
ТРУДЫ
МОСКОВСКОГО ИНСТИТУТА
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ И АВТОМАТИКИ (МИЭА)

Основаны в 2010 году

Выпуск 16

НАВИГАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ
ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Под общей редакцией доктора технических наук А. Г. Кузнецова

Москва
2017

УДК 621.391.14

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПИКАРА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МАТРИЦ В ДИСКРЕТНОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОГРЕШНОСТЕЙ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

О. А. БАБИЧ, д. т. н., профессор

ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Переход от непрерывной линейной стохастической системы к ее дискретному аналогу состоит в вычислении переходной матрицы Φ_k и корреляционной матрицы Q_k возбуждающих дискретных «белых шумов». Начальными данными для этих вычислений являются параметры исходной непрерывной системы.

В статье предложен новый метод для вычисления матриц Φ_k и Q_k в виде усеченных матричных рядов. Показана вычислительная рациональность этого метода по сравнению с известными.

В статье также дается непрерывная стохастическая модель погрешностей БИНС в форме, удобной для применения развитой теории.

Результаты статьи позволяют более рационально формировать фильтр Калмана при включении БИНС в комплексную навигационную систему, а также проводить стохастический анализ погрешностей БИНС на произвольных движениях летательного аппарата.

Ключевые слова: система стохастических дифференциальных уравнений, дискретная стохастическая система, акселерометр, гироскоп, бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), фильтр Калмана, цифровое моделирование.

USING PICKARD'S METHOD FOR CALCULATING THE COVARIANCE MATRICES IN THE DISCRETE STOCHASTIC SINS ERROR MODEL

O. A. BABICH, Dr. Sc. in Engineering, professor

'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC

The problem of transition from a continuous linear stochastic system to its discrete equivalent is limited to calculating the transition matrix Φ_k and the covariance matrix Q_k of exciting discrete 'white noise'.

In this paper the new method of calculating the matrices Φ_k and Q_k in the form of truncated matrix rows is developed. The calculating advantages of the proposed method are shown.

The paper also presents the continuous stochastic model of SINS errors in the form adapted to applications of the proposed method.

Keywords: set of the stochastic differential equations, discrete stochastic system, accelerometer, gyroscope, strapdown inertial navigation system (SINS), Kalman filter, computer simulation.

1. Постановка задачи

Пусть непрерывная модель линейной стохастической системы имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Bu(t) + G\eta(t), \\ E[G\eta(t)\eta^T(t+\tau)G^T] &= GQ_1\delta(\tau)G^T = Q\delta(\tau), \quad Q = GQ_1G^T, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где x — n -мерный вектор, $F(n \times n)$, $B(n \times l)$ и $G(n \times m)$ — известные матрицы, принимаемые постоянными на отрезке времени $[t, t + \Delta t]$, $u(t)$ — детерминированный сигнал размерности l , тоже принимаемый постоянным на этом отрезке, $\eta(t)$ — непрерывный «белый шум» размерности m , $E\eta(t) \cdot \eta^T(t + \tau) = Q_1(m \times m)\delta(\tau)$, $\delta(\tau)$ — дельта-функция.

Матрица интенсивностей Q_1 непрерывных «белых шумов» η^T принимается известной. Матрицу $Q = GQ_1G^T$ на временном отрезке $[t, t + \Delta t]$ поэтому также будем считать заранее известной и постоянной.

От непрерывной системы (1.1) требуется перейти к дискретной системе $t_k = t_{k-1} + \Delta t$ вида:

$$x(t_k) = \Phi_k \cdot x(t_{k-1}) + B_k u_k + w_k, \quad (1.2)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t - t_{k-1}) &= F\Phi(t - t_{k-1}), \quad \Phi(0) = I, \\ \Phi_k &= \Phi(t_k - t_{k-1}) = \Phi(\Delta t) = e^{F\Delta t} = I + \sum_1^{\infty} F^v \frac{\Delta t^v}{v!}, \\ B_k &= -F^{-1} (I - \Phi_k) B = \left(\Delta t + \sum_{v=2}^{\infty} F^{v-1} \frac{\Delta t^v}{v!} \right) B, \end{aligned}$$

$$E w_k w_k^T = Q_k, \quad P_k^- = \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T + Q_k = \Psi_k + Q_k.$$

Основная цель данной работы — это вывод нового и эффективного метода для вычисления корреляционной матрицы Q_k «дискретных белых» шумов w_k в (1.2) как функции от исходных матриц F , Q и временного промежутка Δt .

Одновременно в статье будет решена задача равноточного вычисления корреляционных матриц Ψ_k и Q_k , представленных в (1.2). Будет показано, что эти матрицы могут быть заданы в виде бесконечных матричных рядов по степеням $\frac{\Delta t^v}{v!}$.

Конечные степени ν в их приближенных представлениях (1.2) в виде усеченных рядов должны совпадать, чтобы обеспечивать равную точность вычислений для Ψ_k и Q_k .

Разработанные в статье методы для вычисления матриц Ψ_k и Q_k будут применены далее для составления дискретной стохастической модели бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС).

2. Вывод основного алгоритма

Хорошо известно [1, 2], что решение для задачи (1.1) представляется в виде:

$$x(t_k) = \Phi_k x(t_{k-1}) + B_k u_k + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k - \tau) G \eta(\tau) d\tau = \Phi_k x_{k-1} + B_k u_k + w_k, \quad \Delta t = t_k - t_{k-1},$$

$$\Phi_k = \Phi(t_k, t_{k-1}) = e^{F\Delta t} = I_{n \times n} + F\Delta t + F^2 \frac{\Delta t^2}{2!} + \dots + F^\nu \frac{\Delta t^\nu}{\nu!} + \dots \quad (2.1)$$

При этом дискретный «белый шум» w_k в (2.1), равный

$$w_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_{k-1}, \tau) G \eta(\tau) d\tau, \quad E w_k w_j^T = 0, \quad k \neq j, \quad E w_k w_k^T = Q_k,$$

будет распределен по нормальному закону вида:

$$N(0, Q_k), \quad (2.2)$$

где $Q_k = P(\Delta t)$, $\Delta t = t_k - t_{k-1}$.

Матрица $P(\tau)$, $0 \leq \tau \leq \Delta t$ в (2.2) должна удовлетворять [1, 2] матричному дифференциальному уравнению

$$\dot{P}(\tau) = FP(\tau) + P(\tau)F^T + Q, \quad 0 \leq \tau \leq \Delta t, \quad P(0) = 0_{n \times n}, \quad P(\Delta t) = Q_k. \quad (2.3)$$

Таким образом, решив матричное дифференциальное уравнение (2.3) на временном отрезке $[0, \Delta t]$, мы вычислим искомую корреляционную матрицу Q_k .

В данной работе предлагается решать линейное матричное дифференциальное уравнение (2.3) итерационным методом Пикара [3]. По этому методу дифференциальному уравнению (2.3) ставится в соответствие эквивалентное ему интегральное уравнение

$$P(\tau) = \int_0^\tau [FP(\tilde{\tau}) + P(\tilde{\tau})F^T + Q] d\tilde{\tau}, \quad 0 \leq \tilde{\tau} \leq \tau \leq \Delta t. \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) может быть решено с помощью итерационного процесса Пикара (2.5), когда организуется последовательность $P_{v-1}(\tau) \rightarrow P_v(\tau)$ приближенных уточняющихся решений, получаемых по правилу:

$$P_v(\tau) = \int_0^\tau [FP_{v-1}(\tilde{\tau}) + P_{v-1}(\tilde{\tau})F^T + Q] d\tilde{\tau}, \quad P_0(\tau) = 0, \quad v \rightarrow \infty. \quad (2.5)$$

При таком подходе для исходной (нулевой) итерации имеем $P_0(\tau) = 0$. Далее, первая итерация дает

$$P_1(\tau) = Q\tau, \quad 0 \leq \tau \leq t \leq \Delta t. \quad (2.6)$$

Вторая итерация имеет вид:

$$P_2(\tau) = \int_0^\tau [FP_1(\tilde{\tau}) + P_1(\tilde{\tau})F^T + Q] d\tilde{\tau} = FQ \frac{\tau^2}{2} + QF^T \frac{\tau^2}{2} + Q\tau, \quad (2.7)$$

$$P_2(\tau) = (FQ + QF^T) \frac{\tau^2}{2} + Q\tau = M_2 \frac{\tau^2}{2!} + P_1(\tau).$$

Если в (2.7) принять, что $Q = M_1$, то $M_2 = FM_1 + M_1F^T$ — обозначает матричный коэффициент при старшей степени $\tau^2/2!$ в многочлене $P_2(\tau)$.

Третья итерация дает:

$$P_3(\tau) = \int_0^\tau [FP_2(\tilde{\tau}) + P_2(\tilde{\tau})F^T + Q] d\tilde{\tau} =$$

$$= (F^2Q + 2FQF^T + QF^T{}^2) \frac{\tau^3}{3!} + (FQ + QF^T) \frac{\tau^2}{2!} + Q\tau = M_3 \frac{\tau^3}{3!} + P_2(\tau), \quad (2.8)$$

где

$$M_3 = (F^2Q + 2FQF^T + QF^T{}^2) = FM_2 + M_2F^T, \quad F^{TN} = (F^T)^N.$$

Из сказанного вытекает искомый рекуррентный алгоритм для последовательного (все более точного) вычисления корреляционной матрицы $P_v(\tau)$. Он имеет вид:

$$M_1 = Q, \quad M_v = (FM_{v-1} + M_{v-1}F^T),$$

$$P_v(\tau) = M_1\tau + M_2 \frac{\tau^2}{2!} + M_3 \frac{\tau^3}{3!} + \dots + M_v \frac{\tau^v}{v!} = \sum_{i=1}^v M_i \frac{\tau^i}{i!} = P_{v-1}(\tau) + M_v \frac{\tau^v}{v!}, \quad (2.9)$$

$$Q_k \cong P_v(\Delta t).$$

3. Сравнение с известными результатами

В книге [2] вычисление матрицы Q_k для случаев практических применений рекомендуется проводить по приближенной формуле:

$$\Phi_k = I + F\Delta t, \quad Q_k = \frac{1}{2}\Phi_k Q\Delta t\Phi_k^T + \frac{1}{2}Q\Delta t. \quad (3.1)$$

При этом в [2] утверждается, что матрица Q_k , вычисляемая по алгоритму (3.1), имеет точность второго порядка относительно Δt . Проверим это утверждение на основании результатов теории, развитой нами в пункте 2.

Из (3.1) имеем

$$\begin{aligned} Q_k^{(3.1)}(t) &= \frac{1}{2}(I + F\Delta t)Q\Delta t(I + F\Delta t)^T + \frac{1}{2}Q\Delta t = \\ &= Q\Delta t + (FQ + QF^T)\frac{\Delta t^2}{2!} + FQF^T\frac{\Delta t^3}{2}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Как видно из сравнения (2.7) и (3.2), равенство $Q_k^{(3.1)}(t) = P_2(t)$ выполняется с точностью до члена третьего порядка, равного $FQF^T\frac{\Delta t^3}{2}$. Таким образом, заявленный в [2] второй порядок точности алгоритма (3.1) подтверждается.

Заметим, что алгоритм (3.1), разработанный для вычисления матрицы Q_k с точностью второго порядка относительно Δt , дает удобную формулу [2] для приближенного вычисления матрицы P_k^- в алгоритме Калмана:

$$P_k^- = \Phi_k \left(P_{k-1} + \frac{1}{2}Q\Delta t \right) \Phi_k^T + \frac{1}{2}Q\Delta t. \quad (3.3)$$

4. Параллельное вычисление матриц Ψ_k и Q_k с одинаковыми порядками точности

При вычислении матрицы P_k^- в алгоритме Калмана, когда

$$P_k^- = \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T + Q_k = \Psi_k + Q_k, \quad \Psi_k = \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^T \quad (4.1)$$

вычисление матриц Ψ_k и Q_k в (4.1) желательно проводить с одинаковым уровнем точности относительно Δt , т. е. в нашей постановке, с одинаковым порядком их представлений относительно Δt^v .

Матрица $\Psi(\tau)$, $0 \leq \tau \leq \Delta t$ удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению

$$\dot{\Psi}(\tau) = F\Psi(\tau) + \Psi(\tau)F^T, \quad \Psi(0) = P_{k-1}. \quad (4.2)$$

Решая уравнение (4.2) изложенным методом Пикара, получим:

$$\Psi(\tau) = N_0 + N_1\tau + N_2 \frac{\tau^2}{2!} + N_3 \frac{\tau^3}{3!} + \dots \quad (4.3)$$

$$N_0 = \Psi(0) = P_{k-1}, \quad N_v = FN_{v-1} + N_{v-1}F^T.$$

Явные выражения для начальных матричных коэффициентов в (4.3) имеют вид

$$N_0 = P_{k-1}, \quad N_1 = FN_0 + N_0F^T, \quad N_2 = F^2N_0 + 2FN_0F^T + N_0F^{T2}, \quad (4.4)$$

$$N_3 = F^3N_0 + 3F^2N_0F^T + 3FN_0F^{T2} + N_0F^{T3}.$$

В таком случае имеем

$$P_k^-(\Delta t) = N_0 + (N_1 + M_1)\Delta t + (N_2 + M_2)\frac{\Delta t^2}{2!} + (N_3 + M_3)\frac{\Delta t^3}{3!} + \dots \quad (4.5)$$

Из (4.1) и (4.5) ясно, что для обеспечения равной точности при вычислении матрицы $P_k^-(\Delta t)$ необходимо, чтобы последние учитываемые матричные коэффициенты N_v и M_v имели один и тот же порядок v .

Интересно отметить, что алгоритм (3.1), обеспечивающий точность второго порядка при вычислении матрицы Q_k , не обеспечивает точности второго порядка при вычислении матрицы Ψ_k и, таким образом, не обеспечивает второй порядок для всех вычислений в целом.

Действительно,

$$P_{k-1} = \Psi(0) = N_0, \quad (I + F\Delta t)N_0(I + F^T\Delta t) = N_0 + (FN_0 + N_0F^T)\Delta t + FN_0F^T\Delta t^2 \neq$$

$$\neq N_0 + N_1\Delta t + N_2 \frac{\Delta t^2}{2!}, \quad \text{т. к. } FN_0F^T \neq \frac{1}{2}(F^2N_0 + 2FN_0F^T + (N_0F^T)^2). \quad (4.6)$$

Таким образом, чтобы обеспечить второй порядок точности у полного алгоритма (3.1) необходимо матрицу Φ_k в нем вычислять по более полной формуле:

$$\Phi_k = I + F\Delta t + F^2 \frac{\Delta t^2}{2!} \quad (4.7)$$

Рассмотрим далее приложение развитой теории к практике составления стохастических моделей БИНС.

