкнутой системы стабилизации нулевого угла скольжения.

В системе (43) неизвестны коэффициенты закона управления (42)  $\mu_{\omega_y}$ ,  $k_{\beta}$ ,  $k_{\beta_n}$ , которые предстоит найти. Поступим следующим образом. Найдем характеристический полином системы (43) как детерминант ее характеристической матрицы, получим:

$$\begin{aligned} & p^3 + (\mu_{\omega_y} - \bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{Z}^{\beta} + \eta_{\beta} k^*) p^2 + \\ & + \left[ (\mu_{\omega_y} k^* - 1) \bar{M}_y^{\beta} + (\bar{M}_y^{\omega_y} - \mu_{\omega_y}) \bar{Z}^{\beta} - \eta_{\beta} (\bar{M}_y^{\omega_y} k^* - 1) + \eta_{\beta_n} k^* \right] p + \\ & + \eta_{\beta} (1 - \bar{M}_y^{\omega_y} k^*), \quad k^* = \frac{\bar{Z}^{\delta_{рн}}}{\bar{M}_y^{\delta_{рн}}}. \end{aligned} \quad (44)$$

Раскроем желаемый характеристический полином (41), который примет вид:

$$\begin{aligned} & p^3 + k_{\beta} p^2 + k_{\beta} p + k_{\beta_n}, \\ & k_{\beta} = \frac{T_{\beta} + 2\xi_{\beta} T_{\beta_n}}{T_{\beta} T_{\beta_n}}, \quad k_{\beta} = \frac{T_{\beta_n} + 2\xi_{\beta} T_{\beta}}{T_{\beta}^2 T_{\beta_n}}, \quad k_{\beta_n} = \frac{1}{T_{\beta}^2 T_{\beta_n}}. \end{aligned} \quad (45)$$

Приравняем выражения при одноименных степенях полиномов (44) и (45), из системы получающихся трех уравнений найдем искомые коэффициенты закона управления (42), они будут равны:

$$\begin{aligned} \mu_{\omega_y} &= \frac{1}{N} \left\{ \left[ k_{\beta_n} + k_{\dot{\beta}} (\bar{M}_y^{\omega_y})^2 + (\bar{M}_y^{\omega_y})^3 + k_{\beta} \bar{M}_y^{\omega_y} + \bar{M}_y^{\beta} \bar{M}_y^{\omega_y} \right] (k^*)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[ -k_{\beta} - \bar{M}_y^{\beta} - 2(\bar{M}_y^{\omega_y})^2 - \bar{Z}^{\beta} \bar{M}_y^{\omega_y} - 2k_{\dot{\beta}} \bar{M}_y^{\omega_y} \right] k^* + \bar{Z}^{\beta} + k_{\dot{\beta}} + \bar{M}_y^{\omega_y} \right\}, \\ \eta_{\beta} &= \frac{1}{N} \left\{ \bar{M}_y^{\beta} \bar{M}_y^{\omega_y} (\bar{Z}^{\beta} + k_{\dot{\beta}} + \bar{M}_y^{\omega_y}) (k^*)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left[ (-\bar{Z}^{\beta} (\bar{Z}^{\beta} + k_{\dot{\beta}}) - k_{\beta} - 2\bar{M}_y^{\beta}) \bar{M}_y^{\omega_y} - k_{\beta_n} - \bar{M}_y^{\beta} (\bar{Z}^{\beta} + k_{\dot{\beta}}) \right] k^* \right. \\ &\quad \left. + \bar{Z}^{\beta} (\bar{Z}^{\beta} + k_{\dot{\beta}}) + k_{\beta} + \bar{M}_y^{\beta} \right\}, N = (k^* \bar{M}_y^{\omega_y} - 1) \left[ k^* (k^* \bar{M}_y^{\beta} - \bar{Z}^{\beta} + \bar{M}_y^{\omega_y}) - 1 \right], \\ \eta_{\beta_n} &= \frac{k_{\beta_n}}{k^* \bar{M}_y^{\omega_y} - 1}. \end{aligned} \quad (46)$$

Аналитически найденные коэффициенты (46) обеспечивают движение замкнутой системы согласно желаемому уравнению (41).

Сохраним ранее рассмотренный в качестве примера режим полета самолета, зададим значения желаемых постоянных времени и относительного коэффициента затухания замкнутого контура скольжения:

$$T_{\beta} = 1,5 \text{ с}, \quad \xi_{\beta} = 0,85, \quad T_{\beta_n} = 2,0 \text{ с}. \quad (47)$$

Параметрам (47) соответствуют корни характеристического уравнения (41):

$$p_{1\beta} = -0,5, \quad p_{2,3\beta} = -0,567 \pm 0,351j. \quad (48)$$

Для системы с передаточными коэффициентами, рассчитанными согласно (46) и реализующими желаемое движение с параметрами (47) и корнями (48), на рис. 5 показано переходное движение системы (43) при импульсном возмущении руля направления величиной 10 градусов.

Согласно рис. 5, после возмущения угол скольжения устойчиво возвращается в установившееся нулевое состояние. Контур изолированного движения по скольжению и рысканию является астатическим.

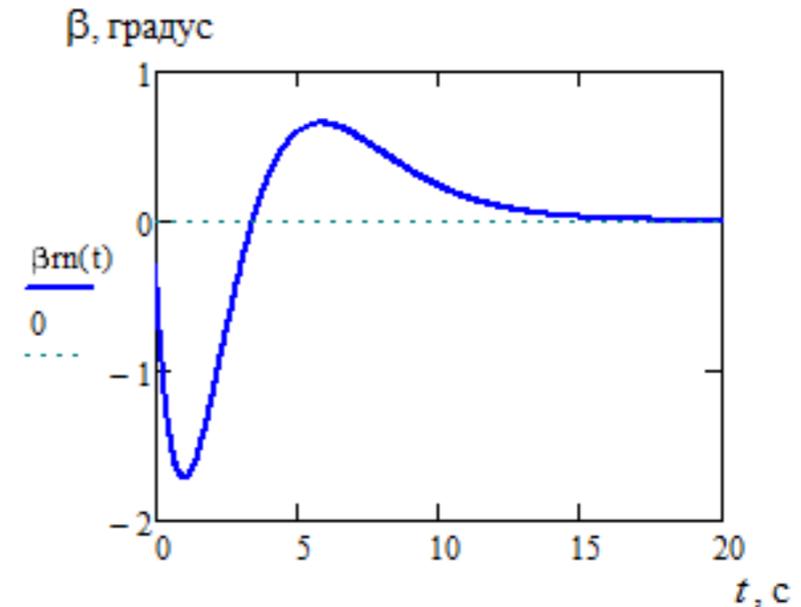


Рис. 5. Переходный процесс изолированного астатического контура скольжения на входной импульс руля направления 10°

Результаты синтеза, полученные отдельно для поперечного канала управления и для канала рыскания, желательно сохранить в полной системе управляемого бокового движения самолета. При рассмотрении исходных уравнений (16) наиболее значимой перекрестной связью является связь по углу крена в уравнении для скольжения, которая является входным возмущением в контур рыскания при отработке контуром крена заданного крена. Для исключения влияния возникающей при развороте траекторной составляющей угловой скорости рыскания, которая в установившемся движении равна  $\omega_{\gamma_{уст}} = \bar{Z}^{\gamma} \gamma$ , введем в закон управления (42) вместо сигнала  $\omega_y$  уточненный сигнал

$$\Delta^* \omega_y = \omega_y - \bar{Z}^{\gamma} \gamma. \quad (49)$$

Обратим внимание, что для изолированного движения угловая скорость  $\omega_y$  вызывалась только вращательным движением самолета. При развороте с креном траекторная угловая скорость  $\omega_{\gamma_{уст}}$  описывает угловую скорость искривления траектории самолета. Для исключения влияния последней использование разности (49) сохраняет условия вывода закона управления (42) и тем самым обеспечивает развязку в целом связанных между собой движений по крену и по рысканию.

Тогда уточненный закон управления по углу отклонения руля направления можно записать в виде

$$\tilde{\delta}_{\text{рн}}^{\text{акт}}(t) = \frac{-1}{M_y^{\delta_{\text{рн}}}} \left[ \mu_{\omega_y} \omega_y(t) - \mu_{\omega_y} \bar{Z}^{\gamma} \gamma + \eta_{\beta} \beta(t) + \eta_{\beta_{\text{н}}} \int_{t_0}^t \beta(\tau) d\tau \right]. \quad (50)$$

Закон управления в поперечном канале (29) оставим без изменений, так как перекрестные коэффициенты  $\bar{M}_x^{\beta}$  и  $\bar{M}_y^{\omega_x}$  по результатам численных исследований оказывают незначительное влияние на изменение корней соответствующих каналов управления.

Тогда система управления бокового движения самолета 6-го порядка с полным астатическим автоматом крена в матричной форме записи будет иметь вид:

$$F(p) \begin{bmatrix} \gamma_{\text{н}}(p) & \gamma(p) & \omega_x(p) & \omega_y(p) & \beta(p) & \beta_{\text{н}}(p) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & k_{\Delta\gamma} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \gamma_{\text{зад}}(p),$$

$$F(p) = \begin{bmatrix} p & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{\Delta\gamma_{\text{н}}} & k_{\Delta\gamma} + k_{\gamma} & p + k_{\dot{\gamma}} & -M_x^{\omega_y} & -M_x^{\beta} & 0 \\ 0 & \mu_{\omega_y} Z^{\gamma} & -M_y^{\omega_x} & p - M_y^{\omega_y} + \mu_{\omega_y} & -M_y^{\beta} + \eta_{\beta} & \eta_{\beta_{\text{н}}} \\ 0 & -Z^{\gamma} (1 - \mu_{\omega_y}^*) & 0 & -1 + \mu_{\omega_y}^* & p - Z^{\beta} + \eta_{\beta}^* & \eta_{\beta_{\text{н}}}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & p \end{bmatrix}, \quad (51)$$

$$\mu_{\omega_y}^* = \mu_{\omega_y} \frac{Z^{\delta_{\text{рн}}}}{M_y^{\delta_{\text{рн}}}}, \quad \eta_{\beta}^* = \eta_{\beta} \frac{Z^{\delta_{\text{рн}}}}{M_y^{\delta_{\text{рн}}}}, \quad \eta_{\beta_{\text{н}}}^* = \eta_{\beta_{\text{н}}} \frac{Z^{\delta_{\text{рн}}}}{M_y^{\delta_{\text{рн}}}}.$$

Для ранее рассмотренного примера рис. 6 иллюстрирует переходные движения по крену и скольжению системы (51) при отработке крена 30°.

Перерегулирование по крену составляет 0,15°, отклонение угла скольжения от нуля не превышает 0,36°.

Корни характеристического полинома системы (51), обеспечивающие протекание переходных процессов, показанных на рис. 6:

$$p_{1\gamma} = -0,291, \quad p_{2,3\gamma} = -0,823 \pm 0,525j, \quad p_{4\beta} = -0,494, \quad p_{5,6\beta} = -0,593 \pm 0,333j. \quad (52)$$

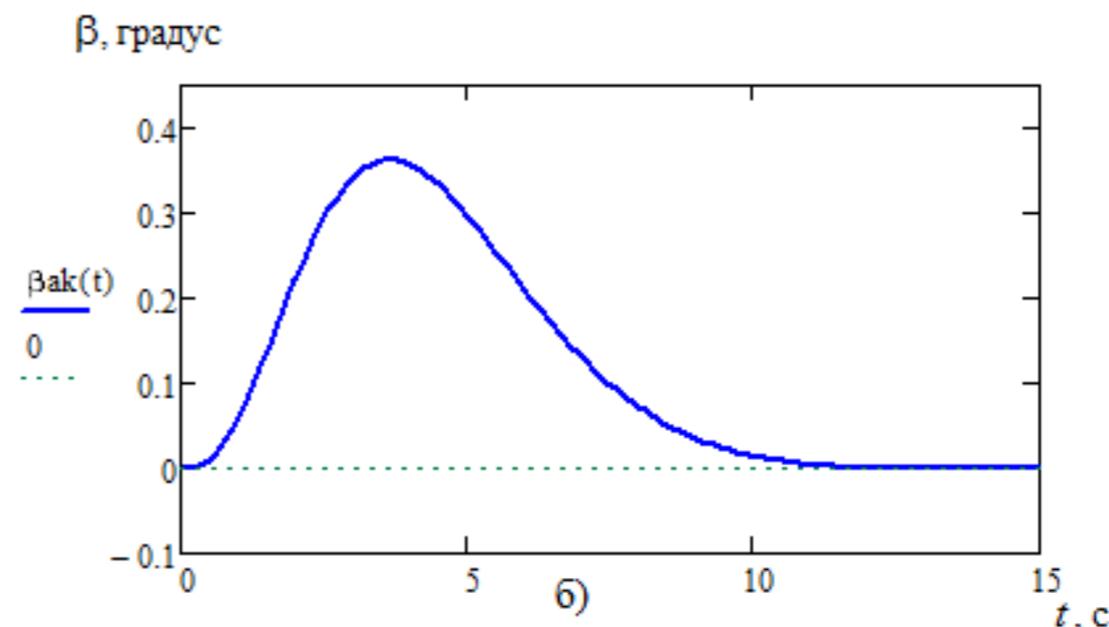
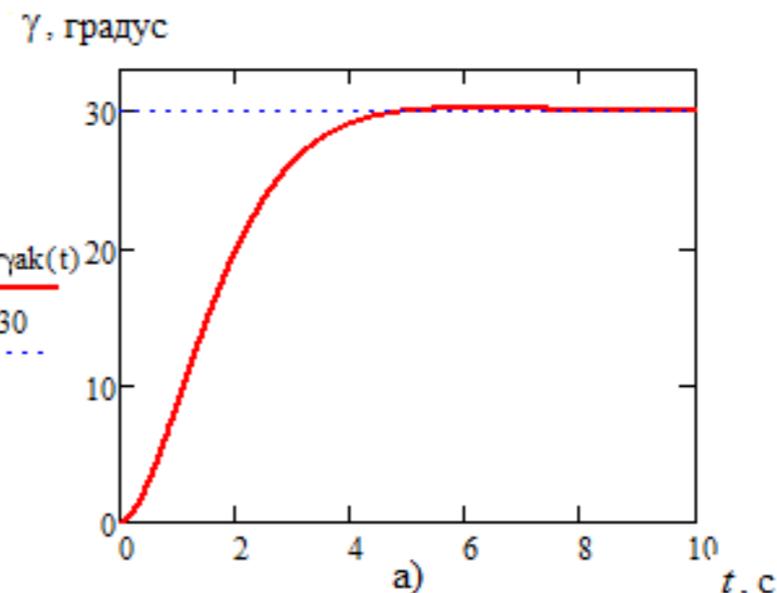


Рис.6. Переходные процессы вывода самолета при отработке полным автоматом крена заданного крена 30°:  
а) по крену; б) скольжению

Как следует из сравнения одноименных корней (39) и (48) изолированных движений с корнями (52) замкнутой полной системы управления боковым движением самолета, действительные и мнимые части последних не отличаются от первых более чем на 4,7% и 5,2% соответственно.

Следует заключить, что в результате последовательного отдельного синтеза астатических законов управления по крену и углу скольжения после их объединения в неизменном виде в полной системе бокового движения, с учетом только угловой скорости вращения по рысканию, обеспечивается практически несвязанное управление по крену и углу скольжения. Получен полный астатический автомат крена, выполняющий свою функцию при поддержании околонулевого угла скольжения.