5. Стохастические модели инерциальных датчиков

Непрерывная стохастическая модель для блока гироскопических датчиков угловой скорости принимается в виде

$$\dot{\bar{\omega}}_{IB}^B(t) = (I_{3 \times 3} + K_g) \bar{\omega}_{IB}^B(t) + \bar{b}_g^B(t) + \bar{\eta}_g^B(t), \quad E \bar{\eta}_g^B(t) \bar{\eta}_g^{BT}(t + \tau) = q_g^2 \delta(\tau) I_{3 \times 3},$$

$$\dot{\bar{b}}_g^B(t) = \bar{\eta}_{bg}^B(t), \quad \bar{b}_g^B(t_0) = \bar{d}_g, \quad \bar{d}_g \in N(0, \sigma_{dg}^2 \cdot I_{3 \times 3}),$$

$$E \bar{\eta}_{bg}^B(t) \cdot \bar{\eta}_{bg}^{BT}(t + \tau) = q_{bg}^2 \delta(\tau) I_{3 \times 3},$$

$$K_g = \begin{bmatrix} k_{xx}^g & \beta_{xy}^g & \beta_{xz}^g \\ \beta_{yx}^g & k_{yy}^g & \beta_{yz}^g \\ \beta_{zx}^g & \beta_{zy}^g & k_{zz}^g \end{bmatrix}, \quad \dot{K}_g = \begin{bmatrix} \eta_{xx}^g & \eta_{xy}^g & \eta_{xz}^g \\ \eta_{yx}^g & \eta_{yy}^g & \eta_{yz}^g \\ \eta_{zx}^g & \eta_{zy}^g & \eta_{zz}^g \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

$$\bar{k}_g = (k_{xx}^g, k_{yy}^g, k_{zz}^g)^T, \quad \bar{\beta}_g = (\beta_{xy}^g, \beta_{xz}^g, \beta_{yx}^g, \beta_{yz}^g, \beta_{zx}^g, \beta_{zy}^g)^T,$$

где:

а) $\delta(\tau)$ — дельта-функция;

б) верхний индекс B у векторов в (5.1) символизирует, что данный вектор своими проекциями задан в системе координат Body;

в) $\langle \eta_i(t) \rangle$ — совокупность независимых «белых шумов» с соответствующими интенсивностями $\langle q_i \rangle$. При этом

$$q_g^2 = 2\sigma_g^2 \alpha_g^{-1} \left[\frac{\text{рад}^2}{\text{с}} \right], \quad \text{где } \sigma_g^2 \text{ и } \alpha_g^{-1} \text{ — дисперсия и радиус временной корреляции у допредельного «белого шума» } \eta_g(t) \text{ в ошибке гироскопа (5.1);}$$

г) случайный процесс $b_g^B(t)$ (bias), заданный в виде (5.1), одновременно описывает коррелированную составляющую ошибки гироскопа (correlated noise) с дисперсией σ_{bg}^2 и временным радиусом корреляции

α_{bg}^{-1} и постоянную случайную составляющую $d_g^B = b_g^B(t_0)$, $\sigma_{dg}^2 \left[\frac{\text{рад}^2}{\text{с}^2} \right]$ от запуска к запуску (bias repeatability). При этом коррелированная составляющая $b_g^B(t)$ в (5.1) аппроксимируется интегралом от «белого шума» $\bar{\eta}_{bg}^B(t)$, который имеет интенсивность

$$q_{bg}^2 = 2\sigma_{bg}^2 \alpha_{bg} \left[\frac{\text{рад}^2}{\text{с}^3} \right].$$

Такой подход позволяет снизить порядок стохастической модели (5.1) на 3 единицы;

д) K_g — матрица погрешностей масштабных коэффициентов \bar{k}_g и углов перекосов $\bar{\beta}_g$ осей чувствительности гироскопов. Матрица K_g

имеет 9 элементов, каждый из которых рассматривается как независимый случайный Гаусс-Марковский процесс вида

$$\begin{aligned} E\xi_i(t)\xi_i(t+\tau) &= \sigma_i^2 e^{-\alpha_i|\tau|}, \quad \dot{\xi}_i(t) = -\alpha_i\xi_i(t) + \eta_i(t), \\ E\eta_i(t) \cdot \eta_i(t+\tau) &= q_i^2 \delta(\tau), \\ q_i^2 &= 2\sigma_i^2 \alpha_i. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Интенсивность q_{kg}^2 для погрешностей масштабных коэффициентов будет иметь размерность $q_{kg}^2 = 2\sigma_{kg}^2 \alpha_{kg} \left[\frac{1}{\text{с}} \right]$, а интенсивность $q_{\beta g}^2$ для углов перекоса будет иметь размерность $q_{\beta g}^2 = 2\sigma_{\beta g}^2 \alpha_{\beta g} \left[\frac{\text{рад}^2}{\text{с}} \right]$.

Стохастическая модель блока акселерометров по форме и содержанию совпадает с моделями (5.1), (5.2) и имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{a}^{B*}(t) &= (I_{3 \times 3} + K_a) \bar{a}^B(t) + \bar{b}_a^B(t) + \bar{\eta}_a^B(t), \\ E\bar{\eta}_a^B(t) \cdot \bar{\eta}_a^{BT}(t+\tau) &= q_a^2 \delta(\tau) I_{3 \times 3}, \\ \bar{b}_a^B(t) &= \bar{\eta}_{ba}^B(t), \quad \bar{b}_a^B(t_0) = \bar{d}_a, \quad \bar{d}_a \in N(0, \sigma_{da}^2 \cdot I_{3 \times 3}), \\ E\bar{\eta}_{ba}^B(t) \cdot \bar{\eta}_{ba}^{BT}(t+\tau) &= q_{ba}^2 \delta(\tau) I_{3 \times 3}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Интенсивности «белых шумов» в (5.3) будут иметь размерности

$$\begin{aligned} q_a^2 &= 2\sigma_a^2 \alpha_a^{-1} \left[\frac{\text{М}^2}{\text{с}^3} \right], \quad \sigma_{da}^2 \left[\frac{\text{М}^2}{\text{с}^4} \right], \quad q_{ba}^2 = 2\sigma_{ba}^2 \alpha_{ba} \left[\frac{\text{М}^2}{\text{с}^5} \right], \\ q_{ka}^2 &= 2\sigma_{ka}^2 \alpha_{ka} \left[\frac{1}{\text{с}} \right], \quad q_{\beta a}^2 = 2\sigma_{\beta a}^2 \alpha_{\beta a} \left[\frac{\text{рад}^2}{\text{с}} \right]. \end{aligned}$$

Если ввести обозначения

$$D_{g_{3 \times 3}} = \begin{pmatrix} \omega_{IB}^{BX} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{IB}^{BY} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{IB}^{BZ} \end{pmatrix}, \quad \Gamma_{g_{3 \times 6}} = \begin{pmatrix} \omega_{IB}^{BY} & \omega_{IB}^{BZ} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{IB}^{BX} & \omega_{IB}^{BZ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{IB}^{BX} & \omega_{IB}^{BY} \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

где $\bar{\omega}_{IB}^B$ — вектор выходных сигналов у гироскопического блока, то стохастическую модель (5.1) можно записать в эквивалентном виде, более удобном для составления общей стохастической модели БИНС

$$\bar{\omega}_{IB}^{B*} = \bar{\omega}_{IB}^B + \bar{b}_g^B + D_g \bar{k}_g + \Gamma_g \bar{\beta}_g + \bar{\eta}_g^B. \quad (5.5)$$

Проведя выкладки, аналогичные выкладкам в (5.4) и (5.5), для блока акселерометров (5.3) получим

$$D_{a_{3 \times 3}} = \begin{pmatrix} a_{IB}^{BX} & 0 & 0 \\ 0 & a_{IB}^{BY} & 0 \\ 0 & 0 & a_{IB}^{BZ} \end{pmatrix}, \quad \Gamma_{a_{3 \times 6}} = \begin{pmatrix} a_{IB}^{BY} & a_{IB}^{BZ} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{IB}^{BX} & a_{IB}^{BZ} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{IB}^{BX} & a_{IB}^{BY} \end{pmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\bar{a}^{B*} = a^B + \bar{b}_a + D_a \bar{k}_a + \Gamma_a \bar{\beta}_a + \bar{\eta}_a^B.$$

Подчеркнем здесь одно важное обстоятельство. В модели (5.1) принимается, что в системе Body погрешность каждого из тройки гироскопов не коррелирована с погрешностями других гироскопов, а сами эти три погрешности имеют совпадающие между собой стохастические характеристики. Это же замечание относится и к модели (5.3) акселерометров.

6. Составление линейной стохастической непрерывной модели для погрешностей БИНС

6.1 Исходные непрерывные уравнения БИНС и их линеаризация

Движение подвижного объекта в геодезической системе координат задается параметрами:

1) геодезическим положением $\bar{r}(t)$ его центра, 2) вектором скорости центра $\bar{V}(t)$, заданным в навигационном трехграннике N (East-North-Up), и 3) матрицей $C_B^N(t)$ направляющих косинусов от тела (Body) к навигационному трехграннику N

$$\bar{r} = (\varphi, \lambda, h)^T, \quad \bar{V} = (V_E, V_N, V_U)^T, \quad C_B^N. \quad (6.1)$$

Все величины в (6.1) являются выходными сигналами БИНС. Они в общем случае [1, 2] представляют собой решения системы дифференциальных уравнений, состоящей из трех блоков:

1) блока позиционирования

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{M+h} V_N, \quad \dot{\lambda} = \frac{1}{(N+h) \cos \varphi} V_E, \quad \dot{h} = V_U; \quad (6.2)$$

2) блока скорости

$$\dot{\bar{V}} = C_B^N \bar{a}^B - (2\Omega_{IE}^N + \Omega_{EN}^N) \bar{V} + \bar{g}^N, \quad \bar{\omega}_{IE}^N = (0, \sigma \cos \varphi, \sigma \sin \varphi)^T, \quad (6.3)$$

$$\bar{\omega}_{EN}^N = \left(\frac{-V_N}{M+h}, \frac{V_E}{N+h}, \frac{V_E \operatorname{tg} \varphi}{N+h} \right)^T, \quad \bar{g}^N = (0, g_{plumb}^{North}, g_{plumb}^{Up}),$$

где символы Ω или $(\bar{\omega} \times)$ обозначают косо-симметричную матрицу вида

$$\Omega = (\bar{\omega} \times) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix};$$

3) блока ориентации [1, 2]

$$\dot{C}_B^N = C_B^N (\Omega_{IB}^B - \Omega_{IN}^B) = C_B^N \Omega_{BI}^B - \Omega_{IN}^N C_B^N. \quad (6.4)$$

Определим погрешности как разности между измеренным (символ*) и истинным значением этой величины

$$\bar{r}^* = \bar{r} + \delta\bar{r}, \quad \bar{V}^* = \bar{V} + \delta\bar{V}, \quad C_B^{N*} = [I - (\bar{\varepsilon}^N \times)] C_B^N, \quad (6.5)$$

$$\delta C_B^N = C_B^{N*} - C_B^N = -(\bar{\varepsilon}^N \times) C_B^N, \quad \delta C_B^N \cdot \bar{a}^B = -(\bar{\varepsilon}^N \times) C_B^N \bar{a}^B = (\bar{a}^N \times) \bar{\varepsilon}^N,$$

где $C_N^{N*} = [I - (\bar{\varepsilon}^N \times)]$, $\bar{a}^N = (a_E, a_N, a_{Up})^T$, $\bar{\varepsilon}^N = (\varepsilon_{NX}, \varepsilon_{NY}, \varepsilon_{NZ})^T$ — вектор малых ошибочных поворотов вокруг осей навигационного трехгранника: NX — East, NY — North, NZ — Up. Заметим, что эти малые повороты (углы) представляют собой вращения в положительном направлении (т. е. против часовой стрелки) от системы N к системе N^* . Положительность поворотов следует из цепочки равенств:

$$\begin{bmatrix} XN^* \\ YN^* \\ ZN^* \end{bmatrix} = C_N^{N*} \begin{bmatrix} XN \\ YN \\ ZN \end{bmatrix} = [I - (\bar{\varepsilon}^N \times)] \begin{bmatrix} XN \\ YN \\ ZN \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_{ZN} & -\varepsilon_{YN} \\ -\varepsilon_{ZN} & 1 & \varepsilon_{XN} \\ \varepsilon_{YN} & -\varepsilon_{XN} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} XN \\ YN \\ ZN \end{bmatrix}.$$

Сделаем здесь отступление. Как должна будет производиться коррекция (поправка) матрицы C_B^{N*} в процессе фильтрации по Калману, т. е. после вычисления оценки $\hat{\varepsilon}^N$ на каждом шаге? В соответствии с соотношениями (6.5) имеем формулу коррекции:

$$\hat{C}_B^N = C_B^{N*} - \delta\hat{C}_B^N = C_B^{N*} - [-(\hat{\varepsilon}^N \times) C_B^N] \approx C_B^{N*} + (\hat{\varepsilon}^N \times) C_B^N = [I + (\hat{\varepsilon}^N \times)] C_B^{N*}.$$

В [2, стр. 12-74] выводится уравнение для вектора $\bar{\varepsilon}^N$ введенных нами малых поворотов

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^N = -C_B^N \delta\bar{\omega}_{IB}^B - (\bar{\omega}_{IN}^N \times) \bar{\varepsilon}^N + \delta\bar{\omega}_{IN}^N. \quad (6.6)$$

Из соотношений (6.1)...(6.6) вытекает линейная система дифференциальных уравнений для погрешностей: $\delta\bar{r}$, $\delta\bar{V}$, $\bar{\varepsilon}^N$. Эта система имеет вид

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{\bar{r}} \\ \delta\dot{\bar{V}} \\ \dot{\bar{\varepsilon}}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{rr} & F_{rv} & F_{re} \\ F_{vr} & F_{vv} & F_{ve} \\ F_{er} & F_{ev} & F_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta\bar{r} \\ \delta\bar{V} \\ \delta\bar{\varepsilon} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_B^N \delta\bar{a}^B \\ -C_B^N \delta\bar{\omega}_{IB}^B \end{bmatrix}, \quad (6.7)$$

$$F_{rr} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{-V_N}{(M+h)^2} \\ \frac{V_E \sin \varphi}{(N+h) \cos^2 \varphi} & 0 & \frac{-V_E}{(N+h)^2 \cos \varphi} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F_{rv} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{M+h} & 0 \\ \frac{1}{(N+h) \cos \varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad F_{re} = 0,$$

$$F_{vr} = \begin{pmatrix} 2\sigma(V_U \sin \varphi + V_N \cos \varphi) + \frac{V_E V_N}{(N+h) \cos^2 \varphi} & 0 & \frac{V_E V_U}{(N+h)^2} - \frac{V_E V_N \operatorname{tg} \varphi}{(N+h)^2} \\ -2\sigma V_E \cos \varphi - \frac{V_E^2}{(N+h) \cos^2 \varphi} & 0 & \frac{V_N V_U}{(M+h)^2} + \frac{V_E^2 \operatorname{tg} \varphi}{(N+h)^2} \\ -2\sigma V_E \sin \varphi & 0 & \frac{-V_E^2}{(N+h)^2} + \frac{-V_N^2}{(M+h)^2} + \frac{2g}{(R+h)} \end{pmatrix},$$

$$F_{vv} = \begin{pmatrix} \frac{V_N \operatorname{tg} \varphi}{N+h} - \frac{V_U}{N+h} & 2\sigma \sin \varphi + \frac{V_E \operatorname{tg} \varphi}{N+h} & -2\sigma \cos \varphi - \frac{V_E}{N+h} \\ -2\sigma \sin \varphi - \frac{2V_E \operatorname{tg} \varphi}{N+h} & -\frac{V_U}{M+h} & -\frac{V_N}{M+h} \\ 2\sigma \cos \varphi + \frac{2V_E}{N+h} & \frac{2V_N}{M+h} & 0 \end{pmatrix},$$

$$F_{ve} = \begin{pmatrix} 0 & -a_U & a_N \\ a_U & 0 & -a_E \\ -a_N & a_E & 0 \end{pmatrix}, \quad F_{er} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{V_N}{(M+h)^2} \\ -\sigma \sin \varphi & 0 & \frac{-V_E}{(N+h)^2} \\ \sigma \cos \varphi + \frac{V_E}{(N+h) \cos^2 \varphi} & 0 & \frac{-V_E \operatorname{tg} \varphi}{(N+h)^2} \end{pmatrix},$$

$$F_{\varepsilon v} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{M+h} & 0 \\ \frac{1}{N+h} & 0 & 0 \\ \frac{\operatorname{tg} \varphi}{N+h} & 0 & 0 \end{pmatrix}, F_{\varepsilon \varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \sin \varphi + \frac{V_E \operatorname{tg} \varphi}{N+h} & -\sigma \cos \varphi - \frac{V_E}{N+h} \\ -\sigma \sin \varphi - \frac{V_E \operatorname{tg} \varphi}{N+h} & 0 & -\frac{V_N}{M+h} \\ \sigma \cos \varphi + \frac{V_E}{N+h} & \frac{V_N}{M+h} & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.7)$$

6.2. Полная непрерывная стохастическая модель погрешностей БИНС

Объединяя модели инерциальных датчиков (5.5) и (5.6) с моделью (6.7) погрешностей инерциальной системы, получим полную линеаризованную непрерывную стохастическую модель погрешностей БИНС в виде системы линейных непрерывных стохастических уравнений