### Литература

1. Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1965. – 467 с.
2. Белгородский С. Л. Автоматизация управления посадкой самолета. – М.: Транспорт, 1972. – 362 с.
3. Аэромеханика самолета. Учебник для авиационных вузов. / Под ред. А. Ф. Бочкарева. – М.: Машиностроение, 1977. – 416 с.
4. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления, издание третье, исправленное. – М.: Наука, гл. ред. физ.-матем. л-ры, 1975. – 768 с.
5. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Динамика самолета. Пространственное движение. – М.: Машиностроение, 1983. – 320 с.
6. Доброленский Ю. П., Иванова В. И., Пospelов Г. С. Автоматика управляемых снарядов / Под ред. Г. С. Пospelова. – М.: Оборонгиз, 1963. – 548 с.
7. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

УДК 531.383-11:531.714.7

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ПУТЕМ ФИКСИРОВАННОЙ КОМПЕНСАЦИИ ЕГО МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

**Виктор Иванович ГАЛКИН**, к. т. н., с. н. с.,  
**Дмитрий Николаевич ВОРОБЬЕВ**,  
**Александр Владимирович КОНДРАТЬЕВ**  
ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»  
E-mail: inbox@aomiea.ru

В статье рассмотрена возможность фильтрации выходного сигнала микромеханических датчиков путем фиксированной компенсации его мгновенных значений. Приведены результаты исследований в виде графиков и таблиц.

**Ключевые слова:** цифровой фильтр, микромеханика, микромеханический гироскоп, фильтрация, шумовая составляющая, фазовое запаздывание, полоса пропускания.

## STUDY OF MICROMECHANICAL SENSORS OUTPUT SIGNAL FILTERING BY ITS TRANSIENT VALUE FIXED COMPENSATION

**Victor I. GALKIN**, PhD in Engineering, senior fellow,  
**Dmitry N. VOROBYOV**,  
**Alexander V. KONDRATYEV**  
'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC  
E-mail: inbox@aomiea.ru

The article considers the possibility of micromechanical sensors output signal filtering by the way of fixed compensation of its transient values. The study results are given in the form of graphs and tables.

**Keywords:** digital filter, micromechanics, micromechanical gyroscope, filtering, noise component, phase lag, bandwidth.

Одной из проблем при использовании микромеханических датчиков в комплексных системах управления летательными аппаратами является высокий уровень шумовой составляющей в их выходных сигналах [1, 2]. Спектральный анализ шумовой составляющей показывает, что характер этого шума зависит от типа датчика и может быть в виде белого шума, фликкер-шума и смешанного типа [3–5].

Фильтрация такого типа шумов представляет собой сложную задачу, так как использование классических аналоговых и цифровых фильтров не приводит к желаемым результатам из-за существенного фазового запаздывания при невысоком уровне фильтрации, особенно в области низких частот [6, 7].

В настоящей работе изложены результаты исследований метода фильтрации шумов путем фиксированной компенсации мгновенных значений выходного сигнала [8].

Суть метода поясняется алгоритмом (рис.1).

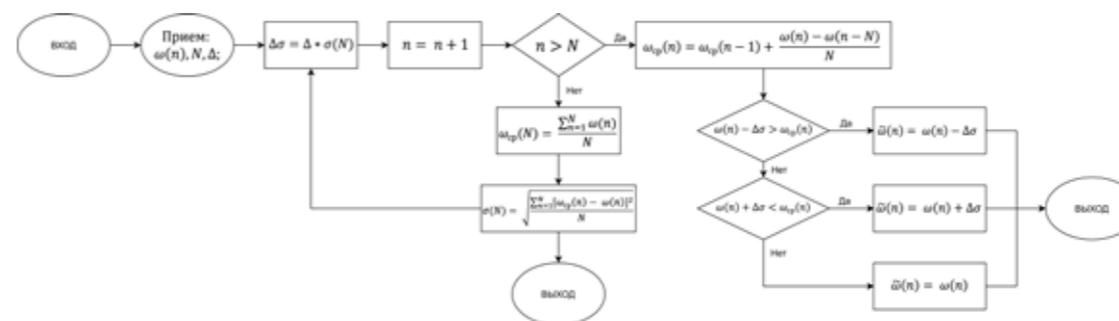


Рис. 1 Алгоритм, реализующий метод фильтрации шумов путем фиксированной компенсации мгновенных значений выходного сигнала

На заданной длине массива  $N$  входного сигнала  $\omega(n)$  рассчитываются его среднее  $\omega_{\text{ср}}(N)$  и среднеквадратическое  $\sigma(N)$  значения. По заданному относительному значению  $\Delta$  компенсации шумовой составляющей определяется абсолютная величина компенсирующего сигнала  $\Delta\sigma = \sigma(N) \cdot \Delta$ .

На последующих после  $N$  шагах определяются скользящие средние входного сигнала  $\omega_{\text{ср}}(n)$ . На каждом шаге из мгновенного значения входного сигнала вначале вычитается абсолютная величина компенсирующего сигнала, и полученный результат  $\omega(n) - \Delta\sigma$  сравнивается со скользящим средним  $\omega_{\text{ср}}(n)$ . Если разность больше среднего, то за выходной сигнал принимается полученная разность —  $\tilde{\omega}(n) = \omega(n) - \Delta\sigma$ .

Если это условие не выполняется, то со скользящим средним  $\omega_{cp}(n)$  сравнивают сумму мгновенного значения и компенсирующего сигнала  $\omega(n) + \Delta\sigma$ . Если рассчитанная сумма больше среднего, то за выходной сигнал принимается полученная сумма —  $\tilde{\omega}(n) = \omega(n) + \Delta\sigma$ .

Если и это условие не выполняется, то за выходной сигнал принимается мгновенное значение входного сигнала —  $\tilde{\omega}(n) = \omega(n)$ .

На рис. 2 представлен результат фильтрации реального массива микромеханического гироскопа ADXR150 предложенным методом. При принятом для компенсации значении  $\Delta\sigma = 1\sigma = 0,46^\circ/\text{с}$  и осреднении входного сигнала по  $N = 65$  мгновенным значениям шумовая составляющая в выходном сигнале уменьшилась на 35%.

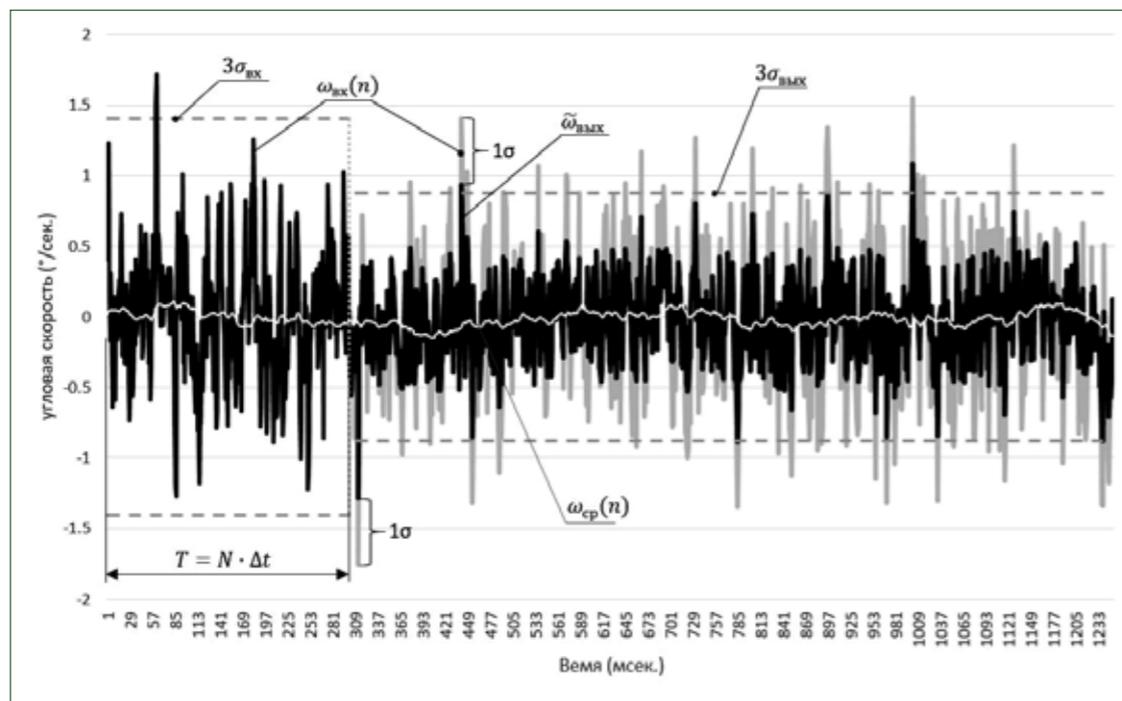


Рис. 2 График процесса цифровой фильтрации выходного сигнала микромеханического гироскопа путем фиксированной компенсации его мгновенных значений,  $T = N \cdot \Delta t$  — интервал времени осреднения выходного сигнала гироскопа,  $\Delta t$  — интервал времени между мгновенными значениями выходного сигнала

Исследование предложенного метода цифровой фильтрации показало, что существуют оптимальные значения  $N$  и  $\Delta\sigma$ , обеспечивающие максимальную фильтрацию сигнала гироскопа.

На рис. 3 представлены графики зависимости качества фильтрации от степени подавления шумовой составляющей  $\sigma_{вых} / \sigma_{вх} = f(\Delta\sigma)$  при разных значениях  $N$ .

Из приведенного рисунка следует, что с увеличением  $\Delta\sigma$  степень подавления шума растет, достигает максимума, а затем начинает уменьшаться. При этом для разных значений осреднения  $N$  существует свой оптимум по выбору  $\Delta\sigma$ .

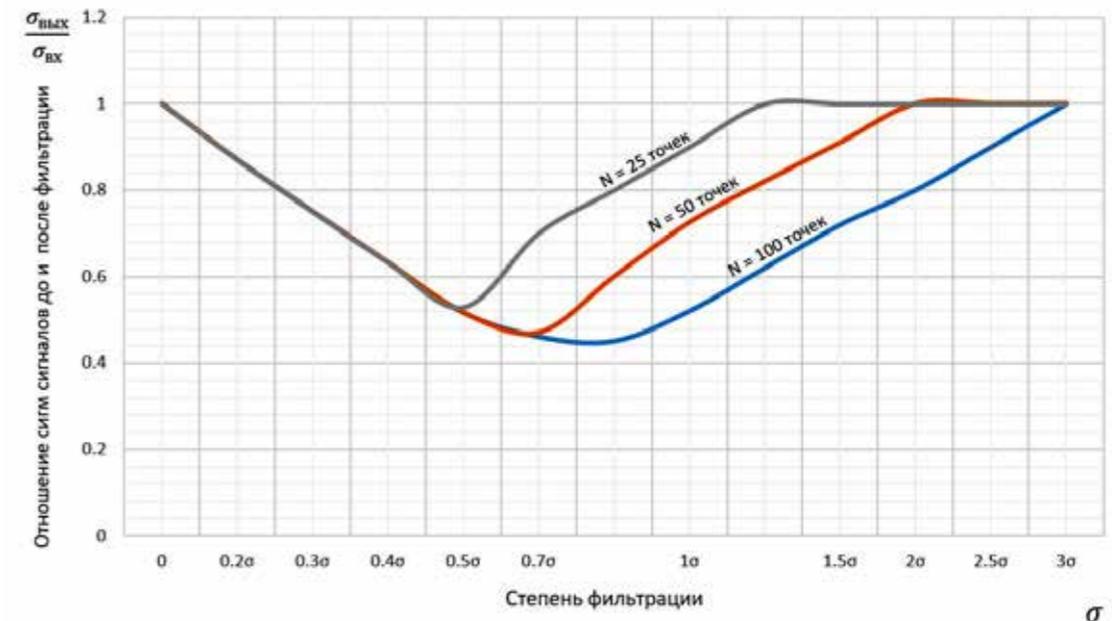


Рис. 3 График зависимости качества фильтрации  $\sigma_{вых} / \sigma_{вх}$  от степени подавления шума  $\Delta\sigma$  для разного количества точек осреднения

В динамических режимах работы гироскопа разработанный фильтр должен обеспечивать заданные амплитудно-фазовые частотные характеристики: фазовое запаздывание и понижение амплитуды на заданной полосе пропускания.

Анализ динамических характеристик исследуемого фильтра показал, что фазовое запаздывание при постоянном  $N$  не зависит от частоты изменения угловой скорости, а зависит от отношения задаваемой величины компенсирующего сигнала  $\Delta\sigma$  к амплитуде угловой скорости (рис. 4):

$$\varphi = \text{Arcsin} \frac{\Delta\sigma}{\Omega}$$

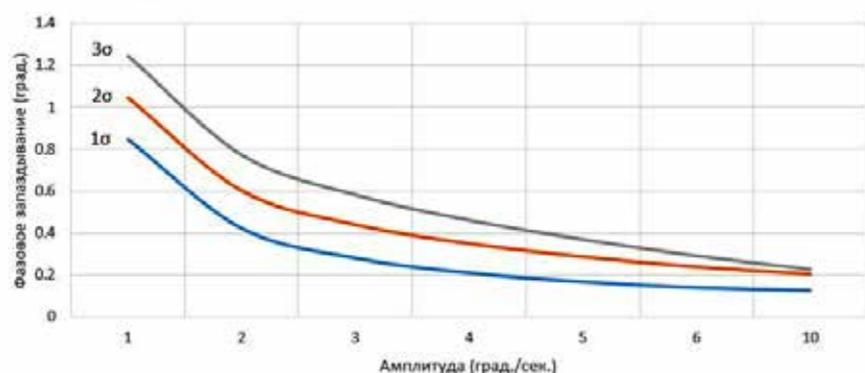


Рис. 4. Графики зависимости фазового запаздывания от амплитуды измеряемого сигнала при разных значениях степени компенсации шумового сигнала

Это происходит из-за того, что при исследуемом методе фильтрации среднее значение входного сигнала не изменяется, а сжимается трубка мгновенных значений относительно этого сигнала. Изменяется и имеет фазовое запаздывание скользящее «технологическое» среднее значение входного сигнала  $\omega_{cp}(n)$ , которое используется для сравнения с разностью  $\omega(n) - \Delta\sigma(N) > \omega_{cp}(n)$  и суммой  $\omega(n) + \Delta\sigma(N) < \omega_{cp}(n)$  мгновенного значения  $\omega(n)$  и значения  $\Delta\sigma$ , компенсирующего мгновенное значение входного сигнала угловой скорости.

Влияние рассматриваемого метода фильтрации на понижение амплитуды фильтруемого сигнала при изменении его частоты также невелико. Как видно из таблицы 1, оно не превышает 1%.

Таблица 1. Амплитудно-частотная характеристика исследуемого фильтра

Частота	Отношение $\Omega_{\text{вых}} / \Omega_{\text{вх}}$		
	6	120	240
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	0,999912513	0,999956253
4	1	0,999941673	0,999972917
5	1	0,999875022	0,999937505
10	0,997652629	0,999875031	0,999940007
40	0,997523239	0,999874786	0,999937385

Это очень важные преимущества исследуемого фильтра перед классическими цифровыми фильтрами, так как они позволяют повышать уровень фильтрации при незначительном фазовом запаздывании и понижении амплитуды.

Для сравнения на рис. 5 приведены фазочастотные характеристики фильтра, исследуемого в настоящей работе при разных значениях амплитуды фильтруемого сигнала, и двухзвенного цифрового фильтра:

$$\tilde{\omega}(n) = \frac{\beta}{\beta+1} \omega(n-1) + \frac{1}{\beta+1} \omega(n),$$

где:  $\beta = T \cdot f_{\text{и}}$ ,  $T$  — постоянная времени фильтра;  $f_{\text{и}}$  — частота выдачи информации.