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta \bar{r}} \\ \dot{\delta \bar{V}} \\ \dot{\varepsilon}^N \\ \dot{\bar{b}}_a \\ \dot{\bar{b}}_g \\ \dot{\bar{k}}_a \\ \dot{\bar{k}}_g \\ \dot{\bar{\beta}}_a \\ \dot{\bar{\beta}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{rr} & F_{rv} & F_{r\varepsilon} & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ F_{vr} & F_{vv} & F_{v\varepsilon} & C_B^N & 0_3 & C_B^N D_a & 0_3 & C_B^N \Gamma_a & 0_{3 \times 6} \\ F_{\varepsilon r} & F_{\varepsilon v} & F_{\varepsilon \varepsilon} & 0_3 & -C_B^N & 0_3 & -C_B^N D_g & 0_{3 \times 6} & -C_B^N \Gamma_g \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & -\alpha_{ka} I_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & -\alpha_{kg} I_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & -\alpha_{\beta a} I_6 & 0_6 \\ 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & -\alpha_{\beta g} I_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \bar{r} \\ \delta \bar{V} \\ \varepsilon^N \\ \bar{b}_a \\ \bar{b}_g \\ \bar{k}_a \\ \bar{k}_g \\ \bar{\beta}_a \\ \bar{\beta}_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ C_B^N & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & -C_B^N & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & I_6 & 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 6} \\ 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_6 & 0_{3 \times 6} & I_6 & 0_{3 \times 6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\eta}_a \\ \bar{\eta}_g \\ \bar{\eta}_{ba} \\ \bar{\eta}_{bg} \\ \bar{\eta}_{ka} \\ \bar{\eta}_{kg} \\ \bar{\eta}_{\beta a} \\ \bar{\eta}_{\beta g} \end{bmatrix}. \quad (6.8)$$

Отметим интересную для рассматриваемого случая (6.8) особенность матрицы $Q_{33 \times 33} = GQ_1G$, введенной нами в (1.1). Она для непрерывной системы (6.8) будет иметь вид диагональной матрицы 33-порядка с постоянными на всем времени функционирования (т. е. не зависящими ни от времени, ни от текущих значений параметров полета!) диагональными элементами, которые будут равны

$$Q_{33 \times 33} = \text{diag}(\bar{0}_3, \bar{q}_{a_3}, \bar{q}_{g_3}, \bar{q}_{ba_3}, \bar{q}_{bg_3}, \bar{q}_{ka_3}, \bar{q}_{kg_3}, \bar{q}_{\beta a_6}, \bar{q}_{\beta g_6}) = \text{const.} \quad (6.9)$$

Указанное свойство вытекает из двух обстоятельств. Из ортогональности матрицы C_B^N и из представления «белых шумов» $\bar{\eta}_a$ и $\bar{\eta}_g$ в виде (5.1) и (5.3), когда их корреляционные матрицы являются диагональными с одинаковыми диагональными элементами.

На практике ориентация летательного аппарата в пространстве задается в терминах Эйлеровых углов: курса — ψ , тангажа — θ и крена — γ . Хорошо известны [2, стр. 12-34] кинематические соотношения, связывающие угловые погрешности ε_{NX} , ε_{NY} , ε_{NZ} «аналитической платформы» (6.5) с погрешностями $\delta\psi$, $\delta\theta$, $\delta\gamma$. Эти соотношения имеют вид

$$\begin{cases} \delta\gamma = -\sec\theta(\varepsilon_{NX} \sin\psi + \varepsilon_{NY} \cos\psi) \\ \delta\theta = -\varepsilon_{NX} \cos\psi + \varepsilon_{NY} \sin\psi \\ \delta\psi = \varepsilon_{NZ} - \text{tg}\theta(\varepsilon_{NX} \sin\psi + \varepsilon_{NY} \cos\psi), \end{cases} \begin{cases} \varepsilon_{NX} = -\delta\gamma \cos\theta \sin\psi - \delta\theta \cos\psi \\ \varepsilon_{NY} = -\delta\gamma \cos\theta \cos\psi + \delta\theta \sin\psi \\ \varepsilon_{NZ} = -\delta\gamma \sin\theta + \delta\psi. \end{cases} \quad (6.10)$$

Уравнения (6.10) позволяют пересчитывать из одной формы в другую характеристики угловых погрешностей, заданных в разных форматах.

Заметим еще, что знание на каждом k -том шаге величины матрицы Q_k позволяет имитировать реализации случайного процесса x_k (1.2) (т. е. в рассматриваемом случае — имитировать реализации погрешностей БИНС на разных траекториях) по формуле

$$x_k = \Phi_k x_{k-1} + B_k u_k + S_k N_k, \quad (6.11)$$

где S_k — треугольная матрица, удовлетворяющая условию $S_k \cdot S_k^T = Q_k$ (Cholesky decomposition), а N_k — n -мерный вектор, составленный из случайных нормальных величин, каждая из которых распределена по закону $N(0, 1)$.

Разработанная выше методика составления стохастической модели погрешностей БИНС предназначена: 1) для построения фильтра Калмана в комплексной навигационной системе и 2) для моделирования погрешностей БИНС на всевозможных траекториях движения летательного аппарата, на котором она устанавливается. В последнем случае необходим цифровой симулятор соответствующего летательного аппарата.

Выводы

1. Разработан новый математический метод вычисления корреляционных матриц в линейных дискретных стохастических системах при переходе от непрерывной формы к дискретной.

2. Составлена линейная непрерывная стохастическая модель погрешностей БИНС в форме, удобной для включения БИНС в дискретную Калмановскую схему фильтрации или для моделирования погрешностей БИНС на различных траекториях полета ЛА.

Литература

1. Бабич О. А. Обработка информации в навигационных комплексах, – М. Машиностроение, 1991. – 512 с.
2. Savage P. G. Strapdown Analytics, INC., Maple Plane, Minnesota, 2007.
3. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения, – М. Наука, 1965. – 332 с.

УДК 629.7.05

СИНТЕЗ МНОГОСВЯЗНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ТРАЕКТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ САМОЛЕТА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

В. Е. КУЛИКОВ, д. т. н., профессор,

Д. Ю. ГЛАДКАЯ,

А. С. ЮРЧЕНКО

ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Рассмотрен подход к построению системы траекторного управления самолета на основе теории многосвязных систем регулирования. С применением метода обратных задач динамики решена задача синтеза управления по каналам руля высоты и тяги для независимой друг от друга стабилизации высоты и скорости полета самолета в вертикальной плоскости. Полученная система автоматического управления содержит перекрестные связи, обеспечивающие автономность функционирования двух режимов управления. Показаны результаты моделирования многосвязной САУ при смене высоты с одновременным изменением скорости полета самолета.

Ключевые слова: *многосвязная система, метод обратных задач динамики, закон управления, нормальная и тангенциальная перегрузки, матрица передаточных функций.*

SYNTHESIS OF A MULTIPLY-COUPLED AUTOMATIC VERTICAL TRAJECTORY CONTROL SYSTEM

V. E. KULIKOV, Dr. Sc. in Engineering, professor,

D. Yu. GLADKAYA,

A. S. YURCHENKO

‘Moscow Institute of Electromechanics and Automatics’ PJSC

The article considers an approach to trajectory control system development based on the multivariable control system theory. The problem of pitch- and thrust-axis control system synthesis for independent stabilization of vertical flight altitude and speed modes was solved using the method of dynamic inverse problems. The designed automatic control system includes cross-coupling which provides the two control modes autonomous functioning. The results of multiply-coupled automatic control system (ACS) simulation with simultaneous flight altitude and velocity variation are shown.

Keywords: *multiply-coupled system, the method of dynamics inverse problems, control law, the normal and flight path acceleration, the transfer function matrix.*

Основная схема разработки системы автоматического управления (САУ) для многосвязного объекта, которым, по сути, является самолет при движении в вертикальной плоскости, состоит в следующем. Для системы с двумя входами и двумя выходами составляются два желаемых характеристических уравнения по каждой из двух регулируемых координат скорости и высоте полета. После подстановки в них выражений для производных, найденных из уравнений движения, определяются законы управления для двух управляющих воздействий отдельно, но с учетом внутренних связей между контурами управления по скорости и высоте полета.

Система дифференциальных уравнений движения центра масс ЛА в вертикальной плоскости в скоростной системе координат имеет вид

$$\begin{cases} \dot{V}(t) = g [n_{x_a}(t) - \sin \theta(t)], V(0) = V_0, \\ \dot{\theta}(t) = \frac{g}{V} [n_{y_a}(t) - \cos \theta(t)], \theta(0) = \theta_0, \\ \dot{H}(t) = V(t) \sin \theta(t), H(0) = H_0, \end{cases} \quad (1)$$

где $V(t)$ — скорость полета самолета, $\theta(t)$ — угол наклона траектории, $H(t)$ — высота полета, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения, $n_{x_a}(t)$ — тангенциальная перегрузка, $n_{y_a}(t)$ — нормальная скоростная перегрузка, V_0, θ_0, H_0 — начальные условия интегрирования системы (1) по скорости, углу наклона траектории и высоте полета. В дальнейшем изложении будем опускать аргумент времени t для сокращения записи. Полагая, что начальные условия соответствуют исходному балансировочному режиму горизонтального полета, будем считать, что $n_{y_a}(0) = 1$, а $n_{x_a}(0) = 0$. Таким образом, выходными координатами системы (1) являются: скорость, угол наклона траектории и высота полета V, θ, H , а входными параметрами — тангенциальная и нормальная скоростные перегрузки n_{x_a}, n_{y_a} .

Рассмотрим вопрос одновременной стабилизации скорости и высоты полета, которые связаны между собой кинематическими дифференциальными уравнениями (1) движения самолета. Задача состоит в нахождении законов управления двумя перегрузками n_{x_a} и n_{y_a} для управления двумя траекторными координатами V и H . В решении этой задачи будем опираться на метод обратных задач динамики [1], который гарантирует нахождение управления объектом в смысле обеспечения желаемого распределения корней замкнутой системы.

Запишем при нулевых начальных условиях дополнительное к (1) уравнение связи, определяющее динамические характеристики замкнутой системы стабилизации скорости полета, в виде обыкновенного однородного дифференциального уравнения для ошибки управления скоростью ΔV относительно заданной постоянной скорости $V_{\text{зад}}$, а именно

$$T_V^2 \Delta \ddot{V} + 2\xi_V T_V \Delta \dot{V} + \Delta V = 0, \quad (2)$$

$$\Delta V = V_{\text{зад}} - V, \quad \Delta \dot{V} = -\dot{V}, \quad \Delta \ddot{V} = -\ddot{V}, \quad V_{\text{зад}0} = V_0, \quad \Delta V_0 = 0, \quad \Delta \dot{V}_0 = 0, \quad \Delta \ddot{V}_0 = 0,$$

где T_V — желаемое значение постоянной времени по скорости, ξ_V — желаемое значение коэффициента затухания переходного процесса по скорости, ΔV_0 , $\Delta \dot{V}_0$, $\Delta \ddot{V}_0$ — начальные условия соответственно по отклонению скорости, первой и второй производной отклонения скорости при включении системы стабилизации заданной скорости полета.

Заметим, что решение однородного дифференциального уравнения при нулевых начальных условиях является тривиальным решением [2] и входит в каждое из общих решений неоднородного уравнения, включающих класс частных решений, определяемых видом правой части исходного дифференциального уравнения. Любое невозмущенное по Ляпунову движение при выбранных ненулевых начальных условиях всегда сводится к виду, в котором невозмущенное движение определяется тривиальным решением однородного дифференциального уравнения [3, стр. 273] — для нашего случая решением системы (2) при нулевых начальных условиях. Таким образом, независимо от временной функции изменения заданной скорости полета и вида внутренних связей между параметрами движения самолета (1), устойчивость замкнутого контура управления скоростью полета полностью определяется параметрами свободного движения системы (2).

На возможность определения аналитически точного управления по желаемой траектории полета при совместном решении уравнений траектории и уравнений движения самолета, по-видимому, впервые было показано в работе [4]. В этом случае появляется дополнительное уравнение траектории (уравнение связи), доопределяющее исходную систему до совместной системы для нахождения решения относительно управления, которое будет зависеть только от координат движения исходного объекта. Таким образом находится закон обратной связи системы управления, удовлетворяющий уравнению заданного целенаправленного движения [5].

На основании изложенного, найдем первую и вторую производные отклонения от заданной скорости

$$\Delta \dot{V} = -gn_{x_a} + g \sin \theta \quad \text{и} \quad \Delta \ddot{V} = -gn_{x_a} + \frac{g^2}{V} (n_y - \cos \theta) \cos \theta \quad (3)$$

и, подставляя (3) в (2), получим желаемое уравнение для ошибки скорости, содержащее искомое управление, а именно

$$T_V^2 \left[-gn_{x_a} + \frac{g^2}{V} (n_y - \cos \theta) \cos \theta \right] + 2\xi_V T_V (-gn_{x_a} + g \sin \theta) + \Delta V = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) является алгебраическим и содержит две неизвестные переменные n_{x_a} и n_{y_a} , а переменные θ , V , ΔV являются измеряемыми. Как видно из (4), на решение задачи стабилизации скорости полета оказывают влияние тангенциальная и нормальная перегрузки. Поэтому в постановке задачи стабилизации скорости полета в виде (4) это уравнение имеет неопределенное количество решений относительно искомых управлений. При раздельном управлении, например, скоростью с помощью изменения тяги двигателей, а высотой или углом наклона траектории — с помощью изменения подъемной силы самолета, составляющая по нормальной перегрузке в (4) переходит в правую часть уравнения и определяет его частное решение. То есть в контексте управления скоростью полета управление по нормальной перегрузке является возмущением, которое контур скорости будет обрабатывать, вызывая соответствующий этому переходный процесс. Понятно, что прямое разделение каналов управления по тяге (управление n_{x_a}) и по каналу руля высоты (управление n_{y_a}) не учитывает связанности каналов управления, зафиксированной в выражении (4). Таким образом, не представляется возможным формирование независимого управления скоростью полета, например, с помощью только автомата тяги для всех допустимых в эксплуатации профилей вертикального маневрирования самолета. Требуется доопределение задачи стабилизации скорости полета, которое может быть осуществлено при использовании полного описания заданной траектории управляемого полета как минимум по двум, а не по одному, параметрам движения летательного аппарата.

В рамках задачи построения многосвязной системы траекторного управления самолетом будем считать необходимым и обязательным для ее построения при двух управляющих силах n_{x_a} и n_{y_a} введение второго по отношению к (2) независимого уравнения связи. При этом будет сформирован параллельно работающий контур стабилизации второго траекторного параметра, в рассматриваемом случае — высоты полета.

И далее, определим возможность отдельного (не связанного) управления каждым параметром — скоростью и высотой, используя известные кинематические дифференциальные связи между ними, содержащиеся в уравнениях движения твердого тела. Тогда в рамках располагаемых управлений по тангенциальной и нормальной перегрузкам будет создана система траекторного управления для построения всех возможных в указанном смысле управляемых траекторий полета самолета.

Задача отдельного управления связанными между собой координатами движения тела была впервые поставлена и решена М. В. Мееровым в работе [6]. Основным подходом к синтезу многосвязных (многомерных) систем является синтез по условиям автономности управления [7] каждым параметром движения. Автономность, в смысле независимого управления каждой из нескольких связанных между собой координат, достигается введением перекрестных связей между прямыми (сепаратными) каналами управления по каждой регулируемой координате. Эти искусственно введенные связи компенсируют влияние каждого непрямого (по отношению к управляемой координате) канала управления на каждую из управляемых координат. Задача сводится к приведению сепаратных каналов в состояние автономных каналов управления в рамках классической теории синтеза систем автоматического управления. При таком подходе добиваются диагонализации матрицы передаточных функций регулируемых координат по каждому каналу управления.