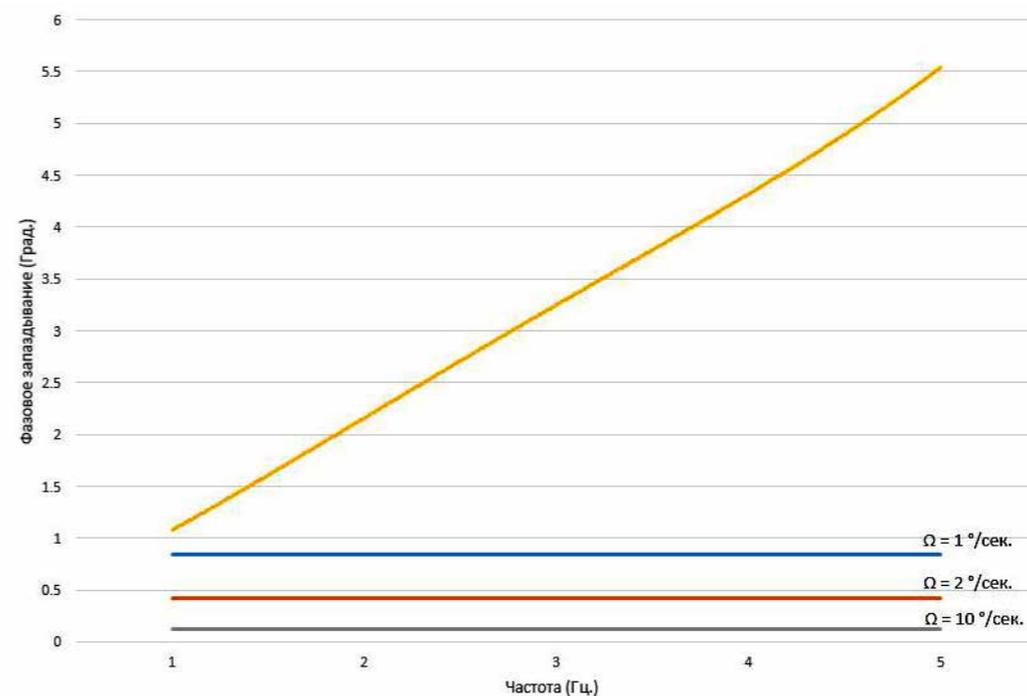


Рис. 5. Фазочастотные характеристики исследуемого 2 и классического двухзвенного 1 фильтров

Как известно, качество фильтра оценивается по степени подавления шумовой составляющей в выходном сигнале гироскопа при соблюдении заданных ограничений.

В классических цифровых фильтрах такими ограничениями являются допустимое фазовое запаздывание и понижение амплитуды на рабочих частотах гироскопа.

Для выбора постоянной времени ( $T$ ) двухзвенного фильтра на рис. 6 построено семейство графиков  $\varphi = f(T)$  для разных частот  $f_\omega$  изменения угловой скорости. На эти графики наложено максимально допустимое условие ограничения по фазовому запаздыванию для систем управления, равное  $\varphi = 18^\circ$ . Для каждого значения  $f_\omega$  определена допустимая постоянная времени.

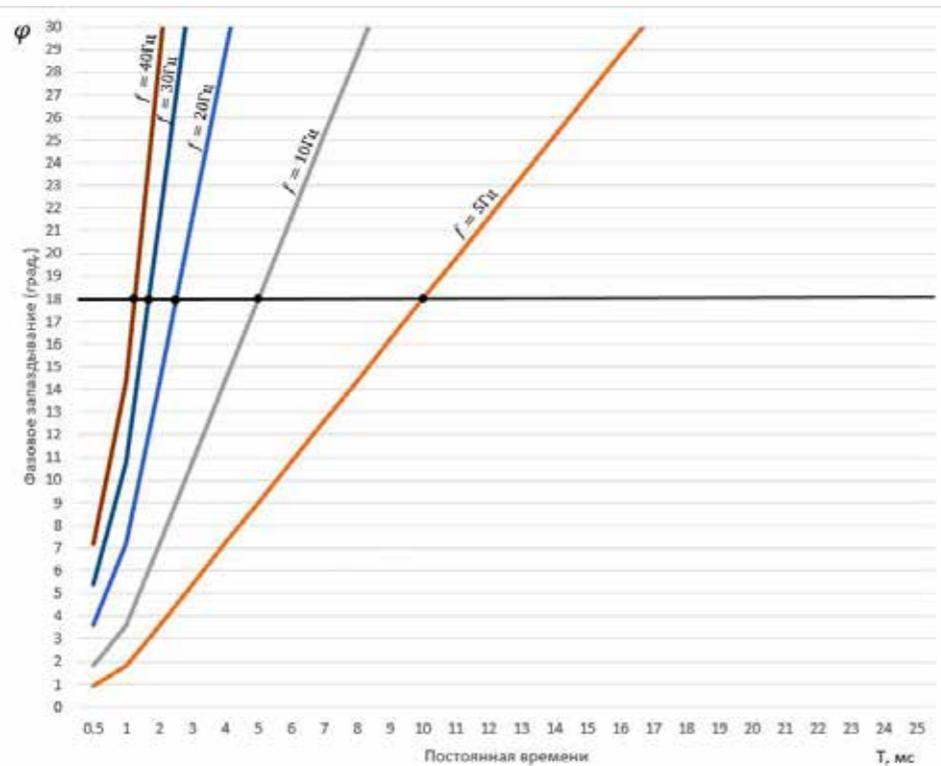


Рис. 6. Графики зависимости фазового запаздывания ( $\varphi$ ) от постоянной времени ( $T$ ) двухзвенного фильтра для разных частот изменения угловой скорости  $f_\omega$  с ограничением по допустимой величине фазового запаздывания  $18^\circ$

С использованием полученных данных на рис. 7 построена зависимость качества фильтрации двухзвенным фильтром при допустимых постоянных времени для рабочих частот изменения угловой скорости в летательных аппаратах:  $\sigma_{\text{вых}} / \sigma_{\text{вх}} = f(T)$ .

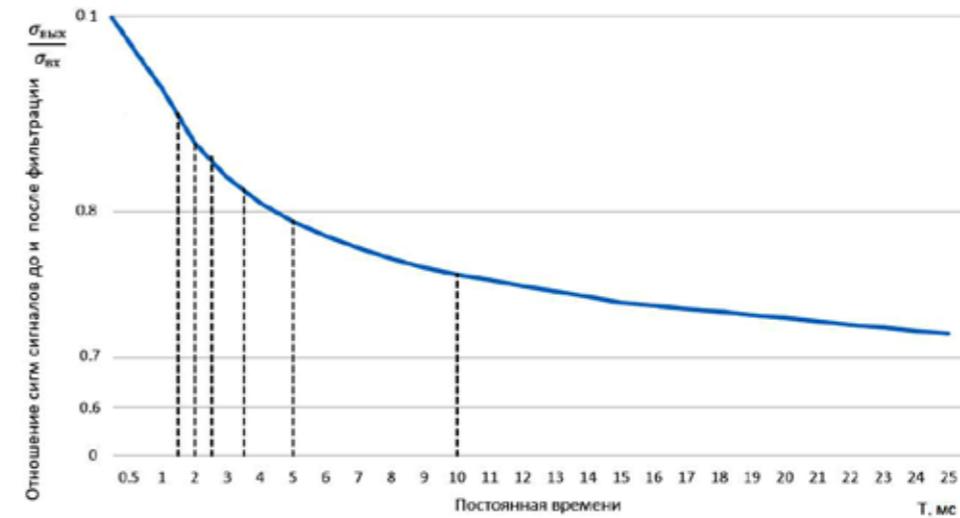


Рис. 7. График зависимости качества фильтрации ( $\sigma_{\text{вых}} / \sigma_{\text{вх}}$ ) от величины постоянной времени двухзвенного фильтра

В таблице 2 приведена зависимость степени ослабления выходного сигнала при использовании двухзвенного фильтра.

Таблица 2. Амплитудно-частотная характеристика двухзвенного фильтра

Частота	Отношение $\omega_{\text{вых}} / \omega_{\text{вх}}$		
	6	120	240
1	0,992024893	0,999687555	0,999729189
2	0,993028676	0,998991742	0,999041685
3	0,99418607	0,997792007	0,997833487
4	0,99122433	0,996125452	0,99617923
5	0,988356283	0,994059373	0,994094267
10	0,974198818	0,976997417	0,977075782
40	0,7703307	0,772808548	0,772873849

Сравнение эффективности фильтрации классическим двухзвенным фильтром (рис. 7) и с помощью исследуемого фильтра (рис. 3) показывает, что эффективность последнего выше двухзвенного фильтра (табл. 3).

Таблица 3. Сравнительные характеристики исследуемого и двухзвенного фильтров

№ п. п.	Наименование параметра	Исследуемый фильтр	Двухзвенный фильтр
1	Степень подавления шума, $\sigma_{\text{вых}} / \sigma_{\text{вх}}$	0,54	0,38
2	Фазовое запаздывание на частоте 5 Герц, град.	<1	18
3	Степень затухания амплитуды $\Omega_{\text{вых}} / \Omega_{\text{вх}}$ на полосе пропускания 40 Гц	0,99	0,77

При этом фазовое запаздывание исследуемого фильтра значительно меньше, чем у двухзвенного. И по степени ослабления выходного сигнала исследуемый фильтр также имеет лучшие характеристики (табл. 1) по сравнению с двухзвенным (табл. 2).

### Выводы

Результаты исследования фильтрации выходного сигнала микро-механических датчиков путем фиксированной компенсации его мгновенных значений показали, что предложенный метод эффективен для фильтрации шумовой составляющей выходных сигналов микро-механических гироскопов со сложным спектром и по эффективности превосходит классический двухзвенный цифровой фильтр.

### Литература

1. Analog Devices (США), каталог микро-механических приборов, [www.analog.com](http://www.analog.com);
2. ST Microelectronics (США), каталог микро-механических приборов, [www.st.com](http://www.st.com);
3. Sensoror (Норвегия), каталог микро-механических приборов, [www.sensoror.com](http://www.sensoror.com)
4. MT Microsystems (КНР), каталог микро-механических приборов, [www/mtmems.com](http://www/mtmems.com)
5. Некрасов Я. А., Павлова С. В., Моисеев Н. В., Галкин В. И., Крайнева Н. Н., Воробьев Д. Н. Испытания микро-механических гироскопов ЦНИИ «Электроприбор» в составе изделия ДУС-ММА производства ОАО «МИЭА» // Материалы ХХІХ конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н.Острякова, – СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2014. С. 20-26.
6. Лем Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Перевод с английского, М.: «Мир», 1982. – 592 с.
7. Мизин И. А., Матвеев А. А. Цифровые фильтры (анализ, синтез, Реализация). – М.: «Связь», 1979. – 240 с.
8. Патент № 2654941. Способ цифровой фильтрации шумовой составляющей в инерциальных датчиках / Галкин В. И., Воробьев Д. Н. / – Б. И. № 15, 2018.

УДК 621.396.988

## ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ И ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ КОРРЕКТИРУЕМОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

*Сергей Анатольевич ЧЕРЕНКОВ, заместитель Главного конструктора*

*ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»*

*E-mail: inbox@aomiea.ru,*

*Ирина Леонидовна ЛИСИНА, канд. физ.-мат. наук, доцент*

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)*

*E-mail: Irina LLisina@mail.ru*

*Работа относится к области обработки данных, измеряемых в комплексных пилотажно-навигационных системах. Здесь корректирующие данные накапливаются в бортовом вычислителе или вычислителе корректируемых инерциальных навигационных систем в течение заданного промежутка времени. В конце сеанса производится статистическая обработка накопленных данных, контроль и уточнение измерений и, таким образом, обеспечивается повышение помехоустойчивости и точности выходной информации инерциальной навигационной системы (ИНС).*

*Ключевые слова: точность, помехоустойчивость, навигация, коррекция, погрешность, контроль, поправка, измерение, статистика.*

## ACCURACY AND NOISE IMMUNITY ENHANCEMENT OF THE AIDED INERTIAL NAVIGATION SYSTEM

*Sergey A. CHERENKOV, deputy chief designer*

*'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC*

*E-mail: inbox@aomiea.ru,*

*Irina L. LISINA, PhD in Phys. and Math., assistant professor*

*Moscow Aviation Institute (National Research University)*

*E-mail: Irina LLisina@mail.ru*

*The paper refers to integrated flight-navigation systems data processing. The airborne or aided inertial navigation system (INS) computers accumulate the correction data during the specified time interval. At the end of the session collected data statistical processing, measurements monitoring and updating are carried out, providing the enhancement of INS noise immunity and output accuracy.*

*Keywords: accuracy, noise immunity, navigation, update, error, monitoring, correction, measurement, statistics.*

Современные широко используемые способы коррекции ИНС, например, коррекция по Калману, основаны на процедуре комплексной обработки корректирующей и инерциальной корректируемой информации и носят текущий характер, т. е. результаты получаются по мере приема входных корректирующих измерений [1]. На фоне ограниченного количества измерений, времени сеанса коррекции и существенного отличия модели погрешностей от оптимальной (белого шума) может не хватить времени и количества измерений, требуемых для получения нужного качества, т. е. качества оценки погрешности. В связи с этим используемый калмановский алгоритм предполагает необходимость параметрального контроля корректирующих поправок на входе фильтра.

В основном принципы построения параметрального контроля корректирующей информации основаны на использовании нюансов информационного построения комплексной системы. Например, в случае дублирования навигационных каналов применяются кворум-элементы для контроля однотипных датчиков [2]; в случае используются алгоритмы калмановской коррекции ИНС по информации от спутниковой навигационной системы (СНС) [3], для контроля астропоправок используется способ совместной обработки измерений астро-визира и БИНС. Этот способ заключается в запоминании множества астропоправок, полученных в течение сеанса астрокоррекции, отбраковки сбойных измерений, усреднении достоверных астропоправок с возможностью сравнения с порогом, сформированным в блоке отбраковки ложных поправок [4].

Рассмотрим более предметно процесс формирования уточняющих поправок.

Пусть в приборной системе координат, связанной с датчиками первичной информации ИНС, измеряется направление единичного физического вектора  $\vec{l}_И$ . Пусть также этому вектору ставится в соответствие вычисленное в этом же трехграннике направление этого же вектора  $\vec{l}_В$  с использованием известной математической модели  $F_R$  пространственного распределения вектора  $\vec{l}$  как функции от корректируемых пилотажных или навигационных параметров:

$$\vec{l}_В = F_R, \quad (1)$$

$$\Delta \vec{l}_i = \vec{l}_{В_i} - \vec{l}_{И_i}.$$

Здесь  $i$  — порядковый номер измерения и вычисления вектора  $\vec{l}$ , порядковый номер разности между вычисленным и измеренным вектором  $\Delta \vec{l}$ .

Эта разность обусловлена наличием кинематической погрешности ИНС, изменяющейся со временем со скоростью приведенных уходов датчиков угловой скорости (ДУС-ов).

Как было отмечено выше, сформированная разность  $\Delta \vec{l}$  является функцией вектора малого угла поворота  $\vec{\beta}_i$ , характеризующего рассогласование измеренного и вычисленного векторов, или, другими словами, ошибку ориентации вычисленного вектора с точностью до погрешности измерения  $\vec{l}_И$ , т. е.:

$$\Delta \vec{l}_i = \vec{\beta}_i \times l_{И_i}, \quad (2)$$

здесь  $\vec{\beta}_i$  — вектор погрешностей ИНС, вычисленный как функция от  $\Delta l_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $n$  — количество измерений вектора  $\vec{l}_И$  в течение сеанса измерений этого вектора.