В настоящей работе решение задачи независимого управления высотой и скоростью полета продолжим осуществлять по методу обратных задач динамики. Итак, для обеспечения одновременной работы режима стабилизации высоты с режимом стабилизации скорости введем второе уравнение связи и запишем его по аналогии с (2) в виде

$$T_H^2 \Delta \ddot{H} + 2\xi_H T_H \Delta \dot{H} + \Delta H = 0, \\ \Delta H = H_{\text{зад}} - H, \Delta \dot{H} = -\dot{H}, \Delta \ddot{H} = -\ddot{H}, H_{\text{зад}0} = H_0, \Delta H_0 = 0, \Delta \dot{H}_0 = 0, \Delta \ddot{H}_0 = 0, \quad (5)$$

где T_H — желаемое значение постоянной времени по высоте, ξ_H — желаемое значение коэффициента затухания переходного процесса по высоте, $H_{\text{зад}}$ — заданная высота полета, ΔH_0 , $\Delta \dot{H}_0$, $\Delta \ddot{H}_0$ — начальные условия соответственно по отклонению высоты, первой и второй производной отклонения высоты при включении системы стабилизации заданной высоты полета.

Соответствующие производные отклонения от заданной высоты определяются как

$$\Delta \dot{H} = -V \sin \theta, \quad \Delta \ddot{H} = g(1 - n_{y_a} \cos \theta - n_{x_a} \sin \theta). \quad (6)$$

Подставим выражения (6) в уравнение (5) и, с учетом (4), получим совместную систему уравнений для определения искоемых перегрузок n_{x_a} и n_{y_a} , а именно

$$\begin{cases} -T_V^2 g \dot{n}_{x_a} + T_V^2 \frac{g^2}{V} n_{y_a} \cos \theta - T_V^2 \frac{g^2}{V} \cos^2 \theta - 2\xi_V T_V g n_{x_a} + 2\xi_V T_V g \sin \theta + \Delta V = 0, \\ T_H^2 g - T_H^2 g n_{y_a} \cos \theta - T_H^2 g n_{x_a} \sin \theta - 2\xi_H T_H V \sin \theta + \Delta H = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Преобразуем (7) к виду

$$\begin{cases} \dot{n}_{x_a} + \frac{2\xi_V}{T_V} n_{x_a} - \frac{g}{V} (n_{y_a} - \cos \theta) \cos \theta - \frac{2\xi_V}{T_V} \sin \theta - \frac{1}{T_V^2 g} \Delta V = 0, \\ n_{y_a} \cos \theta - 1 + n_{x_a} \sin \theta + \frac{2\xi_H}{T_H g} V \sin \theta - \frac{1}{T_H^2 g} \Delta H = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Введем обозначение для приращения нормальной скоростной перегрузки

$$\Delta n_{y_a} = n_{y_a} - \cos \theta. \quad (9)$$

Будем полагать скорость V постоянной в процессе изменения угла наклона траектории, тогда для четвертого слагаемого второго уравнения системы (8) можно записать:

$$V_0 \sin \theta. \quad (10)$$

Исключим из (8) третье слагаемое $n_{x_a} \cdot \sin \theta$ ввиду его второго порядка малости, а также учтем допущения для малого угла наклона траектории

$$\sin \theta = \theta, \quad \cos \theta = 1. \quad (11)$$

С учетом (9), (10) и (11) уравнения (8) примут вид

$$\begin{cases} \dot{n}_{x_a} + \frac{2\xi_V}{T_V} n_{x_a} - \frac{g}{V_0} \Delta n_{y_a} - \frac{2\xi_V}{T_V} \theta - \frac{1}{T_V^2 g} \Delta V = 0, \\ \Delta n_{y_a} + \frac{2\xi_H}{T_H g} V_0 \theta - \frac{1}{T_H^2 g} \Delta H = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Выражения (12) связывают управления n_{x_a} и n_{y_a} с параметрами движения самолета относительно заданной высоты и скорости полета.

Задачу стабилизации допустимо рассматривать в линеаризованной постановке для установления свойств устойчивости замкнутой системы. Линеаризацию проведем относительно опорных значений траекторных параметров V_0 , $\theta_0 = 0$ и H_0 . При этом с учетом (2) и (5) производные приращений параметров движения при воздействии управлений совпадают с производными параметров исходного уравнения (1), рассматриваемого при введенных начальных условиях, которые являются одновременно нулевыми для их приращений относительно исходной точки начала интегрирования уравнений движения. Тогда систему (1) в указанном смысле с дополненным управлением (12) можно записать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V} = gn_{x_a} - g\theta, \\ \dot{\theta} = \frac{g}{V_0} \Delta n_{y_a}, \\ \dot{H} = V_0 \theta, \\ \dot{n}_{x_a} = \frac{1}{T_V^2 g} \left[T_V^2 \frac{g^2}{V} \Delta n_{y_a} - 2\xi_V T_V g n_{x_a} + 2\xi_V T_V g \cdot \theta + \Delta V \right], \quad \Delta n_{y_a} = \frac{1}{T_H^2 g} \Delta H - \frac{2\xi_H}{T_H g} V_0 \theta. \end{array} \right. \quad (13)$$

Следует подчеркнуть, что для любого положения равновесия соответствующее ему решение линейной однородной системы может быть переведено в тривиальное решение [8, стр. 224] этой же системы дифференциальных уравнений. Поэтому устойчивость по Ляпунову любого решения однородных систем эквивалентна устойчивости ее тривиального решения [9, стр. 100] при нулевых начальных условиях. В нашем случае вопрос изучения устойчивости системы (13) не зависит от начальных условий на момент включения системы стабилизации, при котором запоминается текущая высота и скорость полета. Поэтому система (13) при рассмотрении ее в операторной форме может быть использована для получения передаточных функций по управляемым переменным.

Переведем систему (13) в изображение Лапласа, выделим входные воздействия $V_{\text{зад}}$ и $H_{\text{зад}}$ в контур управления и сгруппируем управляемые переменные. Запишем получившуюся систему в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} p & 0 & g & -g \\ 0 & p & -V_0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{V_0 T_H^2} & p + 2\frac{\xi_H}{T_H} & 0 \\ \frac{1}{T_V^2 g} & \frac{1}{V_0 T_H^2} & 2\left(\frac{\xi_H}{T_H} - \frac{\xi_V}{T_V}\right) & p + 2\frac{\xi_V}{T_V} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V(p) \\ H(p) \\ \theta(p) \\ n_{x_a}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{V T_H^2} \\ \frac{1}{T_V^2 g} & \frac{1}{V T_H^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{\text{зад}}(p) \\ H_{\text{зад}}(p) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

По правилу Крамера из матричного уравнения (14) найдем матрицу передаточных функций $W(p)_{(4 \times 2)}$, связывающую изображения выходных параметров движения $V(p), H(p), \theta(p), n_{x_a}(p)$ с входными параметрами $V_{\text{зад}}(p)$ и $H_{\text{зад}}(p)$, а именно

$$W(p) = \frac{1}{\Delta(p)} \begin{bmatrix} \frac{T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1}{T_V^2 T_H^2} & 0 \\ 0 & \frac{T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1}{T_V^2 T_H^2} \\ 0 & \frac{p(T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1)}{T_V^2 T_H^2 V} \\ \frac{p(T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1)}{T_V^2 T_H^2 g} & \frac{p(T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1)}{T_V^2 T_H^2 V} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где определитель $\Delta(p)$ матрицы замкнутой системы (16) равен

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= p^4 + 2\left(\frac{\xi_H}{T_H} + \frac{\xi_V}{T_V}\right)p^3 + \left(\frac{4\xi_H \xi_V}{T_H T_V} + \frac{1}{T_V^2} + \frac{1}{T_H^2}\right)p^2 + 2\left(\frac{\xi_H}{T_V T_H} + \frac{\xi_V}{T_H T_V}\right)p + \frac{1}{T_H T_V^2} = \\ &= \frac{1}{T_H^2 T_V^2} (T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1)(T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1). \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда в окончательном виде матрица передаточных функций (15) будет выглядеть следующим образом

$$W(p) = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1} \\ 0 & \frac{p}{V(T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1)} \\ \frac{p}{g(T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1)} & \frac{p}{V(T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1)} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

В матрице (17) верхний блок представляет собой матрицу передаточных функций по управляемым параметрам движения с нулевыми недиагональными элементами, что показывает независимость между собой каналов управления по скорости и высоте полета. Влияние изменения высоты при любых переходных движениях не сказывается на изменении скорости полета и наоборот, действительно:

$$W_V^{V_{\text{зад}}}(p) = \frac{1}{T_V^2 p^2 + 2\xi_V T_V p + 1}, \quad W_H^{H_{\text{зад}}}(p) = \frac{1}{T_H^2 p^2 + 2\xi_H T_H p + 1}, \quad (18)$$

$$W_H^{V_{\text{зад}}}(p) = 0, \quad W_V^{H_{\text{зад}}}(p) = 0.$$

Из (18) следует, что параметры характеристических полиномов динамических звеньев, описывающих переходные процессы возмущенного движения самолета, соответствуют желаемым параметрам замкнутой системы стабилизации скорости (2) и системы стабилизации высоты (5).

Выпишем законы управления по нормальной и тангенциальной перегрузкам, обеспечивающие одновременное и независимое управление скоростью и высотой полета. Учитывая возможность изменения вертикальной скорости полета $V_y = V \sin \theta$, будем использовать ее в контуре управления вместо угла наклона траектории θ . Законы управления в формате измеряемых параметров движения представим в окончательном виде

$$\Delta n_{y_a} = k_{\Delta H} \Delta H - k_{V_y} V_y, \quad T_\Phi \dot{n}_{x_a} + n_{x_a} = T_\Phi \left(k_{\Delta V} \Delta V + \frac{g}{V} \Delta n_{y_a} + k_\theta \theta \right), \quad (19)$$

$$k_{\Delta H} = \frac{1}{T_H^2 g}, \quad k_{V_y} = \frac{2\xi_H}{T_H g}, \quad T_\Phi = \frac{T_V}{2\xi_V}, \quad k_{\Delta V} = \frac{1}{T_V^2 g}, \quad k_\theta = \frac{2\xi_V}{T_V}.$$

Тогда структурная схема синтезированной многосвязной замкнутой системы траекторного управления при безынерционной обработке сформированных сигналов перегрузок примет вид, представленный на рис. 1. Здесь динамические звенья для наглядности изображены в операторной форме. Для формирования исходного режима горизонтального полета проводится выставка начальных условий интегралов по скорости и высоте полета. Дополнительно в цепь прямого сигнала управления по ΔH введено ограничение ± 100 м, что позволяет использовать контур управления по высоте в варианте режима выхода на заданный эшелон при одновременной стабилизации скорости через управление тягой двигателей.

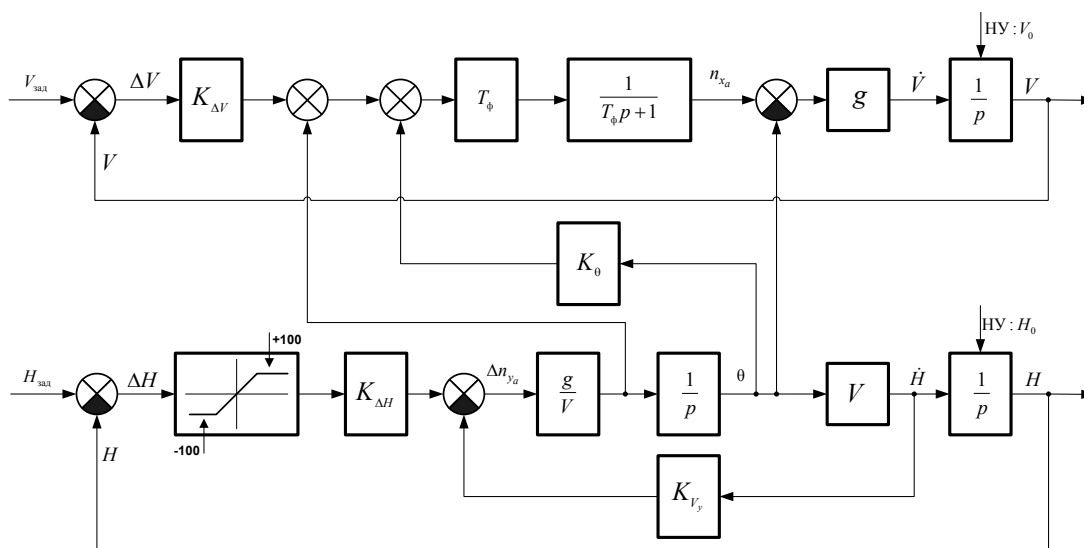


Рис. 1. Структурная схема многосвязной системы траекторного управления скоростью и высотой полета самолета

Пример изменения параметров движения самолета при смене эшелона с 3000 м на 3500 м при одновременной стабилизации скорости 400 км/ч и переходом на новое значение заданной скорости 450 км/ч в процессе вписывания на заданную высоту 3500 м показан на рис. 2.

Графики рис. 2 иллюстрируют полную независимость каналов управления скоростью и высотой полета. Сепаратные каналы управления с использованием тангенциальной перегрузки по скорости и нормальной перегрузки по высоте полета при введении перекрестных связей (19) преобразованы в автономные каналы управления.

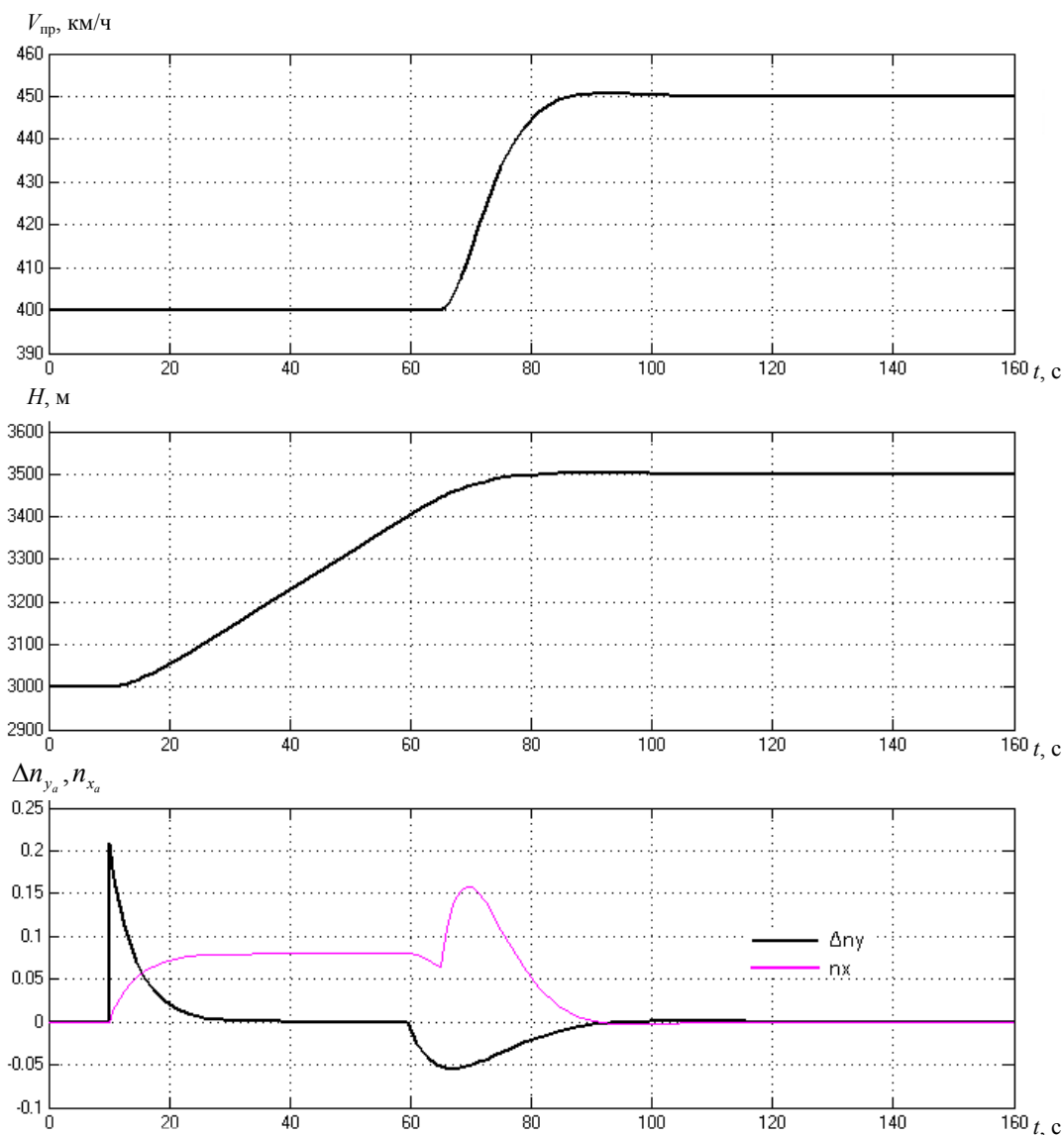


Рис. 2. Выход на заданную высоту и скорость полета с использованием многосвязной САУ

Таким образом, цель синтеза многосвязной системы автоматического управления по методу обратных задач динамики для одновременной стабилизации высоты и скорости полета достигнута. В рамках располагаемых перегрузок и эксплуатационных ограничений по высоте и скорости полета потенциально возможно обеспечить любой доступный для реализации вертикальный профиль полета самолета.

Литература

1. Крутько П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели. — М.: Наука, 1987. — 304 с.
2. Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. Пер. с англ. Левитана Б. М. — М.: Издательство иностранной литературы. — 1958. — 474 с.
3. Егоров А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. — 2-е изд., испр. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 384 с.
4. Коренев Г. В. Введение в механику управляемого тела. — М.: Наука, 1964. — 568 с.
5. Коренев Г. В. Очерки механики целенаправленного движения. — М.: Наука, 1980. — 192 с.
6. Мееров М. В. Системы многосвязного регулирования. — М.: Наука, 1965. — 384 с.
7. Многосвязные системы автоматического регулирования / В. Т. Морозовский. — М.: Энергия, 1970. — 288 с.
8. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: Учебное пособие для университетов. — М.: Высш. шк., 1991. — 303 с.
9. Андрианова Л. А. Введение в теорию линейных систем дифференциальных уравнений: Учебное пособие. — С.-Пб.: Издательство С.-Петербургского университета, 1992. — 240 с.

УДК 629.7.05.07

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ПОСТРОЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ТРАЕКТОРИИ

П. Е. ДАНИЛИН, к. т. н., доцент

ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Синтез пространственной траектории сводится к анализу типов участков, описывающих их данных, а также возможности геометрического сопряжения сегментов, обуславливающих последовательный переход от одного участка к другому в условиях выполнения требований к летно-техническим характеристикам (ЛТХ) объекта.

В алгоритмы построения пространственной траектории внедряется система контроля, позволяющая выявлять некорректность расчета параметров траектории, но при этом не покрывающая все возможные сочетания типов участков и текущих условий полета. В статье проводится анализ ошибок программного обеспечения, реализующего построение пространственной траектории на всех этапах испытаний, на основании которого вырабатывается методика принятия решения о достаточности и необходимости перехода на новый этап испытаний.

Ключевые слова: *летно-технические характеристики, базы данных, участки траектории, сегментирование.*

ENVIRONMENTAL EFFECT EVALUATION ON 3D FLIGHTPATH PLANNING

P. E. DANILIN, PhD in Engineering

'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC

3D flightpath synthesis resolves to the analysis of the flightpath segments and their description data, and also the possibility of segments geometric conjugation which provide sequential transition from one segment to another in the conditions of aircraft performance meeting the requirements.

A monitoring system is implemented in 3D flightpath planning algorithm. It allows to reveal incorrect flightpath parameters computation, but at the same time, doesn't cover all possible flightpath segments and current flight conditions types combinations.

The article contains software error analysis, that implements 3D flightpath planning at all test phases. The methodology for decision making on sufficiency and necessity of transition to the new test phase is produced on the basis of that analysis.

Keywords: *aircraft performance, databases, flightpath segment, segmentation.*

Жизненный цикл любой разрабатываемой авионики включает ряд взаимосвязанных этапов, на каждом из которых в результате теоретических исследований, расчетов и испытаний получают информацию о технических характеристиках систем и воздушного судна (ВС) в целом. На основании этой информации проводятся необходимые доработки, обеспечивающие выполнение заданных технических требований. Одной из самых трудоемких задач является задача разработки программного обеспечения (ПО) современных вычислительных систем самолетовождения (ВСС). Качество разрабатываемого ПО определяется многими факторами, обеспечивающими надежное и своевременное представление требуемой информации. Многообразие и сложность задач, решаемых ВСС, сопровождается многочисленными и разнообразными испытаниями, начиная с самых простейших, таких как тестовые, стендовые и заканчивая самыми сложными — летными испытаниями. Качество ПО изменяется в процессе всего жизненного цикла, и важно его оценить на каждом этапе от разработки до эксплуатации.

В последнее время с учетом распространения требований, связанных с единым подходом к контролируемому воздушному пространству, все чаще в техническом задании на комплексы бортового оборудования (КБО) как гражданских, так и военных объектов авиационной техники звучат требования по выполнению международных правил полета по приборам, в том числе, по стандартным схемам вылета и прибытия в районе аэродрома.

Одной из основных задач ВСС является функция построения пространственной траектории по информации навигационной базы данных (НБД) и базы летно-технических характеристик (ЛТХ), с расчетом параметров, требуемых для алгоритмов выполнения полета по заданным траекториям.

Представленные на картах сборника аэронавигационной информации (САИ) схемы описываются в НБД в соответствии с промышленным стандартом ARINC-424 [1]. Для того чтобы достичь преобразования текста и маршрутов из САИ в формат, пригодный для навигационных систем, была разработана концепция кодирования траектории и условий завершения участка полета, суть которой состоит в следующем: стандартная схема разбивается на участки, каждый из которых сопровождается описанием необходимых действий. Каждому характерному участку присваивается уникальный код из двух символов, первый определяет тип траектории полета, а второй указывает на условия завершения участка.

Представление стандартной схемы кодами участков на экране имитационного индикатора [2] показано на рис. 1.

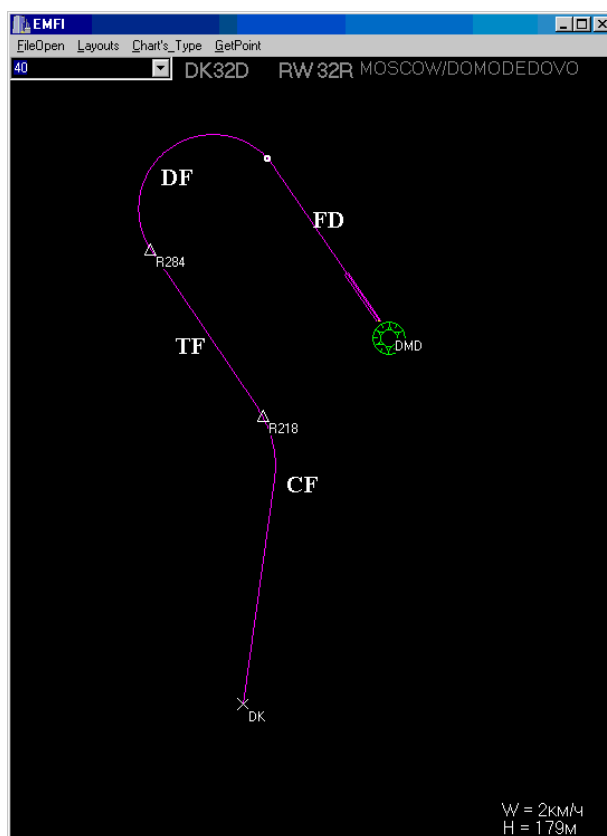


Рис. 1. Кодирование участков стандартной схемы

Коды участков траектории используются для каждого этапа полета от взлета до соединения со структурой маршрута и от точки, где самолет оставляет воздушную трассу до конца запланированного полета по приборам.

Траектории стандартных схем вылета и прибытия описываются в НБД набором 23 кодов участков, каждый из которых характеризуется типом траектории выполнения полета на данном участке и условиями его завершения.

В работе [3] проведен анализ особенностей каждого типа участка и выявлены схожие свойства по геометрической реализации траектории, условиям перехода и завершения, что позволило сократить число возможных сочетаний и представить их в виде тринадцати групп.

Геометрически на горизонтальной плоскости участки каждой группы могут быть представлены сочетанием прямолинейных и криволинейных сегментов.

Пример геометрической сегментации стандартной схемы вылета (SID) аэродрома Домодедово показан на рис. 2.

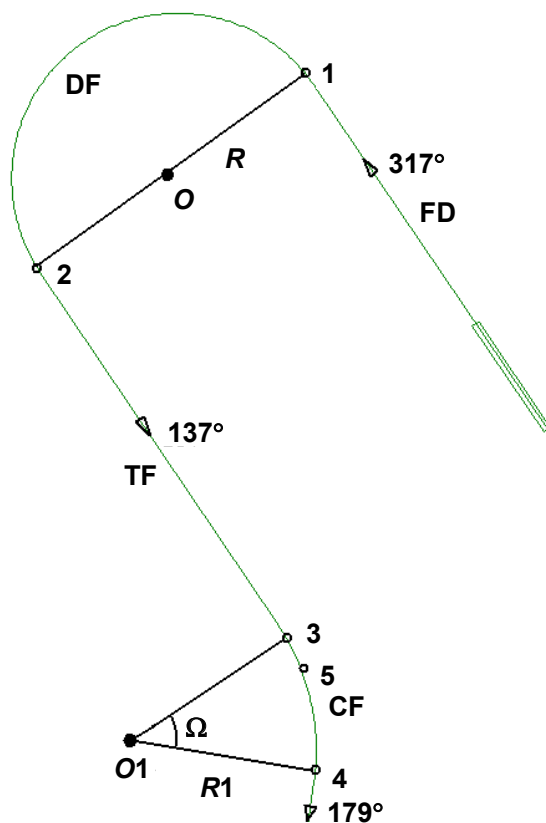


Рис. 2. Пример геометрической сегментации стандартной схемы

На рисунке 2: 1, 2 и 3, 4 — точки начала и окончания первой и второй дуг соответственно; 5 — точка окончания участка TF; FD, DF, TF, CF — коды участков представленной стандартной схемы; R , $R1$ — радиусы первой и второй дуг соответственно; O , $O1$ — точки центров дуг; Ω — стягивающий угол второй дуги.

Отрезок 2-3 — прямолинейный сегмент, отрезки 1-2 и 3-4 — криволинейные сегменты.

Прямолинейный сегмент — часть схемы между двумя точками с неизменным направлением. Для построения прямолинейного сегмента достаточно иметь координаты широты и долготы точек начала и конца сегмента.

Криволинейные сегменты отражают части стандартных схем со сменой заданного направления и представляют собой дуги как части окружностей. Для построения дуги необходимо знать географические координаты точки центра дуги, начальный азимут, радиус и величину стягивающего угла.

Желаемая траектория схемы SID, построенная с применением геометрической сегментации по осредненным значениям скорости, крена и угла наклона траектории, совпадает с траекторией, представленной на карте САИ. Это подтверждает правильность работы методов интерпретации информации из НБД и геометрической сегментации.

ВС в зоне аэродрома должно выполнять полет по плану полета, где значения скоростей и высот полета на участках рассчитываются исходя из данных ЛТХ, которые для конкретного ВС и для текущих условий выполнения полета могут отличаться от осредненных значений параметров, записанных в САИ. На рисунке 3 показан пример влияния текущих условий на построение траектории.

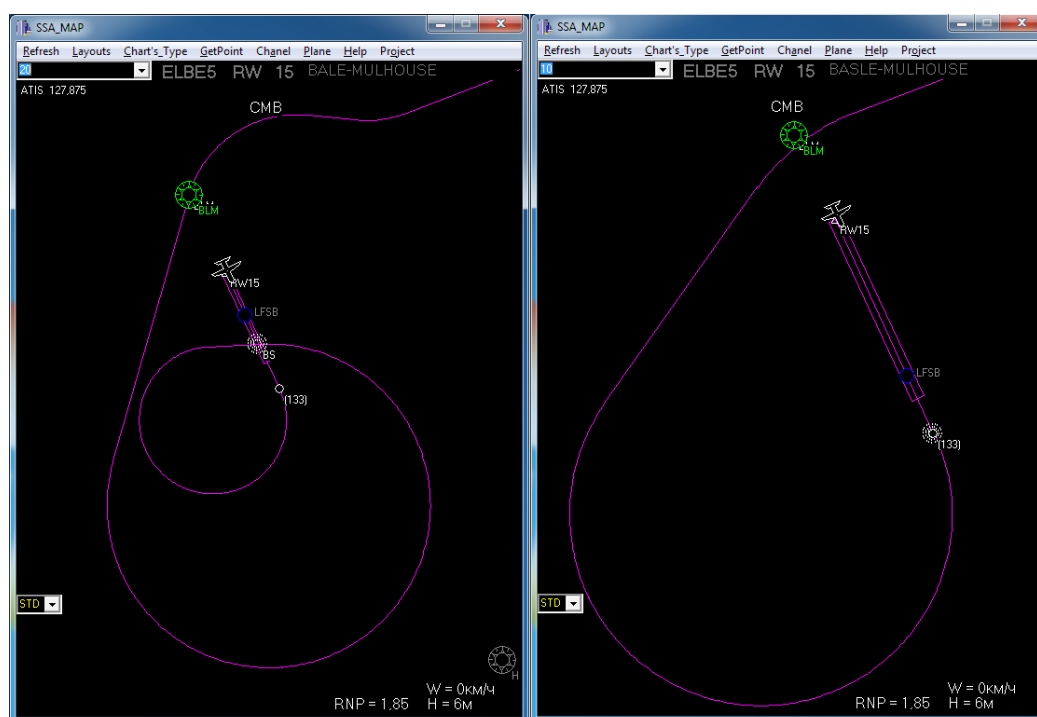


Рис. 3. Пример влияния текущих условий на построение траектории полета

На этапе кодирования стандартных схем по данным САИ также могут быть внесены ошибки. Пример некорректного построения стандартной схемы, связанный с кодированием в НБД, показан на рисунке 4. Как видно на правом рисунке, из-за ошибок в кодировании схемы линия заданного пути построена дважды, что не соответствует виду данной схемы в сборнике аэронавигационной информации.

Это приводит к увеличению различий в геометрической конфигурации траектории, представленной на карте САИ и построенной с учетом ЛТХ конкретного ВС.