Например, в случае реализации процедуры выставки БИНС в азимуте левая часть формулы (2) представляет разность между постоянной составляющей горизонтального вектора абсолютной угловой скорости, вычисленного с использованием информации о широте стоянки и аналогичного вектора, измеренного с помощью датчика угловой скорости (ДУС). В этом случае из (2) следует:

$$\beta_{Z_i} \approx \frac{\Delta l_{E_i}}{u \cos \varphi_0}, \quad (3)$$

где  $\vec{Z}, \vec{E}$  — орты горизонтальной географической системы координат, орт  $\vec{E}$  направлен на Восток,  $\vec{Z}$  — вертикаль,  $u$  — угловая скорость Земли,  $\varphi_0$  — широта места стоянки самолета, при этом  $\Delta l_{E_i} = \omega_{E_i}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

При наличии « $n$ » измерений требуется скорректировать истинный курс на величину  $\beta_Z$ . В случае реализации астрономической коррекции (астро-коррекции кинематической составляющей погрешности ИНС) левая часть формулы (2) представляет разность между направлением на звезду, вычисленным как функция от неидеальных текущих инерциальных навигационных координат, и измеренным с помощью астро-визирующего устройства (АВУ) направлением на соответствующую звезду. Трехмерный вектор кинематической погрешности  $\vec{\beta}$  получается в результате решения системы, составленной из двух векторных уравнений (2), соответствующих двум направлениям на две звезды  $\vec{l}^{(1)}$  и  $\vec{l}^{(2)}$ , т. е.:

$$\Delta \vec{l}_i^{(1)} = \vec{\beta}_i \times \vec{l}_i^{(1)}, \quad (4)$$

$$\Delta \vec{l}_i^{(2)} = \vec{\beta}_i \times \vec{l}_i^{(2)}, \quad (4)$$

отсюда

$$\vec{\beta}_i = F(\vec{l}_i^{(2)}; \vec{l}_i^{(1)}).$$

Здесь  $\vec{\beta}_i$  — вектор кинематической погрешности ИНС в момент времени, соответствующий измерению  $i$ , изменяющийся со временем со скоростью приведенных уходов датчиков угловой скорости (ДУС).

При наличии « $n$ » измерений требуется уточнить истинный курс и вектор положения.

Очевидно, что задача рассматриваемой коррекции предполагает обработку измерений каждой в отдельности проекции вектора  $\vec{\beta}$ . Поэтому для упрощения математических выкладок и без потери общности предлагаемый способ представляется на примере обработки одной из составляющих вектора  $\vec{\beta}$ .

В обоих рассмотренных случаях задача определения и коррекции угла рассогласования при избыточности измерений и наличия шумовой помехи (с нормальным распределением) обычно решается по мере осуществления измерений, т. е. в текущем времени. Эта процедура строится на основе принципов модального управления или обработки измерений с помощью оптимальной фильтрации калмана (ОФК), метода наименьших квадратов и т. д. Однако на фоне ограниченного количества измерений  $n$ , времени сеанса коррекции  $m$ , существенного отличия модели погрешностей от оптимальной (белого шума) может не хватить времени и количества измерений, требуемых для получения нужного качества, т. е. качества оценки погрешности  $\beta$ , а также первой производной ее изменения, т. е. величины приведенных уходов  $v$ . Описание предлагаемого способа строится на примере обработки одной составляющей трехмерного вектора кинематической погрешности БИНС, т. е.  $\beta$ . Этот вектор используется для астро-инерциальной коррекции БИНС, в том числе и для коррекции курса. Математическое описание процесса коррекции азимутальной составляющей погрешности системы в процессе выставки БИНС практически не отличается от приведенного.

Описание процесса астрокоррекции кинематической составляющей погрешности БИНС сводится к следующим операциям:

1. *Контроль множества измерений одной составляющей вектора погрешностей на допустимый порог.*

В начале функционирования режима астрокоррекции ИНС в начале первого сеанса измерений необходимо проконтролировать параметральную достоверность каждого из первых трех измерений  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  с помощью использования мажоритарной логики кворум элемента, т. е. попарного сравнения первых трех измерений, выявления и нормировки параметрально недостоверной составляющей вектора. Кворум контроль необходим, поскольку операции контроля последующих измерений связаны со сравнением с уже проверенными достоверными предыдущими измерениями. Дальнейший контроль измерения  $\beta_i$  проводится на очевидный сбой корректора, т. е. на недопустимый порог между предыдущим и последующим измерениями. Например, в случае контроля астро-корректора сбой астро-визирующего устройства (АВУ) проверяется на величину  $D_{км}/6370$  км (здесь  $D_{км}$  – некоторая погрешность сбоя АВУ). Для определенности примем, что количество астроизмерений, к примеру, за 15-ти минутный сеанс  $n = 14$ , т. е.  $\Delta t = 1$  мин = 60 с.

$$|\beta_{i+1} - \beta_i| \leq \frac{D}{6370}, \quad i = 1, 2, \dots, n; n = 14. \quad (5)$$

Если неравенство не выполняется, то соответствующее измерение нормализуется с учетом реальных знаков измерений, в соответствии с равенством:

$$|\beta_{i+1}| = |\beta_i| + \frac{D}{6370}. \quad (6)$$

2. *Оценка составляющей вектора приведённых собственных уходов  $\vec{v}$ .*

Используем далее критерии оценки для нормального закона распределения. Пусть первые  $n/2 = 7$  измерений принадлежат к первому подмножеству  $j = 1, 2, \dots, n^{(1)}, n^{(1)} = 7$ ; вторые  $n/2 = (14 - 7)$  измерений принадлежат ко второму подмножеству  $m = j, \dots, n^{(2)}; n^{(2)} = 7$  (см. рис. 1). Приведенный дрейф вычисляется как разность измерений, составляющих пару усредненных элементов второго и первого подмножества. Подмножества сформированы за интервал времени, равный  $T/2$ .

$T/2 = 14$  мин / 2 = 7 измерений.

Таким образом, в принятом случае, временной промежуток между усредненными измерениями, образующими пару, равен 7 минутам. Эта величина обусловлена общей протяженностью астросеанса.

На рис. 1 представлены первая и вторая части множества измерений.

При этом среднему элементу  $\beta_j^{CP}$  подмножества «1» ставится в соответствие средний элемент  $\beta_m^{CP}$  подмножества «2» при выполнении условия сохранения временного интервала между усредненными измерениями:

$$\Delta T = \frac{T}{2} = 7 \text{ мин.}$$

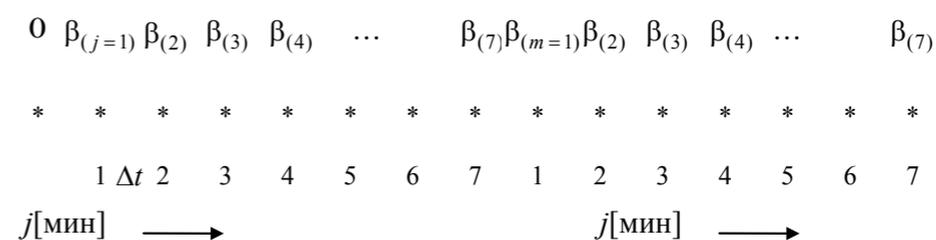


Рис. 1

$$\beta_1^{CP} = \frac{\sum_{j=1}^{n^{(1)}} \beta_j}{n^{(1)}}; \quad \beta_2^{CP} = \frac{\sum_{m=1}^{n^{(2)}} \beta_m}{n^{(2)}}; \quad \begin{matrix} j = 1, 2, \dots, n^{(1)}; & n^{(1)} = 7, \\ m = 1, \dots, n^{(2)}; & n^{(2)} = 7. \end{matrix} \quad (7)$$

Величина приведенного дрейфа, полученная как функция этой пары измерений, определяется как скорость изменения кинематической погрешности в соответствии со следующим выражением:

$$v^{CP} = \frac{2(\beta_2^{CP} - \beta_1^{CP})}{T}, \quad (8)$$

здесь  $\beta_1^{CP}; \beta_2^{CP}$  — оценки средней кинематической погрешности системы, измеренной в первой половине сеанса измерений (подмножество «1») и во второй половине (подмножество «2») соответственно;  $j, m$  — порядковые номера измерений, входящих в подмножество «1» и в подмножество «2» соответственно, при этом время между двумя средними измерениями  $\Delta T = \frac{T}{2} = 7$  мин.;  $n^{(1)}, n^{(2)}$  — общее количество измерений,

образующих подмножество «1» и «2» соответственно;  $v^{CP}$  — оценка приведенного дрейфа, полученная как разность среднего  $m$ -ого и среднего  $j$ -ого измерения, деленная на промежуток времени между этими измерениями.

Для уточнения оценки приведенного дрейфа, кроме определения средней величины  $v^{CP}$ , необходимо определение дисперсии  $D_v$  и среднеквадратического отклонения (СКО)  $\sigma_v$  как функции от величины  $v^{CP}$ . Для определения дисперсии необходимо найти величину приведенного дрейфа, полученную как функцию одной пары измерений.