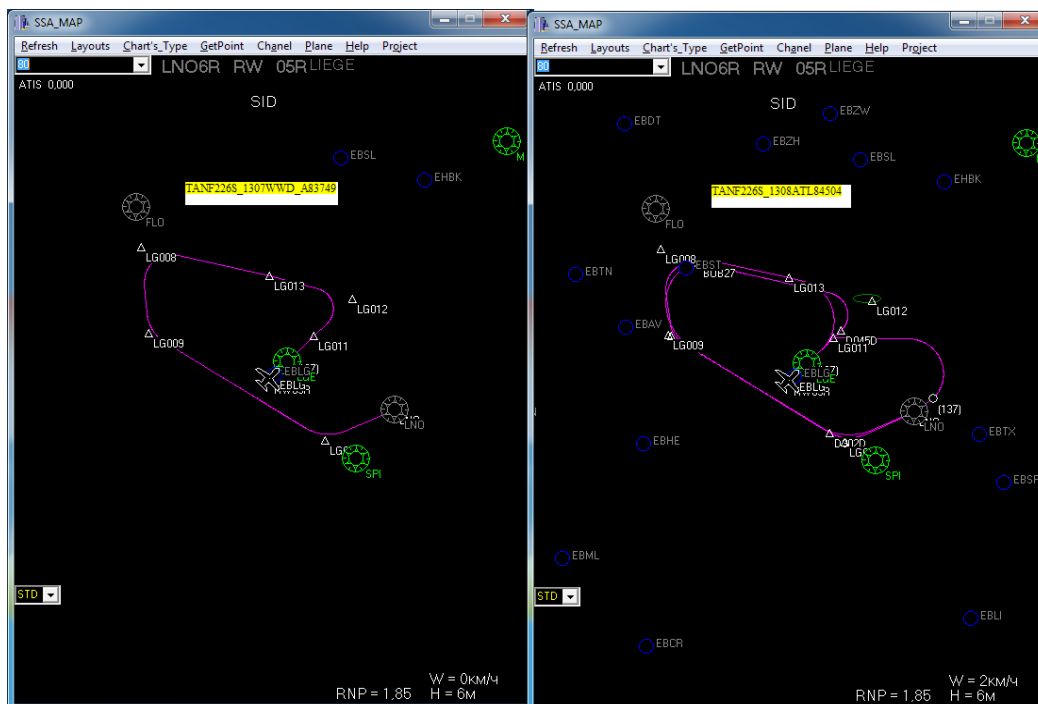


Рис. 4. Пример некорректного (левый) и корректного (правый) кодирования схемы

Для соотнесения требований вертикального профиля с конфигурацией схемы в горизонтальной плоскости производится оценка допустимых рекомендуемых значений параметров вертикального канала. Для построения схем с использованием характеристик конкретного ВС используются два набора параметров: данные базы данных и данные плана полета, зависящие от ЛТХ конкретного судна. Первый набор содержит заданные, не варьируемые параметры и является критерием для контроля. Второй набор содержит параметры с возможностью изменения в определенных пределах, связанных с ЛТХ конкретного ВС. Формирование параметров желаемой траектории $\gamma_{\text{пер}}$, $V_{\text{пер}}$ сводится к решению задачи нахождения допустимых значений параметров второго набора, удовлетворяющих условиям первого.

Для этого сформулированы следующие математические зависимости:

$$R_{\text{геом}} = \frac{L}{\text{tg} \frac{\Omega}{2}},$$

где L — дистанция упреждения разворота, Ω — значение стягивающего угла дуги.

$$L = f(\varphi_1, \lambda_1, \varphi_2, \lambda_2),$$

где $\varphi_1, \lambda_1, \varphi_2, \lambda_2$ — заданные географические широта и долгота начальной и конечной точек.

$$\gamma_{\text{пер}} = \begin{cases} \leq 25^\circ, & \text{при } R_{\text{геом}} \leq R, \\ \arctg\left(\frac{V^2}{R_{\text{геом}} g}\right), & \text{при } R_{\text{геом}} > R, \end{cases}$$

где R — значение радиуса дуги, рассчитанное по данным плана полета, g — ускорение свободного падения, зависящее от географической широты местоположения.

$$V_{\text{пер}} = \sqrt{R_{\text{геом}} g \operatorname{tg} \gamma_{\text{пер}}}.$$

Процесс сегментирования сопровождается непрерывным контролем рассчитываемых параметров. С этой целью была разработана встроенная система контроля формирования желаемой траектории, основанная на сравнении параметров схем вылета/прибытия, прописанных в НБД, или параметров, рассчитанных по данным НБД, с параметрами, полученными для синтезирования схемы требуемой конфигурации, что позволило избежать появления некорректных изломов траектории, не соответствующих геометрической конфигурации схемы, представленной на карте САИ. Функциональная схема встроенной системы контроля представлена на рис. 5.

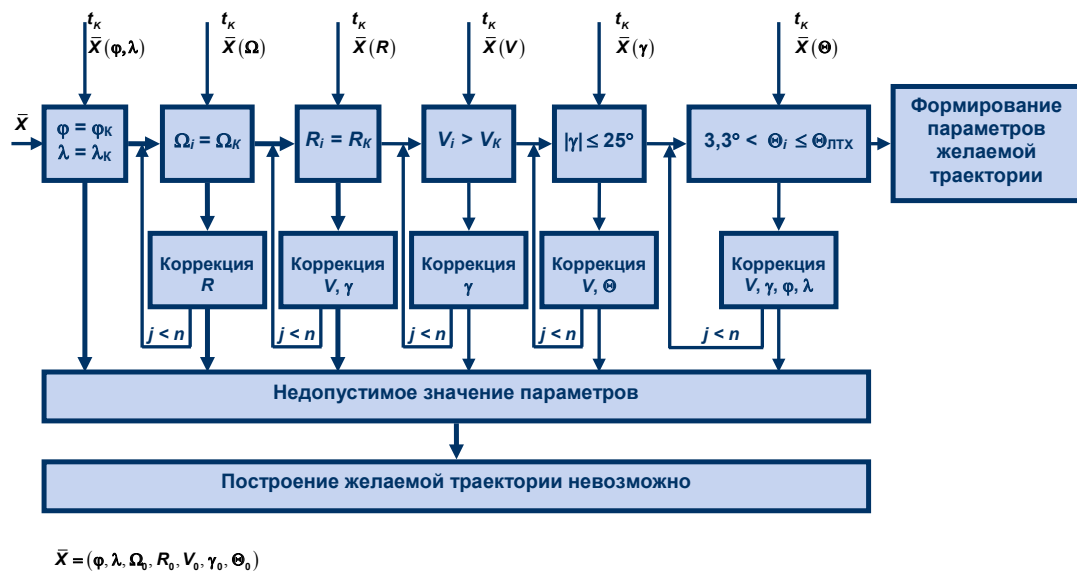


Рис. 5. Функциональная схема встроенной системы контроля

Внедрение встроенной системы контроля и анализ корректности выявления ее средствами ошибок при построении траектории проводились в рамках этапов жизненного цикла программного обеспечения разработки и верификации.

На этапе разработки параллельно созданию алгоритмов построения траектории создавались тестовые примеры, охватывающие наибольшее число возможных сочетаний типов участков стандартных схем, позволяющие сформировать наиболее универсальный подход к расчету параметров траектории. В качестве исходных данных на этом этапе использовалась тестовая база аэронавигационных данных, специально синтезированная для целей отладки алгоритмов построения стандартных схем и контроля параметров. В ней содержались порядка 50 стандартных схем.

В результате выполненных мероприятий была создана версия программного обеспечения, реализующая корректное построение всех включенных в данную тестовую базу схем, что позволило сделать вывод о достаточности проведенного тестирования и о необходимости перехода к следующему этапу.

На следующем этапе проводилось интеграционное тестирование алгоритмов с учетом всех архитектурных функциональных связей [4]. На данном этапе в качестве набора возмущающих воздействий использовались как варьируемые текущие данные, влияющие на расчет параметров плана полета, так и многообразие схем вылета/прибытия/захода на посадку для определенного региона полетов, связанного с районами летных испытаний. В качестве исходных данных для построения траектории было включено порядка 100 как отечественных, так и зарубежных аэродромов с общим числом стандартных схем более 5000.

В результате проведенного интеграционного тестирования была создана базовая версия программного обеспечения, пригодная для проведения следующего этапа испытаний [5].

На каждом из приведенных выше этапов испытаний выявлялся и парировался определенный уровень ошибок программного обеспечения, который не сводился к нулю и требовал перехода на следующий этап. Завершающим этапом является этап эксплуатации, когда ВС выполняет полеты в регионах, не рассматриваемых при испытаниях.

Предложенная система контроля охватывает весь вектор параметров, влияющих на построение стандартной схемы. Результаты, полученные при эксплуатации ВС, позволяют делать вывод о том, что предложенный вариант существенно снижает интенсивность появления некорректно построенных участков сопряжения, в основном обусловленных факторами, связанными с изменением кодировки схем в НБД.

Это обеспечивает надежное построение траектории даже при произвольном расширении района применения ВС, которое не покрывает на сто процентов все возможные влияния внешних факторов.

С учетом вышесказанного классификация ошибок построения пространственной траектории, вызванных влиянием внешних факторов и не парируемых системой контроля, выглядит следующим образом:

- ошибки, связанные с изменением текущих условий, влияющих на расчет параметров плана полета с учетом ЛТХ воздушного судна;
- ошибки, связанные с появлением стандартных схем, варианты сопряжения участков которых, связанные с неопределенными значениями параметров, не охвачены системой контроля;
- ошибки, связанные с некорректным кодированием стандартных схем в НБД.

Первые два класса ошибок входят в разряд «обнаруживаемых» встроенной системой контроля, средства парирования могут быть включены в ее структуру.

Последний класс не является «обнаруживаемым» встроенной системой контроля, а выявление ошибок построения относится к этапу валидации траектории экипажем.

Литература

1. Данилин П. Е., Кочнева Е. В., Зайцева Н. А. Структура аэронавигационной базы данных ВСС и алгоритмы выбора точечных объектов. Мир авионики. №5, 2004. 68 с.
2. Данилин П. Е., Алкина М. Р., Кочнева Е. В., Касьянов И. Ю. Имитатор электронной индикации системы самолетовождения. Навигация и управление движением. Материалы VII конференции молодых ученых. Санкт-Петербург, 2006. 315 с.
3. Данилин П. Е. Диссертационная работа. Спецтема. ОАО «МИЭА», 2007. 125 с.
4. Гавриленко Ю. В., Данилин П. Е., Зайцева Н. А., Кочнева Е. В., Потехин В. Г., Собкина Е. М., Титов С. С., Березовский Н. Б. Стенды отладки программного обеспечения и сопровождения летных испытаний ВСС-100. Мир авионики. №2, 2004. 72 с.
5. Данилин П. Е., Алкина М. Р., Кочнева Е. В., Касьянов И. Ю. Комплекс средств для разработки и отладки программного обеспечения для вычислительной системы самолетовождения. Реферат доклада. Гироскопия и навигация. №2, 2005. 134 с.

УДК 531.383.11:531.714.7

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ КОМПЕНСАЦИИ ДРЕЙФА МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА

**Д. Н. ВОРОБЬЕВ,
Н. Н. КРАЙНЕВА,
Ю. Ю. ЗВЕРЕВА,
А. В. КОНДРАТЬЕВ**

ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

В статье рассмотрены методы компенсации дрейфа в процессе технологической отладки и во время штатной работы микромеханического прибора STIM210. Показаны положительные результаты испытаний после введения рассмотренных методов компенсации.

Ключевые слова: микромеханические датчики, микромеханический гироскоп, калибровка, температурная компенсация, компенсация от пуска к пуску, компенсация дрейфа.

MICROMECHANICAL GYROSCOPE DRIFT COMPENSATION METHODS RESEARCH

**D. N. VOROBYOV,
N. N. KRAYNEVA,
Yu. Yu. ZVEREVA,
A. V. KONDRATYEV**

‘Moscow Institute of Electromechanics and Automatics’ PJSC

The article describes the methods for drift compensation in the process of debugging and during normal operation of a STIM210 micromechanical device. The positive results of the tests after the introduction of the considered compensation methods are shown.

Keywords: micromechanical sensors, micromechanical gyroscope, calibration, temperature compensation, switch-on to switch-on compensation, drift compensation.

В настоящее время в России и за рубежом активно проводятся работы по созданию приборов и систем летательных аппаратов на базе микромеханических датчиков. Основными преимуществами таких измерительных устройств являются их малые габариты, высокие надежность и долговечность, низкое энергопотребление, хорошие вибро- и ударная устойчивости, низкая стоимость. К недостаткам следует отнести их сравнительно невысокую точность и существенную зависимость выходных параметров от условий окружающей среды, в первую очередь — температуры. Кроме того, погрешность от пуска к пуску и дрейф нулевого сигнала в запуске также существенно ухудшают точностные показатели датчиков [1].

В ПАО «МИЭА» в настоящее время разрабатываются приборы на базе микромеханических чувствительных элементов, предназначенные для комплексных пилотажных систем управления широкого класса летательных аппаратов.

На рисунке 1 показан пример температурной зависимости нулевого сигнала одного из лучших микромеханических датчиков угловых скоростей STIM210 норвежской фирм Sensorog [2].

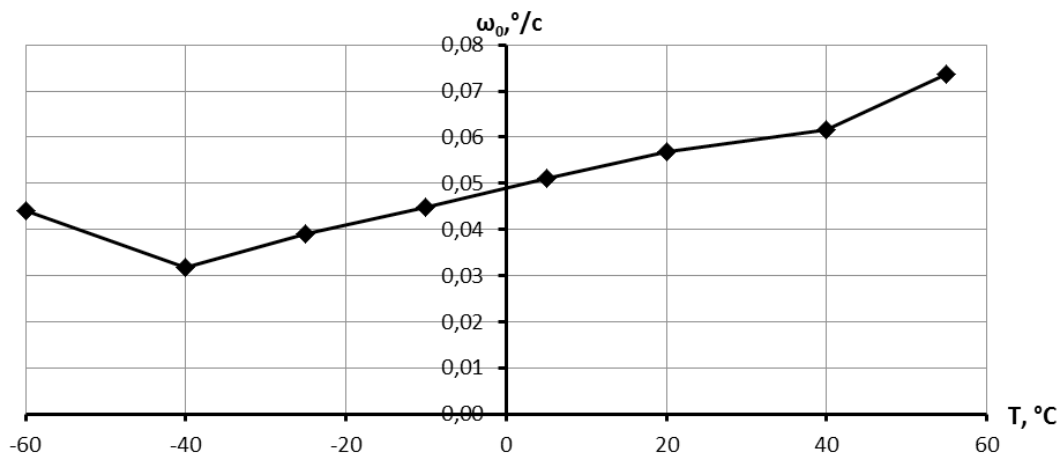


Рис. 1. Температурная зависимость нулевого сигнала гироскопа STIM210

Для компенсации данной зависимости в процессе технологической отладки датчик калибруется. В микроконтроллер прибора записываются данные, полученные в процессе калибровки, необходимые для учета температурной зависимости нулевого сигнала. Записанные данные используются в процессе эксплуатации для алгоритмической компенсации температурной погрешности.

После алгоритмической компенсации, по результатам испытаний максимальный недокомпенсированный нулевой сигнал составлял $0,00713 \text{ } ^\circ/\text{с}$ (рисунок 2).

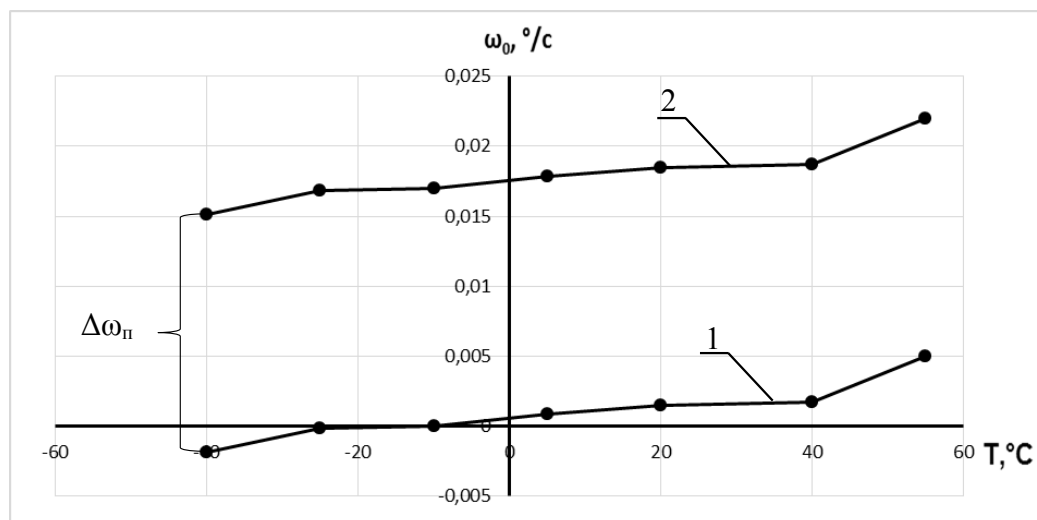


Рис. 2. Недокомпенсированный нулевой сигнал после алгоритмической компенсации (1) и погрешность от пуска к пуску (2)

При эксплуатации прибора нулевой сигнал изменяется, что вызвано ошибкой от пуска к пуску. Для STIM210 данная ошибка $\Delta\omega_n$ составляет до $0,017 \text{ } ^\circ/\text{с}$ (рисунок 2).

Для компенсации этой погрешности во время калибровки проводится анализ характера изменения нулевого сигнала от пуска к пуску. По его результатам применяется метод компенсации нулевого сигнала от пуска к пуску для текущего вида датчиков [3].

При использовании этого метода корректировки нулевого сигнала по его изменению в пуске во всем температурном диапазоне величина нулевого сигнала уменьшилась с $0,017 \text{ } ^\circ/\text{с}$ до $0,00684 \text{ } ^\circ/\text{с}$ (рисунок 3).

Несмотря на тщательную калибровку микромеханических гироскопов в заводских условиях и алгоритмическую компенсацию систематических составляющих в процессе эксплуатации гироскопа, всегда имеет место недокомпенсированная величина нулевого сигнала, вызванная случайной составляющей дрейфа, температурным гистерезисом, изменением систематической составляющей от пуска к пуску. Задача компенсации этих остаточных явлений является весьма актуальной для улучшения точностных характеристик гироскопа [4].

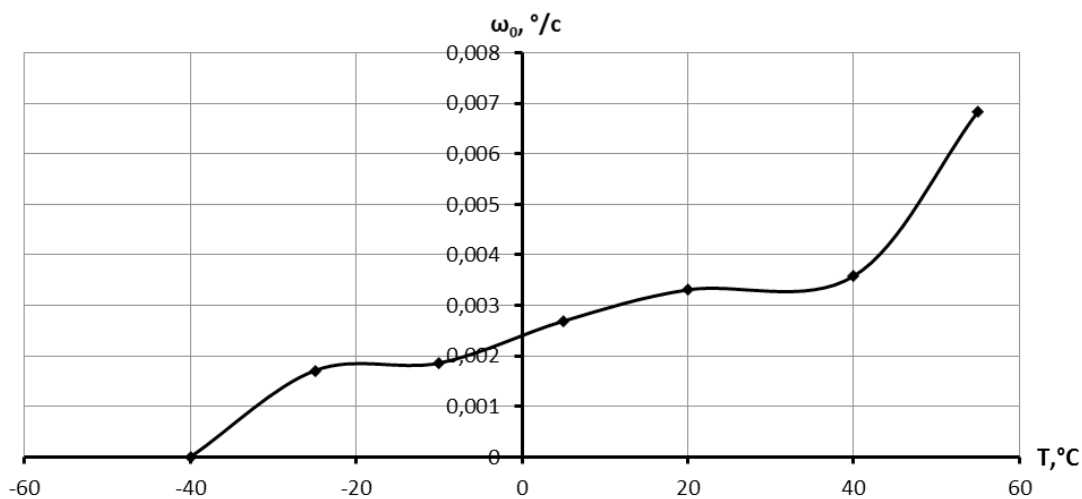


Рис. 3 Остаточный нулевой сигнал после учета погрешности от пуска к пуску

Для компенсации подобных погрешностей был разработан алгоритм, осуществляющий определение недокомпенсированных значений нулевого сигнала и выделение медленно меняющейся составляющей дрейфа для их дальнейшего учета [5].

Выделение недокомпенсированного сигнала осуществляется поэтапно. На первом этапе производится выделение сигнала и сравнение его с порогом чувствительности датчика. Сигналы больше порога чувствительности считаются полезными, а ниже считаются ошибкой.

Затем осуществляется определение изменение сигнала на низкой частоте (до 0,1 Гц), которые считаются медленноменяющимся дрейфом. Выделенный сигнал вычитается из входной величины и поступает потребителю.

Для оценки приведенного метода компенсации был проанализирован накопленный угол за 2 часа (рисунок 4). До применения алгоритма компенсации медленно меняющейся составляющей был накоплен угол 108 градусов, что соответствует дрейфу 0,015 $^\circ/\text{с}$. После компенсации накопленный угол составил 1,7 градуса, что соответствует недокомпенсированному дрейфу 0,00023 $^\circ/\text{с}$.

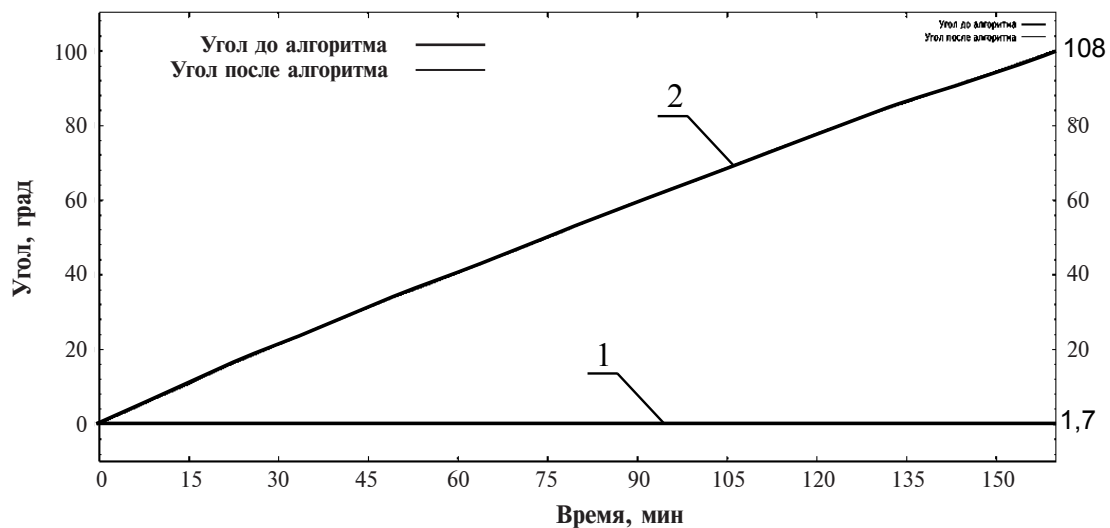


Рис. 4. Результирующее значение угла ошибки с алгоритмом компенсации (1) и без него (2)

Таким образом, после проведения калибровки и введения алгоритмической компенсации температурной зависимости, компенсации погрешности от пуска к пуску и компенсации медленно меняющейся составляющей дрейфа удалось скорректировать нулевой сигнал микромеханического гироскопа STIM210 с $0,05 \text{ }^\circ/\text{с}$ до $0,00023 \text{ }^\circ/\text{с}$.

Литература

1. Моисеев Н. В. Микромеханический гироскоп компенсационного типа с расширенным диапазоном измерения. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, Санкт-Петербург, 2015 г.
2. Sensoror AS, Datasheet STIM210, TS1545 rev.16, 2015.
3. Галкин В. И., Воробьев Д. Н., Крайнева Н. Н. Способ компенсации систематических составляющих дрейфа гироскопических датчиков. Патент на изобретение RU2598155, Москва, 2015 г.
4. Распопов В. Я. Микромеханические приборы. Учебное пособие, Тула, 2002 г.
5. Галкин В. И., Воробьев Д. Н. Способ компенсации дрейфа нулевых сигналов гироскопических датчиков. Заявка на изобретение RU2016130931, Москва, 2016 г.

УДК 629.7.05

ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Н. А. ЗАЙЦЕВА, д. т. н., профессор,

В. В. ГРОШЕВ, к. т. н.,

Ю. В. ГАВРИЛЕНКО, к. т. н., доцент

ПАО «Московский институт электромеханики и автоматики»

Приведен краткий обзор различий систем RNAV и RNP. Внедрение спецификации RNP требует непрерывного контроля формирования навигационной информации с целью выполнения требований текущего этапа полета. Включение в состав навигационного контура системы контроля, позволяющей диагностировать отказ и управлять реконфигурацией бортового оборудования с целью парирования отказа и выполнения полетного задания, является необходимым условием при проектировании современных навигационных комплексов. Рассмотрен состав современных навигационных комплексов и приводится критерий оценки качества выполнения целевой задачи — целевая эффективность, для повышения которой в бортовой вычислительной системе самолетовождения применен новый метод контроля, основанный на применении «эталонного описания».

Ключевые слова: *зональная навигация, безопасность, инерциальные системы, контроль.*

TRENDS IN THE DEVELOPMENT OF INTEGRATED NAVIGATION SYSTEMS FOR CIVIL AVIATION

N. A. ZAITSEVA, D. Sc. in Engineering, professor,

V. V. GROSHEV, PhD in Engineering,

Yu. V. GAVRILENKO, PhD in Engineering

'Moscow Institute of Electromechanics and Automatics' PJSC

The overview of RNAV and RNP systems distinctions is presented. Implementation of the RNP specification requires continuous monitoring of navigation data generation in order to comply with the current flight stage requirements. When designing modern integrated navigation systems the necessary condition is to integrate into navigation loop structure a monitoring system, providing the fault diagnostics and onboard equipment reconfiguration handling for the purpose of fault accommodation and flight mission execution. The article considers the structure of modern integrated navigation systems and gives the quality assessment criterion for target problem realization — target effectiveness. To increase the target effectiveness a new monitoring method based on «the reference description» is applied in the Flight management system.

Ключевые слова: *area navigation (RNAV), safety, inertial systems, monitoring.*

Необходимость повышения уровня безопасности полетов в различных погодных условиях и при высокой интенсивности воздушного движения привела к расширению функций, возлагаемых на бортовое оборудование, и применению на самолетах сложных и разнообразных по назначению, структуре и принципу действия систем. Усложнение и увеличение количества бортового оборудования, автоматизация самолетовождения приводит к перераспределению функций между системами самолета и экипажем, изменяя деятельность экипажа и влияя на надежность решения целевой задачи.

Применение зональной навигации (RNAV — Area navigation) [1] — метода навигации, позволяющего воздушным судам выполнять полет по любой желаемой траектории в пределах зоны действия навигационных средств или в пределах, определяемых возможностями автономных средств или их комбинациями, позволяет расширить понятие навигации и концепцию использования воздушного пространства. Ужесточаются требования к навигационным характеристикам боковой навигации. Кроме этого, появляется необходимость более жесткого контроля на борту за выдерживанием линии заданного пути и выдачей предупреждающих сообщений летному экипажу о нарушении границ эшелонирования.

Концепция PBN (PBN — Performance based navigation) [1] устанавливает требования к характеристикам бортовой системы RNAV/RNP (RNP — Requirement Navigation Performance), которые определяются в виде точности, целостности, эксплуатационной готовности, непрерывности и функциональности, необходимых для выполнения полетов в условиях заданного воздушного пространства при использовании имеющейся навигационной инфраструктуры.

В настоящее время существует два понятия — системы RNAV и RNP. Основное различие между ними заключается в требовании осуществлять непрерывный контроль выдерживания требуемых характеристик для данного этапа полета и выдавать предупреждения о нарушении их границ. Система зональной навигации, которая включает требование к контролю на борту за навигационными характеристиками и выдаче предупреждений, называется системой RNP. Система, для которой такие требования отсутствуют, называется системой RNAV.

Так как техника не может не совершенствоваться со временем, при таком подходе не требуется пересматривать эксплуатационные процессы до тех пор, пока система RNAV обеспечивает необходимый уровень характеристик.

Наличие на борту воздушного судна вычислительной системы самолетовождения в составе навигационного комплекса (НК) позволяет

иметь все необходимые данные, включая маршрут полета с рекомендуемыми схемами вылета и прибытия, информацию о точности навигации и данные для отображения выполняемого полета, которые могут быть переданы службе управления воздушным движением.

Системы RNP повышают эксплуатационную целостность, позволяя, помимо прочего, сократить интервалы разделения маршрутов. Таким образом, в результате использования систем RNP можно иметь значительные преимущества в области безопасности полетов, эксплуатации и эффективности. Несмотря на то что в течение многих лет RNAV будет применяться наряду с RNP, ожидается, что по мере увеличения количества ВС, оборудованных системами RNP, будет осуществляться постепенный переход к применению RNP.

Для горизонтальной навигации можно выделить три основных фактора, которые определяют выдерживание заданной траектории и характеризуются следующим: погрешностью определения траектории (PDE — Path Definition Error), погрешностью техники пилотирования (FTE — Flight Technical Error), погрешностью навигационной системы (NSE — Navigation System Error). Предполагается, что распределение этих погрешностей является независимым, с нулевым средним и гауссовым (нормальным) распределением.

Погрешность PDE имеет место, когда определенная системой траектория не совпадает с желаемой траекторией, т. е. с траекторией, по которой должен выполняться полет. Использование системы RNAV для навигации предполагает, что определяемая траектория, представляющая собой намеченную линию пути, загружена в навигационную базу данных. Для участков траекторий, содержащих развороты «fly-by» в заданных точках пути, нельзя определить желаемую траекторию, соответственно вычислить PDE. Для прямолинейных участков и разворотов с заданным фиксированным радиусом погрешность PDE можно рассчитать.

Погрешность NSE представляет собой разницу между расчетным и фактическим местоположением воздушного судна и включает погрешность определенного набора параметров, измеряемых навигационными датчиками и используемых для решения различных прикладных задач.

Погрешность FTE относится к способности летного экипажа или автопилота следовать по определенной траектории или линии пути, включая любые погрешности индикации (например, погрешности центрирования индикатора отклонения курса).

Погрешность NSE представляет собой разницу между расчетным и фактическим местоположением воздушного судна и включает погрешность определенного набора параметров, измеряемых навигационными датчиками и используемых для решения различных прикладных задач.

Тенденции современной авионики воздушных судов (ВС) гражданской авиации направлены на внедрение автоматического самолетовождения и стремление иметь двухчленный экипаж, функции которого сведутся к контролю за выполнением плана полета и внесению необходимых корректив в его выполнение. Внедрение спецификации RNP требует непрерывного контроля формирования навигационной информации с целью выполнения требований текущего этапа полета.

Эксплуатационные характеристики современного ВС определяются не только техническим уровнем его планера и двигательной установки, но и в большой степени совершенством бортового оборудования. Оно должно обеспечивать высокоточную четырехмерную навигацию, посадку ВС в сложных метеоусловиях, выполнение специальных задач, требующих высокой точности выдерживания параметров движения, динамического позиционирования в точке и т. д. Эффективность решения этих задач определяется главным образом такими показателями, как точность и надежность. Реализация возросшего объема задач при одновременном ужесточении требований по точности и надежности может быть обеспечена только за счет создания комплексов бортового оборудования с высокой степенью интеграции аппаратуры и программно-математического обеспечения. Создание таких интегрированных комплексов является трудоемкой и дорогостоящей задачей.

Включение в состав навигационного контура системы контроля, позволяющей диагностировать отказ и управлять реконфигурацией бортового оборудования с целью парирования отказа и выполнения полетного задания в условиях действия различных возмущающих факторов, является необходимым условием при проектировании современных НК.

Современные навигационные комплексы имеют в своем составе системы счисления пути, корректора различного физического принципа действия и навигационные вычислители, что позволяет осуществлять реконфигурацию навигационных режимов в зависимости от целевой задачи ВС и результатов функционирования системы контроля НК применительно к участкам полета, обеспечивая достоверность информации.

Критерием оценки качества выполнения целевой задачи НК является целевая эффективность, учитывающая надежность и качество функционирования бортовой аппаратуры, обеспечивающей навигационный режим навигации.

Надежность R — есть вероятность безотказной работы бортовой аппаратуры, является функцией интенсивности отказа λ , полетного времени и полноты реализованного в НК контроля: встроенного, тестового, приемного допускового.

$$R_k(t) = f(\lambda_i, t_{\text{пол}}, \eta_{ij}),$$

где λ_i — интенсивность отказа i -го блока, $i = \overline{1, I}$, $t_{\text{пол}}$ — полетное время ВС, η_{ij} — полнота контроля i -го блока j -той системой контроля, $j = \overline{1, J}$, k — номер навигационного режима, $k = \overline{1, K}$.

Качество функционирования навигационного режима определяется вероятностью $P_k(t)$ того, что вектор параметров $x_k(t)$, определяющий выполнение целевой задачи, принадлежит параметрам допустимого значения $x_k(t)_{\text{доп}}$:

$$P_k(t) = P\{x_k(t) \in x_k(t)_{\text{доп}}\}.$$

Вероятность зависит от погрешностей бортовой аппаратуры, обеспечивающей k -тый режим навигации, полетного времени, навигационной обстановки (возможность использования корректоров определенного типа), способа решения задачи реконфигурации режимов, особенности целевой задачи (необходимость автономного полета), маловысотного полета и т. д, сложности траектории полета, технических параметров системы непрерывного мониторинга и области допустимых параметров для k -го режима навигации.