Скорость изменения кинематической погрешности как функции от пары измерений определяется в соответствии со следующим выражением:

$$v_{i,i-1} = \frac{\beta_i - \beta_{i-1}}{\Delta t}; \quad i = 2, \dots, n; \quad n = 14. \quad (9)$$

Выражение для искомой дисперсии примет вид:

$$\sum D_{i,i-1} = \sum_{i=2}^{14} (v_{i,i-1} - v^{CP})^2; \quad D_v = \frac{\sum D_{i,i-1}}{13}, \quad (10)$$

$$\sigma_v = \sqrt{D_v}. \quad (11)$$

Контроль оценки  $v$  в сравнении с величиной  $3\sigma_v$  в случае нормального закона распределения погрешности оценки:

$$(v_{i,i-1} - v^{CP})^2 \leq (3\sigma_v)^2. \quad (12)$$

Если неравенство (12) не выполняется, то оценка нормализуется с учетом реального знака:

$$|v_{i,i-1}| = |v^{CP}| + 3\sigma_v. \quad (13)$$

Вычисление уточненной оценки приведенных дрейфов с учетом равенства (13):

$$\sum v_{i,i-1} = \sum_{i=2}^{14} v_{i,i-1}; \quad v^{CP} = \frac{\sum v_{i,i-1}}{13}. \quad (14)$$

### 3. Оценка кинематической погрешности ИНС.

Для получения статистических характеристик погрешности оценки параметра  $\beta$  необходимо приведение всех измерений  $\beta_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, 14$  к единому моменту времени измерения. Для этого в каждом измерении необходимо учесть и компенсировать изменение этого параметра относительно уровня начала сеанса измерений за время  $(i - 1)$ , т. е:

$$\beta_i^* = \beta_i - v^{CP}(i - 1). \quad (15)$$

Вычисление средней величины  $\beta_i^*$ :

$$\beta^{CP} = \frac{\sum_{i=1}^{14} \beta_i^*}{14}. \quad (16)$$

Вычисление дисперсии погрешности оценки кинематической погрешности и СКО:

$$D_\beta = \frac{\sum_{i=1}^{14} (\beta_i^* - \beta^{CP})^2}{14}; \quad \sigma_\beta = \sqrt{D_\beta}. \quad (17)$$

Контроль  $\beta_i^*$  на максимально-допустимый уровень  $3\sigma_\beta$ :

$$|\beta_i^* - \beta^{CP}| \leq 3\sigma_\beta. \quad (18)$$

Если неравенство (18) не выполняется, то измерение нормализуется

$$|\beta_i^*| = |\beta^{CP}| + 3\sigma_\beta. \quad (19)$$

Учитывается влияние приведенных дрейфов на изменение величины  $\beta_i$  как функции от времени (величины  $i$ ).

$$\tilde{\beta}_i = \beta_i^* + v^{CP}(i - 1), \quad i = 1, 2, 3, \dots, 14. \quad (20)$$

Здесь  $\tilde{\beta}_i$  — искомая оценка составляющей вектора кинематической погрешности ИНС;  $\tilde{v} \equiv v^{CP}$ ,  $\tilde{v}$  — искомая оценка составляющей вектора приведенного дрейфа ДУС.

Формула (20) дает возможность увеличить точность и помехоустойчивость работы астроинерциальной системы.

Результаты работы, представленной в данной статье, имеют универсальный характер и распространяются, например, на процесс азимутальной выставки БИНС по угловой скорости Земли и на коррекцию БИНС по измеренным физическим векторам, в частности, астроинерциальная коррекция или геомагнитная коррекция и т. д. После окончания формирования множества поправок случайный процесс становится детерминированным процессом. Это обстоятельство дает возможность использовать регулярные статистические, итерационные и другие способы, основанные на многократной обработке одного и того же массива данных. В частности, предлагаемый алгоритм допускает подсчет первой производной от имеющихся поправок, что дает возможность, например, получения информации о собственных уходах гироскопических датчиков, и на этом основании организации режима прогноза в случае отсутствия корректирующих поправок. Качество работы алгоритма допускает использование полученных поправок для разовой коррекции ИНС после окончания сеанса измерений с последующей реализацией режима «Прогноз». Предлагаемая процедура обработки измерений допускает также ее использование в качестве алгоритма параметрального контроля для обеспечения непрерывной комплексной обработки выходных параметров ИНС.

Таким образом, техническим результатом использования предлагаемого алгоритма является повышение точности, помехоустойчивости и появление дополнительных возможностей корректирующего сигнала (режима «ПРОГНОЗ») и, следовательно, повышение эффективности работы корректируемой ИНС. То есть, предлагаемый алгоритм может осуществлять самостоятельные функции коррекции и прогноза.

## Литература

1. Salychev O. Applied Inertial Navigation: Problems and Solution, стр. 82-85; The Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia, 2004, 303 с.
2. Савина М. Г., Мусонов В. М., Худоногов В. П., Сеславин В. С. Применение кворум-элементов для контроля однотипных датчиков; Сибирский государственный аэрокосмический университет им акад. Решетнева, Решетневские чтения, Красноярск, 2013, стр. 377 — 379 г.
3. Кузнецов А. Г., Портнов Б. И., Измайлов Е. А. Современные бесплатформенные инерциальные навигационные системы двух классов точности; Труды МИЭА, 2014 №8, стр. 24-32.
4. Силина В. В., Бабурин С. М., Данилов О. Ю., Черенков С. А. Система астровизирования. Патент ОАО «МИЭА» 2566380, 16.07.2014.

**Правила оформления материалов,  
направляемых для опубликования в журнале  
«Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами»**

- Для опубликования в журнале принимаются статьи объемом до 30 с., а также краткие сообщения объемом до 5 стр.
- Статья должна иметь аннотацию не более 600 знаков, ключевые слова.
- На первой странице должны быть указаны: фамилии и инициалы авторов, полное название текста статьи без сокращений, проставлен индекс УДК.
- Материалы должны быть подготовлены в формате \*.doc, лист А4, ориентация книжная (вертикальное расположение), шрифт Times New Roman, размер шрифта 12, интервал между строками одинарный, поля (мм): верхнее 22, нижнее 50, левое 30, правое 28, расположение страниц зеркальное. Установить «Автоматическую расстановку переносов». Переносы вручную не ставить.
- Формат формул в MathType или Microsoft Equation: Define Sizes, Full 12 pt, Subscript/Superscript 7 pt, Sub-Subscript/Superscript 5 pt, Symbol 18 pt, Sub-Symbol 12 pt.
- Иллюстрированный материал представляется в формате \*.jpg, \*.bmp, \*.png (разрешение не менее 300 точек на дюйм) или в виде рисунка Word, фрагменты которого объединены в единый объект. Цветные иллюстрации приветствуются.
- В конце текста указывается информация о каждом авторе: Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, полное название и почтовый адрес организации, должность, контактные телефоны (служебный, мобильный или домашний), адрес электронной почты.
- В редакцию предоставляется электронный носитель с текстом статьи и ее распечатка в двух экземплярах, подписанная всеми авторами.
- К статье прилагается экспертное заключение о возможности ее открытой публикации, рецензия, лицензионный договор.
- Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

## Содержание

А. Г. Кузнецов, Ю. П. Николаев	
Анализ геометрии многомерных областей устойчивости линейных систем с обратной связью.....	2
В. Г. Реутов, Д. А. Шеломанов	
Надежность и живучесть приборов навигации на основе многоэлементных оптических приемников.....	10.
И. Г. Музылёв, А. В. Шукайло, К. Б. Амелин	
Опыт применения микроволновой системы посадки в качестве канала передачи данных о параметрах движения корабля для обеспечения захода на посадку корабельных ЛА.....	23
В. Е. Куликов	
Аналитический синтез автомата крена в боковом движении тяжелого самолета.....	33
В. И. Галкин, Д. Н. Воробьев, А. В. Кондратьев	
Исследование фильтрации выходного сигнала микромеханических датчиков путем фиксированной компенсации его мгновенных значений.....	58
С. А. Черенков, И. Л. Лисина	
Повышение точности и помехоустойчивости корректируемой инерциальной навигационной системы.....	68