Современные навигационные комплексы являются системой со сложной структурой, внутренней избыточностью и многофункциональностью и не могут быть охарактеризованы только показателями надежности. Их характеристики принято оценивать показателями эффективности Φ — вероятностью выполнения целевой задачи, которая зависит от показателей надежности R_k и качества выполнения целевой задачи НК P_k .

Обеспечение требуемого качества НК решается в навигационном вычислителе с помощью принимаемой от датчиков навигационной информации, комплексной обработки информации и применения системы контроля. При допущении о идеальной работе остальных систем самолета вероятность Φ имеет вид:

$$\Phi(t) = R_{k_0}(t)P_{k_0}(t)D_{k_0}^M + \sum_{i=1}^I Q_{k_i}(t)R_{k_i}(t)P_{k_i}(t)D_{k_i}^M,$$

где $R_{k_0}(t)$ — вероятность исправной работы НК за время t в k -том режиме полета навигации (нулевое состояние НК);

$P_{k_0}(t)$ — вероятность выполнения целевой задачи НК время t в k -том режиме полета навигации (нулевое состояние НК);

$D_{k_0}^M$ — достоверность системы контроля в k -том режиме навигации при исправности всех блоков;

$Q_{k_i}(t)$ — вероятность отказа i -го блока НК в k -том режиме;

$R_{k_i}(t)$ — вероятность исправной работы НК без i -го отказавшего блока в k -том режиме навигации;

$P_{k_i}(t)$ — вероятность выполнения целевой задачи в k -том режиме НК при отказе i -го блока;

$D_{k_i}^m$ — достоверность системы мониторинга в k -том режиме НК при отказе i -го блока.

В условиях повышенных требований к качеству самолетовождения, безопасности полетов ВС, эффективности выполнения целевых задач ВС и НК, уменьшения параметров риска столкновений новые требования предъявляются и к системам контроля информации.

Одним из важных вопросов при реализации системы контроля является определение объема контролируемых параметров и их представительство. Решение этой задачи основывается на применении показателей достоверности. Достоверность контроля — это мера доверия к оценке технического состояния и качеству информации НК. Требования к системе контроля — выявлять не только отказы аппаратуры, но и степень ухудшения характеристик информационного обеспечения, усложнили задачу принятия решений о ее пригодности.

Таким образом, оценка технического состояния НК по показателям качества, осуществляемая с помощью системы контроля, обеспечивает управление реконfigurацией возможных режимов с учетом фактического состояния программно-аппаратных устройств, входящих в комплекс, и соответственно способствуют снижению риска столкновения ВС.

Высокая точность навигационных определений может быть достигнута средствами ближней радионавигации, что определяется типом и насыщенностью радиомаяков, позволяющей обеспечивать решение навигационной задачи по двум и более дальностям.

Навигация над безориентированной местностью обеспечивается средствами автономной навигации и дальней радионавигации.

В настоящее время развитие вычислительной техники и спутниковых технологий расширило функциональные возможности навигационных комплексов. Ядром навигационного комплекса является вычислительная система самолетовождения (ВСС), которая собирает информацию от всех навигационных датчиков и систем и решает главную навигационную задачу — определяет текущее местоположение ВС и формирует управляющие сигналы для выдерживания заданной пространственной траектории. Структура навигационного контура ВСС приведена на рисунке.

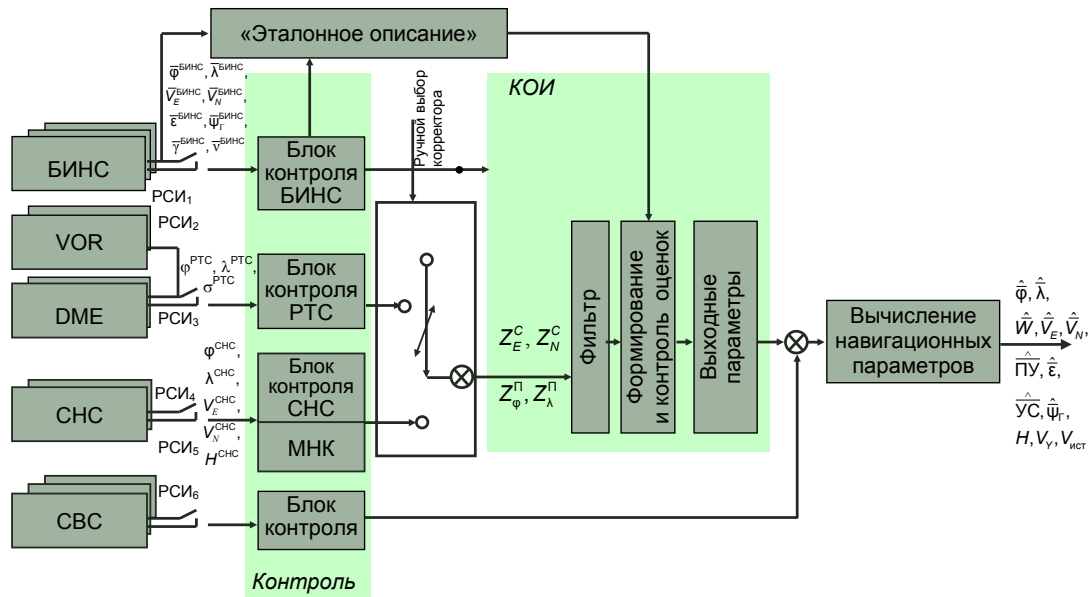


Рис. Структура навигационного контура ВСС

На рисунке приняты следующие обозначения.

БИНС — бесплатформенная инерциальная навигационная система (измерения по данным БИНС: широта $\bar{\varphi}^{\text{БИНС}}$, долгота $\bar{\lambda}^{\text{БИНС}}$, восточная и северная составляющие скорости $\bar{V}_E^{\text{БИНС}}$ и $\bar{V}_N^{\text{БИНС}}$, азимутальный угол платформы $\bar{\epsilon}$, гироскопический курс $\bar{\Psi}_Г$, крен $\bar{\gamma}$, тангаж $\bar{\nu}$); СНС — спутниковая навигационная система (широта $\varphi^{\text{СНС}}$, долгота $\lambda^{\text{СНС}}$, северная и восточная составляющие скорости $V_N^{\text{СНС}}$ и $V_E^{\text{СНС}}$, высота H), RTC — радиотехнические средства: VOR — азимутальный радиомаяк, DME — дальномерный радиомаяк (по данным RTC: широта φ^{RTC} , долгота λ^{RTC} , среднеквадратическое отклонение σ^{RTC}), СВС — система воздушных сигналов; КОИ — комплексная обработка информации, MNK — контроль измерений с использованием метода наименьших квадратов, РСИ_{*i*} — признак разрешения съема информации *i*-го датчика, Z_E^C, Z_N^C — проекции скоростных измерений на северную и восточную оси, $Z_\varphi^П, Z_\lambda^П$ — позиционные измерения по широте и долоте, вектор выходных параметров: широта $\hat{\varphi}$, долгота $\hat{\lambda}$, путевая скорость \hat{W} , восточная и северная составляющие скорости \hat{V}_E и \hat{V}_N , путевой угол $\hat{\text{ПУ}}$, азимутальный угол платформы $\hat{\epsilon}$, угол сноса $\hat{УС}$, гироскопический курс $\hat{\Psi}_Г$, высота H , вертикальная составляющая скорости V_γ , истинная скорость $V_{\text{ист}}$.

Детальное изучение стохастических сигналов основных систем НК — БИНС, СНС, РТС и значительное увеличение вычислительных мощностей современных вычислителей позволили расширить систему контроля навигационной информации, учитывающей особенности функционирования каждой системы НК.

Так для системы СНС была разработана система автономного контроля целостности (RAIM — Receiver autonomous integrity monitoring), который является встроенным в приемник спутниковых сигналов.

Однако анализ летных испытаний показывает [2, 3]: даже при наличии RAIM СНС выдает большие случайные величины — выбросы, которые обуславливают недопустимые погрешности НК при определении координат, скоростей, углов положения ВС.

Для инерциальной системы характерны случайные изменения погрешностей датчиков первичной информации — акселерометров и гироскопов во время полетов. Величина этих погрешностей приводит к постепенному ухудшению выходных характеристик определения координат местоположения ВС и, в конечном счете, к функциональному отказу системы.

Для радиотехнических систем ближней навигации (VOR, DME), как показали результаты летных испытаний, характерна большая шумовая составляющая в измеряемых параметрах — азимуте и дальности. В случае использования данных этих систем возможны значительные отклонения от заданной линии пути.

Каждая из перечисленных систем обладает своими особенностями и требует своих методов контроля.

Таким образом, на каждом этапе формирования навигационной информации выполняется непрерывный мониторинг за ее качеством, оценивается точность ее определения и в случае необходимости выдается предупреждающее сообщение о возможном нарушении границ заданной точности.

Как видно из приведенного краткого обзора, современная практика проектирования навигационных комплексов и их важнейшей составляющей — бортовой вычислительной системы, ориентирована не только на разработку функциональных алгоритмов, решающих самые разнообразные задачи, но и на разработку не менее сложной системы мониторинга текущей информации.

Инерциальная система (ИС) занимает особое место в структуре навигационного контура ВСС. Она имеет свои особенности функционирования и известный характер поведения погрешностей, которые в процессе выполнения полета могут значительно отличаться друг от друга. В связи с этим встает вопрос непрерывного бортового контроля этих систем на соответствие заявленным характеристикам.

Контроль может осуществляться различными способами.

При построении системы контроля информации, формируемой ИС, возможны два подхода:

- сравнительный допусковый контроль (мажоритарный);
- сравнительный контроль с использованием «эталонного описания».

В настоящее время в вычислительных системах самолетовождения применяется мажоритарный контроль навигационных параметров ИС. Измерения всех систем с признаком исправности, поступающим от системы встроенного контроля, проходят параметральный контроль, по результатам которого проводится осреднение данных тех систем, которые его прошли.

Среди осредненных значений параметров инерциальной системы может содержаться информация неправильно работающей ИС.

Данные летных испытаний инерциальной системы (полеты в средних широтах длительностью около пяти часов [4, 5, 6, 7] показывают, что в полете возможны случайные изменения дрейфов гироскопов на величину в два и более раз превосходящую заявленные на данную систему значения по обеим координатам, либо по одной из них.

В связи с этим встает задача пересмотра принципов контроля данных ИС и качества ее функционирования.

Сравнение погрешностей ИС с «эталонным описанием» погрешностей [8] ИС является «относительным» методом подтверждения правильности ее функционирования, то есть все необходимые характеристики исследуемой системы сравниваются с соответствующими характеристиками «эталонного описания».

В качестве «эталонного описания» принята математическая модель погрешности БИНС, являющаяся многомерной функцией параметров движения ВС [9]. Реализацию погрешностей для конкретной трассы будем называть «эталонным описанием» погрешностей ИС. Погрешности координат и составляющих скорости «эталонного описания» вычисляются исходя из характеристик конкретной инерциальной системы, установленной на борту ВС. Определение погрешностей текущих координат каждой инерциальной системы осуществляется поканальным фильтром, точность оценки которого определяется используемым корректором.

Таким образом, контроль текущей точности ИС, основанный на применении «эталонного описания», позволяет в каждой точке местоположения ВС иметь:

— ИС, имеющую наиболее точную информацию для дальнейшей обработки в алгоритмах комплексной информации;

— определять рейтинг (уровень точности) каждой ИС из общего количества, имеющегося на борту ВС (например, трех);

— определять выход каждой ИС за заявленные допустимые характеристики, т. е. определить функциональный отказ и исключить ее из дальнейшей обработки;

— в случае превышения показателей точности трех комплектов ИС заданной границы использовать информацию той ИС, которая наиболее близка к «эталонному описанию».

Литература

1. Дос 9613. Руководство по навигации, основанной на характеристиках (РВН). Издательство четвертое, 2013. Дос 9613, АН/937.
2. Гавриленко Ю. В., Потехин В. Г., Ткачева Т. П. Исследование статистических свойств погрешностей измерений навигационных параметров спутниковых систем по данным летных испытаний систем многоканальных бортовых приемников. // «Авиакосмическое приборостроение», №5, 2002.
3. Исследование статистических свойств погрешностей измерений навигационных параметров спутниковых систем по данным летных испытаний систем СНС-2, СНС-3. Научно-технический отчет, МИЭА, 2001.
4. Акт по результатам обработки материалов наземных и летных испытаний системы навигационного обеспечения (СНО-ОН) в составе БКАН на самолете Ту-214-ОН.
ЛИИ им. М. М. Громова — ОАО «МИЭА» — ОАО «Концерн радиостроения «Вега», 2012.
5. Афенко К. А., Гавриленко Ю. В., Грошев В. В., Зайцева Н. А. Методы контроля навигационной информации инерциальной системы // Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами, №8, 2014.
6. Копылов И. А., Харин Е. Г. Технологии летных испытаний бортового оборудования ЛА с применением комплекса бортовых траекторных измерений. М.: МАИ-ПРИНТ, 2012.
7. Летные испытания ракет и космических аппаратов / Под ред. Кринецкого Е. И. — М.: Машиностроение, 1979.
8. Грошев В. В. Спецтема. // Вопросы оборонной техники. Серия 9, выпуск 1(275), 2016.
9. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации. 3-е издание, испр. и. доп. М.: МАКС Пресс, 136 с.

**Правила оформления материалов,
направляемых для опубликования в журнале
«Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами»**

- Для опубликования в журнале принимаются статьи объемом до 30 с., а также краткие сообщения объемом до 5 стр.
- Статья должна иметь аннотацию не более 600 знаков, ключевые слова.
- На первой странице должны быть указаны: фамилии и инициалы авторов, полное название текста статьи без сокращений, проставлен индекс УДК.
- Материалы должны быть подготовлены в формате *.doc, лист А4, ориентация книжная (вертикальное расположение), шрифт Times New Roman, размер шрифта 12, интервал между строками одинарный, поля (мм): верхнее 22, нижнее 50, левое 30, правое 28, расположение страниц зеркальное. Установить «Автоматическую расстановку переносов». Переносы вручную не ставить.
- Формат формул в MathType или Microsoft Equation: Define Sizes, Full 12 pt, Subscript/Superscript 7 pt, Sub-Subscript/Superscript 5 pt, Symbol 18 pt, Sub-Symbol 12 pt.
- Иллюстрированный материал представляется в формате *.jpg, *.bmp, *.png (разрешение не менее 300 точек на дюйм) или в виде рисунка Word, фрагменты которого объединены в единый объект. Цветные иллюстрации приветствуются.
- В конце текста указывается информация о каждом авторе: Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, полное название и почтовый адрес организации, должность, контактные телефоны (служебный, мобильный или домашний), адрес электронной почты.
- В редакцию предоставляется электронный носитель с текстом статьи и ее распечатка в двух экземплярах, подписанная всеми авторами.
- К статье прилагается экспертное заключение о возможности ее открытой публикации, рецензия, лицензионный договор.
- Плата с авторов за публикацию рукописей не взимается.

Содержание

О. А. Бабич	
Применение метода Пикара для вычисления корреляционных матриц в дискретной стохастической модели погрешностей бесплатформенной инерциальной системы.....	2
В. Е. Куликов, Д. Ю. Гладкая, А. С. Юрченко	
Синтез многосвязной системы автоматического управления траекторным движением самолета в вертикальной плоскости.....	16
П. Е. Данилин	
Оценка влияния внешних факторов на построение пространственной траектории.....	28
Д. Н. Воробьев, Н. Н. Крайнева, Ю. Ю. Зверева, А. В. Кондратьев	
Исследование методов компенсации дрейфа микромеханического гироскопа.....	38
Н. А. Зайцева, В. В. Groшев, Ю. В. Гавриленко	
Тенденции развития навигационных комплексов гражданской авиации.....	44